آموزش جامع حساب

چاپ اول

داکتر محمد شریف پاینده

انجنیر عبدالله خسرو





معرفی کتاب:

اسم کتاب: آموزش جامع حساب

موٴلفین: داکتر محمد شریف پاینده و انجنیر عبدالله خسرو

طرح و صفحه آرایی: انجنیر عبدالله خسرو


بسم الله الرحمن الرحيم

معرفی مؤلفین



داکتر محمد شریف پاینده

داکتر محمد شریف پاینده در دهم میزان سال ۱۳۶۲ (هـ. ش) در شهر کابل چشم به جهان گشود، و در سال ۱۳۶۹(هـ. ش) شامل مکتب گردید. تعلیمات دوره ابتدائیه را در مکتب نمبر ۱۲ شهر کابل و لیسه قمچاق ولایت پروان به پایان رساند، بعد از ختم دوره ابتدائیه دوره متوسطه را در مکتب نمبر ۱۵ فعلاً موسوم به لیسه فقیر فیروزی موفقانه سپری نمود، و غرض تکمیل تعلیمات دوره ثانوی شامل لیسه سیدالناصری واقع در ساحه خیر خانه شهر کابل گردید، و در سال ۱۳۸۰ (هـ. ش) به درجه عالی اول نمره عمومی از لیسه سیدالناصری شهر کابل فارغ شد.

نسبت به علاقه مندی خاصی که از آوان دوره مکتب به ادامه تحصیلات عالی در پوهنتون طب معالجوی داشت بعد از سپری نمودن موفقانه امتحان کانکور در سال ۱۳۸۰ (هـ. ش) در پوهنځی طب معالجوی پوهنتون طبی کابل قبول، و به دروس خود در پوهنتون طبی کابل آغاز نمود. وی در عین زمانیکه مصروف دروس پوهنتون بود با توجه به علاقه و شایستگی که در مضامین ساینسی داشت و با درک ضرورت و نیاز مبرم جوانان عزیز کشور به یادگیری مضامین ساینسی چون (ریاضی، الجبر، فزیک، کیمیا، بیولوژی، مثلثات و هندسه) غرض انتقال تجارب و اندوخته های خویش به سایر جوانان عزیز کشور خود در سال ۱۳۸۷ (هـ. ش) اقدام به تأسیس مرکز آموزشی تحت نام مرکز آموزش علوم ساینسی انیس در ساحه خیرخانه شهر کابل نمود.

در حال حاضر این مرکز آموزشی یکی از مراکز عمده و مطرح در سطح کشور و بخصوص در شهر کابل بوده، و افتخار دارد که از این طریق مصدر خدمت در راستای بهبود سطح یادگیری و رشد سویه تعلیمی جوانان عزیز و ارجمند کشور می باشد.

اخیراً نظر به ضرورت و نیازمندی مبرم که جهت غنامندی هر چه بیشتر پروگرام ها و مواد ممد درسی محسوس بود اقدام به تهیه و تألیف کتاب هذا نمود، تا از این طریق از یک سو به ارتقای سطح دانش و آگاهی دانش آموزان پرداخته و از جانب هم مصدر ارایهٔ خدمات بیشتر برای هموطنان عزیز بخصوص جوانان کشور باشد.



انجنیر عبدالله خسرو

انجنیر عبدالله خسرو در سال ۱۳۷۱ (هـ. ش) در یک فامیل روشن فکر در شهر کابل متولد و تحصیلات ابتدایی اش را در مکتب ناصر خسرو بلخی به پایان رسانید. بعد از سپری نمودن موفقانهٔ دو دوره امتحان شمولیت در لیسه های افغان ترک شامل لسیه عالی آریانا افغان ترک شهر کابل گردید. علاوه از آموزش و رسیده گی به دروس مربوطه اش درین لیسه که همیش درجات عالی دریافت می کرد در المپیاد های ملی و بین المللی پروژه های ساینسی که در داخل و خارج کشور به راه انداخته می شد اشتراک فعال ورزیده و موٗفق به اخذ مدال ها و تقدیر نامه ها به نفع کشور گردیده است.

چنانچه در سال ۱۳۸۷ (هـ. ش) در رقابت های ملی علوم طبیعی افغانستان اشتراک نموده و موٗفق به اخذ مدال نقره گردید و در سال ۱۳۸۷ (هـ. ش) در المپیاد بین المللی پروژه های ساینس که در آذربایجان دایر شده بود و ۷۲ کشور در آن اشتراک داشتند مفتخر به اخذ دو مدال طلا گردید که به همین مناسبت از طرف وزارت جلیله معارف افغانستان تبریکی و تقدیر نامه نیز برایش تفویض شد.ضمناً در سال ۱۳۸۸ (هـ. ش) در مسابقات علوم طبیعی که در سطح ملی دایر گردیده بود اشتراک کرده، مدال نقره دریافت کرد.

انجنیر عبدالله خسرو بعد از فراغت از لیسه عالی آریانا افغان ترک در سال ۱۳۸۸ (هـ. ش) بعد از سپری نمودن امتحان کانکور پوهنتون، شامل پوهنځی انجنیری پوهنتون کابل شده به ادامه تحصیلات اش پرداخت. او کسب علم و دانش را صرف برای خودش کافی ندانسته نسبت شور، احساسات نیک و علاقه مندی فراوانی که جهت انتقال تعلیم و آموزش علوم ساینسی به سایر هموطنان اش دارد معتقد است که از طریق پخش علم و دانش بخصوص ساینس و تکنالوژی میتوان مردم و کشور را آگاهی داده در شاهراه ترقی و پیشرفت سوق داد از اینرو به تدریس علوم ساینسی در بعضی از مراکز آموزشی نیز پرداخته است. اخیراً برای رسیدن به آرزو های نهایی و خدمات بیشتر برای هموطنان بخصوص جوانان عزیز کشورش به تألیف کتاب هذا نیز همت گماشت تا ایشان را درین راستا یاری رساند.

پیشگفتار

جای نهایت مسرت است که مرکز آموزش علوم ساینسی انیس بالنوبه، نقش بارز و موثر خویش را در بهبود پروسه در حال رشد و انکشاف سیستم تعلیم وآموزش علوم ساینسی در کشور، که یکی از نیازمندی های مبرم عصر حاضر بخصوص جامعه امروزی ما را تشکیل می دهد، بخوبی ادا می کند و مصدر خدمات بیشتر می گردد.

خوشبختانه در شرایط موجود کشور موج عظیم و سیل خروشانی از نوجوانان و جوانان کشور ما مشتاقانه و حریصانه با عالمی از عطش و نیازمندی که دارند، به کسب علم و دانش پرداخته و با تلاش روز افزون به سوی آموزشگاه ها و بنیاد های آموزشی روی آورده سعی می نمایند تا از این فرصت طلایی حاصل شده استفاده هر چه بیشتر و اعظمی نمایند.

در چنین مقطع زمانی مرکز آموزش علوم ساینسی انیس منحیث (پیشگام در عرصه تدریس علوم ساینسی) یکبار دیگر مسئولانه خود را مکلف می داند تا به ارتقای سطح دانش و رفع نیازمندی های تحصیلی علاقه مندان آموزش و تحصیل در بنیاد آموزشی خویش بپردازد.

روی این اصل اکنون می خواهد با همکاری و همدلی دانشمندان، مؤلفان و استادان مجرب خویش، با استفاده و کاربرد از تکنالوژی معلوماتی جدید و معاصر پس از انجام کار و زحمات دوامدار و شبا روزی و انجام تحقیقات و مطالعه منابع علمی و جمع بندی های دقیق از مأخذ و منابع تأیید شده و معتبر دانشمندان برجسته و مشهور جهان و توأم ساختن تجارب و اندوخته های علمی خود شان به منظور غنامندی هرچه بیشتر مواد و محتوای ممد درسی و خاتمه بخشیدن به سیستم ها و شیوه های یکنواخت، ابتدایی و کهن تدریس و آموزش همگام با سیستم های آموزشی مفید و موثر عصر حاضر برای اولین بار در شرایط کنونی کشور و رفع به موقع ضرورت های علمی بتألیف و چاپ کتب جدید و موثر اقدام نماید، تا نیازمندی های تحصیلی علاقه مندان متعلمان و محصلان عزیز را بخصوص در رشته های علوم ساینسی مرفوع ساخته واز سوی هم موازی و مطابق به نورم های قبول شده و معیاری سیستم های آموزشی امروزی باشد، و هم بتواند در ارتقای هر چه بیشتر سویه تعلیمی و دانش مسلکی آنان مفید و موثر واقع شود.

کتاب هذا که پس از مساعی شبا روزی و اهتمام خستگی ناپذیر و دوامدار مؤلفان عزیز و خدمتگار هر یک محترم داکتر محمد شریف پاینده و محترم انجنیر عبدالله خسرو در بخش ریاضی تهیه و تدوین گردیده و توفیق چاپ یافت، میتواند منحیث اولین پیشکش و تحفه این مرکز علمی به پیشگاه همه متعلمان، محصلان و تشنگان علم، دانش و معرفت باشد، وامیدواریم تا عطش همه عزیزان و دانش جویان عزیز را بخصوص در بخش علم ریاضی فرونشانده ایشان را فیض مند گرداند.

در این کتاب سعی به عمل آمده تا دانش آموزان، علم ریاضی را از نقطه آغاز یعنی از تاریخ پیدایش حساب، اعداد و ارقام برای اولین بار در زنده گی بشر آگاهی حاصل نموده و با تصاویرخیلی ها دلچسپ و تاریخی از دانشمندان این علم آشنا شده و پس از طی مراحل ابتدایی حساب (جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، کسر و سایر عملیه های حسابی) وارد محاسبات مغلق، پیچیده و دقیق علم ریاضی شوند.

صفحه آرایی، دیزاین، ترتیب و تنظیم محتوای این کتاب مطابق به قواعد و قوانین پذیرفته شده جهانی کتب نویسی امروزی صورت گرفته که خواننده را در یافتن و درک کامل موضوعات یاری و کمک می رساند.

محتوای کتاب خواننده را به ارزش واقعی و نقش تعیین کننده و با اهمیت علم ریاضی بیشتر از پیش معتقد ساخته و متیقن به این امر می سازد که واقعاً سیر تکامل جوامع بشری و پیشرفت های چشم گیر امروزی در عرصه های مختلف علوم ساینسی و تکنالوژی معاصر همه و همه از برکت علم ریاضی بوده است.

رهنمای استفاده از کتاب

قبل از خواندن کتاب نکات ذیل را جهت معرفی و آشنایی کامل با محتویات کتاب و استفاده اعظمی از آن به یاد داشته باشید:

نکته ۱: شماره هر فصل در صفحه اول آن در داخل دایره کوچک نوشته شده است. موضوع فصل نیز به تعقیب آن درج می باشد.



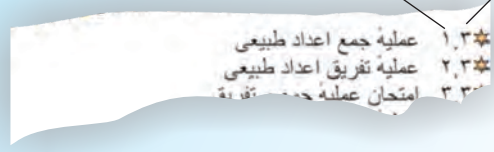
شماره فصل

موضوع فصل

نکته ۲: عناوین هر فصل در شروع و در میان فصل توسط اعدادی مشخص شده که قسمت اولی آن نشان دهنده فصل و قسمت دومی آن نشان دهنده شماره همان عنوان می باشد.

شماره عنوان

شماره فصل



شماره عنوان



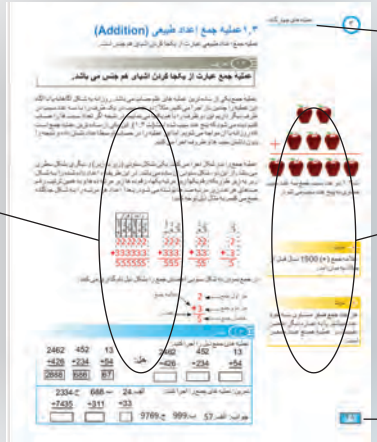
شماره فصل

نکته ۳: در پایان صفحه اول هر فصل معلومات کلی و اساسی درمورد موضوع فصل درج می باشد.



معلومات کلی در مورد موضوع فصل

نکته ۴: محتویات داخل هرصفحه دربخش اساسی صفحه و بخش حاشیه صفحه درج می باشد. بخش اساسی صفحه موضوعات مربوط به عنوان هر صفحه را به شکل مفصل و مشرح آن بیان می کند. بخش حاشیه صفحه نوت و مسایل معلوماتی را دربر می گیرد. توصیه می شود تا همیشه در این کتاب ابتدا بخش اساسی صفحه را و در اخیر بخش حاشیه صفحه را بخوانید. برعلاوه شماره هر صفحه، شماره فصل و موضوع همان فصل نیز در بخش حاشیه درج می باشد.



شماره فصل و موضوع فصل

بخش اساسی صفحه

بخش حاشیه صفحه

شماره صفحه

نکته ۵: تصاویر، جدول ها، تعریف ها، قوانین، خلاصه هر فصل، قضیه ها، موضوع هر فصل در عمل، معادلات و تمام مثال ها مانند عناوین توسط اعدادی مشخص شده اند که بخش اول آن نشان دهنده فصل و بخش دومی آن نشان دهنده شماره هریک از موارد فوق می باشد.







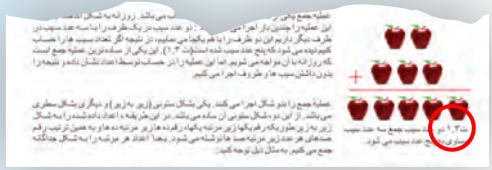


نکته ۶: به منظور جلوگیری از تکرار شدن کلمات برای نشان دادن تصاویر، جدول ها و معادلات اختصارات ذیل در نظر گرفته شده است:

ت: اختصار کلمه تصویر

ج: اختصار کلمه جدول

م: اختصار کلمه معادله







نکته ۷: به تعقیب هر مثال، تمرین های مشابه به مثال وجود دارد. جواب نهایی همه آنها در خود تمرین داده شده است.



نکته ۸: سوالات هر فصل به بخش های ذیل تقسیم شده است . قابل ذکر است که تنها جواب نهایی بخش سوالات تشریحی در کتاب هذا درج نبوده ولی جوابات نهایی تمام سوالات دیگر در پاسخنامه این کتاب موجود می باشد:

۱- بخش سوالات تشریحی

۲- بخش سوالات حل شدنی

۳- بخش سوالات عبارتی

٤- بخش سوالات چهار جوابه، تهیه شده از فورم های کانکور سال های گذشته و مشابه به آنها.

نکته ۹: بخش (موضوع فصل در عمل) در اخیر فصل ها آمده است که جزْ اساسی محتوای کتاب نمی باشد. بلکه جهت معلومات آفاقی بیشتر بوده، خواننده مجبور به حفظ و به خاطر سپردن آن نیست.

اصول اساسی مطالعه

برای یک مطالعهٔ موثر و مفید چه اصولی باید رعایت شود؟

چگونه می توان بهره برداری از مطالعه را افزایش داد؟

نکاتی که در این قسمت مطرح می شوند شاید خیلی ساده به نظر برسند، اما همین نکات ساده به میزان غیر قابل تصوری در کیفیت مطالعه تأثیر دارند. این اصول تقریباً ارتباطی با موضوع یا عنوان درسی ندارند و به عبارت بهتر اصولی هستند که باید همیشه و در هر درسی رعایت شوند. در ابتدا شاید فکر کنید با مراعات این اصول شاید یک قسمتی از زمانی را که درس خوانده می توانید، صرف این اصول کرده اید اما این چنین نیست، رعایت این اصول در ابتدا اگر وقت شما را بگیرد در ادامه به شدت موجب صرفه جویی در زمان خواهد شد. بطور کلی در مطالعه اصول ذیل را مد نظر گیرید:

کُل خوانی: یک مشکل مهم همه دانش آموزان اینست که آنها مطالب را جزٔ جزٔ خوانده و سپس این اجزأ را با هم ارتباط می دهند. این کار نظم و ترتیب ذهنی را برهم می زند. در عوض، کُل خوانی باعث ایجاد ارتباط بیشتر بین مطالب و همچنین ایجاد نظم ذهنی می شود. بنا براین در مطالعه توصیه می شود وقتی کتاب یا یک موضوع کلی را شروع می کنید ابتدا بر فهرست توجه و تمرکز کنید. ببینید چه ارتباطی بین مطالب وجود دارد؟ در کدام موضوعات از قبل معلومات دارید و کدام مطالب جدید هستند؟ پس با رعایت اصل کُل خوانی به ارتباط بین مطالب و ایجاد نظم ذهنی خود کمک کنید.

توجه به عناوین و سرفصل ها: هر مطلب کلی در یک کتاب متشکل از سرفصلی ها وعناوین فرعی می باشد. شاید باور نکنید که همین سرفصلی ها و عناوین فرعی چقدر دریادگیری و درک بهتر مطلب می توانند موٌثر باشند. برای شما نیز پیش آمده که درجریان امتحان به سوالی بر خورده اید که می دانید حتماً جواب آنرا خوانده اید ولی هرچه به ذهن خود فشار می آورید این جواب را به خاطر نمی آورید. دلیل این امر همین است که در حین مطالعه عناوین را مانند متن کتاب خوانده اید.

زمانیکه به سرفصل ها و عناوین فرعی توجه می کنید، این امر نه تنها باعث تقویت هوشیاری شما می شود بلکه باعث می گردد شما ارتباط بین مطالب را گم نکنید و بدانید که بین قسمت های مختلف یک موضوع چه ارتباطی وجود دارد. بنابراین توصیه می کنیم که در آغاز هرفصل، هم به موضوع اصلی و هم به عناوین فرعی با دقت بیاندیشید و سعی کنید در ذهن خود ارتباط بین مطالب را با دقت جا دهید. پس بروی سرفصل ها و عناوین فرعی تامل و تمرکز کنید.

ارتباط مطالب: از نظر روان شناسی یادگیری وقتی معنیٰدار است که بین مطالب قبلی و جدید ارتباط ایجاد شود. سعی بر حفظ نمودن به جای درک و فهم مطالب، باعث عدم شکل گیری این ارتباط می شود. یک دلیل اصلی ضعف دانش آموزان دردروس ریاضی همین نکته است. اصولاً دراکثر دروس یک ارتباط پله ای بین مطالب وجود دارد و هر چه این ارتباط قوی تر باشد پیشرفت درسی نیز از سرعت بیشتر برخوردار خواهد بود. بنا براین وقتی شما مطلبی را خوب متوجه نمی شوید و باین ضعف پیش می روید، این ضعف فقط در همان نقطه باقی نمی ماند و ارتباط بین سایر مطالب را هم متزلزل می کند. پس بادرک و فهم بهتر موضوعات، و ارتباط مطالب موضوعات را به آسانی آموخته می توانید.

شیوهٔ یادگیری: دو شیوه یادگیری وجود دارد. متراکم و فاصله دار، در شیوهٔ متراکم، فرد وقتی شروع به مطالعه می کند تا زمانی که فرصت دارد پیش می رود و استراحتی برای خود در نظر نمی گیرد. اما در شیوهٔ فاصله دار، فرد زمان هایی را برای مطالعه و زمان هایی نیز برای استراحت در نظر می گیرد. مثلاً اگر ۴ ساعت وقت دارد بعد از هر مطالعه ۶۰ الیٰ ۷۰ دقیقه ای یک فرصت استراحت ۱۰ دقیقه ای به خود می دهد.

پژوهش ها نشان داده اند که یادگیری فاصله دار، نتایجی به مراتب بهتر از یادگیری متراکم دارد. عدهٔ با این تصور که هیچ زمانی را از دست ندهند فرصت استراحت را هم غنیمت شمرده و به کار خود ادامه می دهند. اما مطمٔن باشید که این فرصت نه تنها زمان از دست رفته نیست بلکه تا حد غیر قابل تصوری، بهره وری مطالعه را افزایش می دهد. پس ساعات و فرصت ها را به زمان هایی برای مطالعه و زمان هایی برای استراحت تقسیم کنید.

فهرست مطالب...

موضوعات **صفحه**

فصل اول

۱.۱ ریاضیات (Mathematics)..... ۲
۲.۱ بخشهای ریاضیات ۲
۳.۱ دوره های مختلف انکشاف ریاضیات..... ۳
۴.۱ اعداد وسمبول های اعداد ۶

فصل دوم

۱.۲ حساب ۱۴
۲.۲ رقم و عدد ۱۵
۳.۲ مقایسه اعداد طبیعی و تعداد اعداد طبیعی بین دو عدد ۱۷
۴.۲ خواندن و نوشتن اعداد ۱۸
۵.۲ گسترش اعداد کامل ۲۲

فصل سوم

۱.۳ عملیهٔ جمع اعداد طبیعی ۲۸
۲.۳ عملیهٔ تفریق اعداد طبیعی ۳۱
۳.۳ امتحان عملیهٔ جمع و تفریق ۳۳
۴.۳ عملیهٔ ضرب اعداد طبیعی ۳۴
۵.۳ طریقه های ساده عملیهٔ ضرب ۳۹
۶.۳ توان عدد طبیعی ۴۱
۷.۳ مقایسه و عملیه های جمع و تفریق اعداد تواندار ۴۲
۸.۳ عملیهٔ تقسیم اعداد طبیعی ۴۳
۹.۳ امتحان عملیه های ضرب و تقسیم ۴۹
۱۰.۳ عملیه های مختلط اعداد طبیعی..... ۴۹
۱۱.۳ دریافت حاصل جمع سلسله های مختلف اعداد طبیعی ۵۱

فصل چهارم

۱.۴ قابلیت های تقسیم ۶۴
۲.۴ طریقه عمومی تشخیص قابلیت تقسیم هرعدد برهرعدد دیگر ۷۲
۳.۴ اعداد اولیه و مرکب ۷۳
۴.۴ تجزیه اعداد مرکب به عوامل ضربی اولیه ۷۶
۵.۴ بزرگترین قاسم مشترک ۷۹
۶.۴ کوچکترین مضرب مشترک ۸۲

فصل پنجم

۱.۵ کسرهای عام ۹۸
۲.۵ اعداد مخلوط ۱۰۱
۳.۵ انواع کسرهای معادل ۱۰۱

موضوعات		صفحه

۴.۵ انواع کسرها ۱۰۴
۵.۵ دریافت کوچکترین مخرج مشترک ۱۰۸
۶.۵ هم مخرج ساختن کسرها ۱۰۹
۷.۵ مقایسهٔ کسرهای عام ۱۱۰
۸.۵ توسعه و اختصار کسرها ۱۱۵
۹.۵ عملیهٔ جمع کسرهای عام ۱۱۸
۱۰.۵ عملیهٔ تفریق کسرهای عام ۱۲۳
۱۱.۵ عملیهٔ ضرب کسرهای عام ۱۲۸
۱۲.۵ عملیهٔ تقسیم کسرهای عام ۱۲۹
۱۳.۵ توان در کسرهای عام ۱۳۲
۱۴.۵ عملیه های مختلط بالای کسرهای عام ۱۳۲
۱۵.۵ کسرالکسر ۱۳۵

فصل ششم

۱.۶ کسر اعشار ۱۵۴
۲.۶ موارد استفاده از کسر اعشار ۱۵۴
۳.۶ انواع اعداد اعشاری ۱۵۶
۴.۶ طرز نوشتاری و طبقه بندی اعداد اعشاری ۱۵۶
۵.۶ دقت در اعداد اعشاری ۱۵۷
۶.۶ عملیه جمع اعداد اعشاری ۱۵۸
۷.۶ عملیه تفریق اعداد اعشاری ۱۵۹
۸.۶ عملیه ضرب اعداد اعشاری ۱۶۱
۹.۶ عملیه تقسیم اعداد اعشاری ۱۶۳
۱۰.۶ مقایسه اعداد اعشاری ۱۶۹
۱۱.۶ انواع اعداد اعشاری ۱۶۹
۱۲.۶ طرز ارایه اعداد اعشاری ختم ناشونده تکراری ۱۷۱
۱۳.۶ تبدیل کسرهای عام به اعشار ۱۷۲
۱۴.۶ تبدیل کسر اعشار ختم شونده به کسرعام ۱۷۳
۱۵.۶ تبدیل کسر متوالی خالص به کسرعام ۱۷۴
۱۶.۶ تبدیل کسر متوالی مختلط به کسرعام ۱۷۵
۱۷.۶ عملیه های جمع و تفریق کسرهای اعشار متوالی ۱۷۷
۱۸.۶ عملیه های مختلط در کسرهای اعشار ۱۷۷
۱۹.۶ مختصر ساختن اعداد اعشاری یا (Round off) ۱۷۹

فصل هفتم

۱.۷ نسبت ۱۸۸
۲.۷ انواع نسبت ۱۸۸
۳.۷ میزان ۱۹۳
۴.۷ دریافت نسبت های معادل ۱۹۵
۵.۷ تقسیم یک کمیت به یک نسبت معین ۱۹۸
۶.۷ تناسب ۲۰۰
۷.۷ دریافت حد مجهول در تناسب ۲۰۴
۸.۷ وسط تناسب ۲۰۹

موضوعات صفحه

۹.۷ وسط حسابی و اوسط حسابی ۲۱۰
۱۰.۷ وسط هندسی ۲۱۲
۱۱.۷ انواع تناسب ۲۱۲
۱۲.۷ تناسب مستقیم ۲۱۳
۱۳.۷ ثابت تناسب ۲۱۴
۱۴.۷ طریقه نوشتن رابطه تناسب مستقیم ۲۱۴
۱۵.۷ تناسب معکوس ۲۱۷
۱۶.۷ طریقه نوشتن رابطه تناسب معکوس ۲۱۸
۱۷.۷ تناسب مرکب ۲۲۱
۱۸.۷ طریقه نوشتن رابطه تناسب مرکب..... ۲۲۲
۱۹.۷ دریافت جز از کل و کل از جز ۲۲۷
۲۰.۷ احدیت..... ۲۳۱

فصل هشتم

۱.۸ فیصد ۲۴۶
۲.۸ تخفیف ۳۵۵
۳.۸ زکات ۲۵۸
۴.۸ مشارکت ۲۵۹
۵.۸ ربح ساده ۲۶۳
۶.۸ تنزیل یا تکتانه ۲۶۷
۷.۸ ربح مرکب ۲۶۸

فصل ۱

ریاضیات چیست؟

در این فصل ...

۱.۱ ریاضیات (Mathematics)
۲.۱ بخشهای ریاضیات
۳.۱ دوره های مختلف انکشاف ریاضیات
۴.۱ اعداد وسمبول های اعداد

آیا در زنده گی خود بـه خرید و فروش، انتقـال پول، حسـاب پول، اندازه گیری ها، اندازه گذاری ها و خلاصه بـه همه محاسبـات خود دقت کرده اید و مطمئناً گاهی از خود پرســـیده اید، که این همه محاسبـــات از ابـــتدا چطور آغاز شد؟جواب این سوال را در این فصل جستجو کنید!!!

۱.۱ ریاضیات (Mathematics)

Mathematics از کلمه (Mathema) به معنیٰ دانش و دانایی گرفته شده است.
همچنان کلمه ریاضیات از کلمه ریاضت گرفته شده و ریاضت نه تنها به معنیٰ پرهیزکاری بدنی می باشد بلکه به معنیٰ فهمیدن و رسیدن به راز ها نیز است.
ریاضی یک گروپ مرتبط علوم ساینسی است، که از مقادیر، اشکال و ترتیبات آنها بحث می کند. ریاضیات را علم مقادیر و اعداد نیز نامیده اند، یعنی تمام مقدار ها را به واسطه اعداد و افاده ها نمایش میدهد. بناً میتوان تمام حوادث طبیعی را توسط این علم بوسیله فورمولها طرح نمود.
همچنان ریاضی را لسان طبیعت نیز گویند، طوریکه گالیله ریاضیدان مشهور ایتالوی ریاضی را زبان قوانین طبیعت خوانده است.



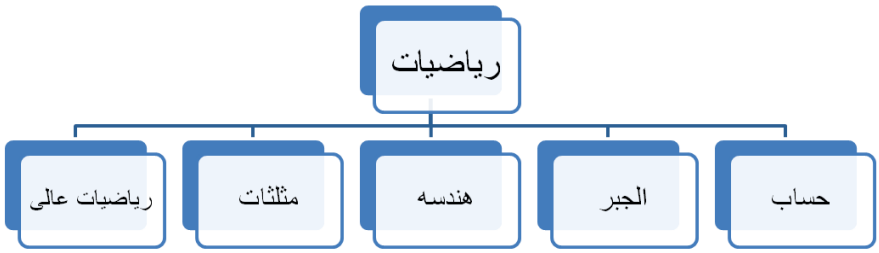
ت ۱.۱ گالیله فزیکدان و منجم ایتالیایی. (1564-1642 م.)

۱.۱ تعریف .....

ریاضیات عبارت از مطالعه و اندازه گیری خواص و روابط کمیت ها توسط اعداد و سمبولها می باشد.

۱.۲ بخشهای ریاضیات

ریاضیات یک علم وسیع میباشد. بناً دانشمندان برای سهولت فراگیری، ریاضیات را به بخش های ذیل تقسیم نموده اند:



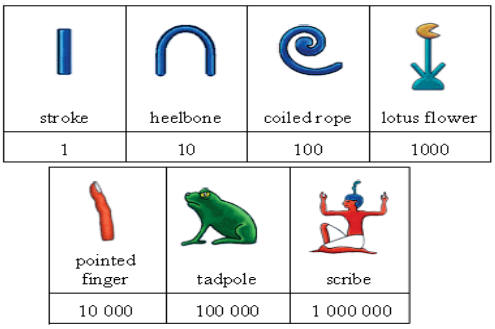
ت ۱.۲ تقسیم بندی ریاضیات.

تمام بخشهای فوق توام با گذشت زمان و ادوار مختلف تاریخی انکشاف کرده اند که شرح مختصر آن را ذیلاً مورد مطالعه قرار می دهیم.

1 - دوره ریاضیات مصریها.
2 - دوره ریاضیات بابلی ها.
3 - دوره ریاضیات یونان باستان.
4 - دوره ریاضیات تمدن مایا.
5 - دوره ریاضیات چینایی ها.
6 - دوره ریاضیات اسلامی.
7 - دوره ریاضیات هندی ها.
8 - دوره ریاضیات اروپایی ها.

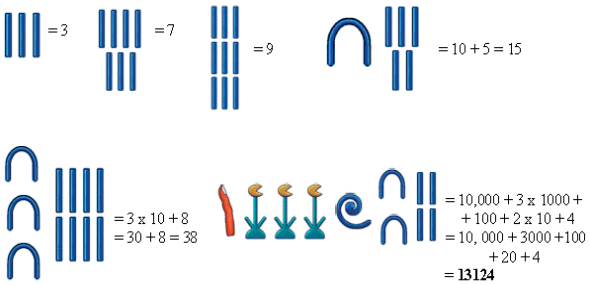
۳.۱ دوره های مختلف انکشاف ریاضیات

1- دوره ریاضیات مصریها: در دوره ریاضیات مصریها که تقریباً مطابقت به 3000 سال قبل از میلاد می کند برای محاسبات از اعداد تصویری استفاده می کردند. سمبولهای اساسی عددی مصری با قیمت های معادل آنها ذیلاً نشان داده شده اند:



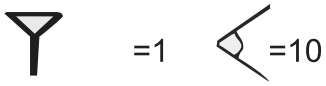
ت ۱.۳ سمبولهای اساسی مصری.

مصری ها سایر اعداد را از ترکیب این سمبولها بمیان می آوردند. برای واضح شدن این موضوع به تصویر ۱.۴ در ذیل مراجعه کنید.



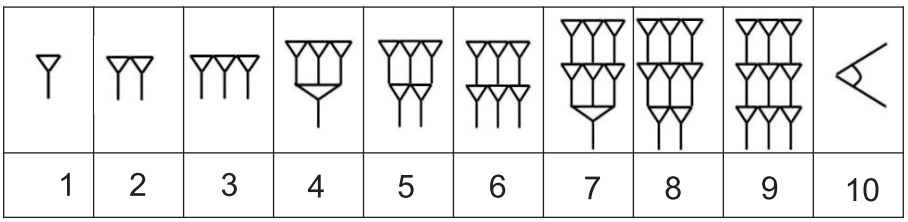
ت ۱.۴ سایر سمبولهای عددی که از ترکیب سمبولهای اساسی تشکیل شده اند.

2- دوره ریاضیات بابلی ها: در دوره ریاضیات بابلی ها (عراق امروزی) که تقریباً مطابقت به 1900 الی 1800 قبل از میلاد می کند از سمبولهای عددی میخی استفاده می شد، که بنام خط میخی نیز شهرت دارد. به تصویر ۱.۵ مراجعه کنید.



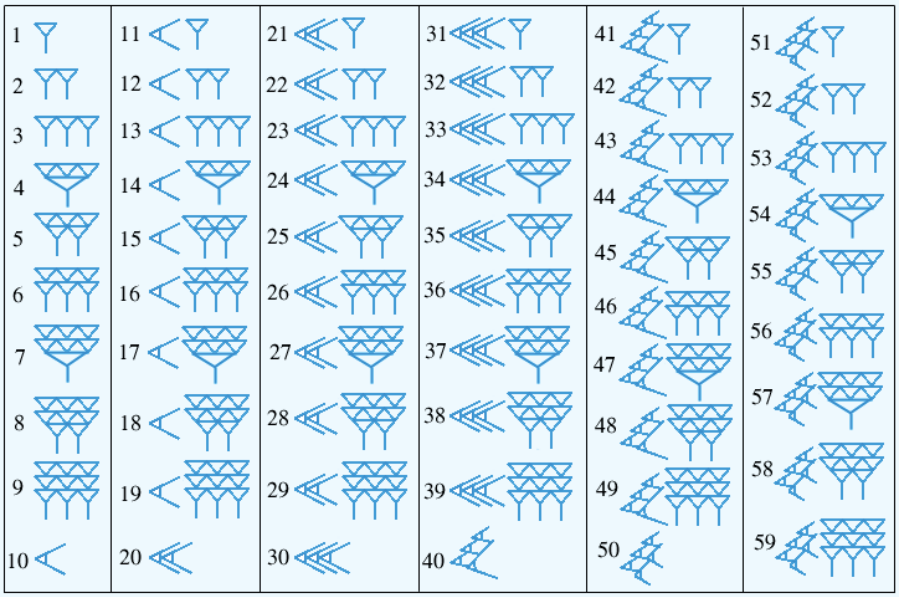
ت ۱.۵ سمبول های اساسی بابلی ها

سمبولهای اعداد بابلی از 1 الی 10 از ترکیب سمبول های اساسی تشکیل می شوند. (ج ۱.۱)

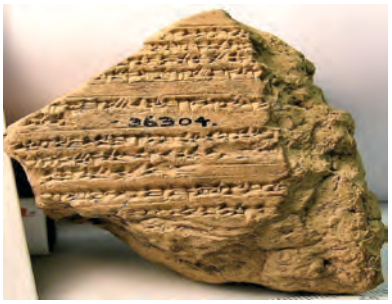


ج ۱.۱ سمبولهای اعداد بابلی از 1 الی 10

سایر سمبول های اعداد بابلی را در تصویر ۷.۱ دیده می توانید.



ت ۷.۱ سایر سمبول های اعداد بابلی.



ت ۶.۱ سمبولهای بابلی که بالای یک سنگ حک شده اند.

3- دوره ریاضیات یونانی ها : این دوره یکی از دوره های مهم انکشاف ریاضیات می باشد و ریاضیدانان مشهور مانند اقلیدس و فیثاغورث مربوط به همین دوره می باشند.



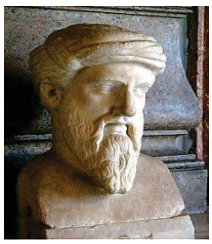
ت ۸.۱ اثری از یک نقاش آلمانی بنام مارتین وان همسکرک در قرن 16 میلادی که نشان دهنده شیوه زنده گی بابلی ها در 600 سال قبل از میلاد می باشد.در این تصویر باغهای اعمار شده روی سقف قصر پادشاه بابلی نیبوشاندنیزار دوم می باشد.



ت۹.۱ تصویری از دیموکریتوس.



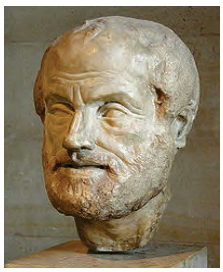
ت۱۰.۱ تصویری از اراتوستن.



ت۱۱.۱ تصویری از فیثاغورث.



ت ۱۲.۱ تصویری از ارشیمدس.



ت ۱۳.۱ تصویری از ارسطو.



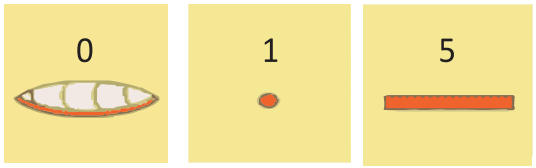
ت۱۴.۱ تصویری از تالس.



ت ۱۵.۱ مجسمه اقلیدس در پیشروی پوهنتون اکسفورد انگلستان.

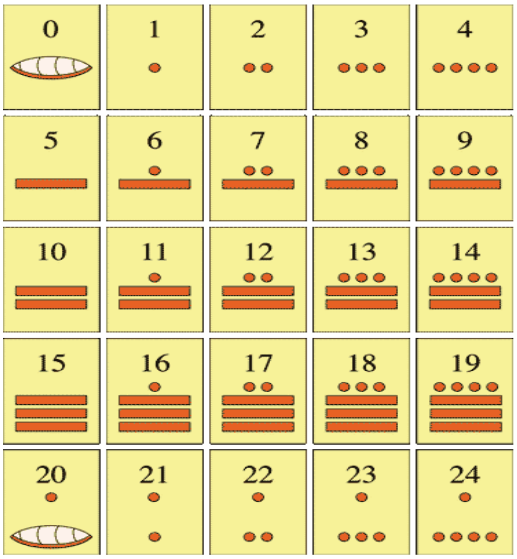
سمبول های عددی که یونانی ها استفاده می کردند، به دو شکل بوده اند، که در جدول ۱.۲ درج می باشند.

4- دوره ریاضیات مایا: در دوره ریاضیات مایا (تمدن قبل از میلاد در امریکای مرکزی) سه سمبول اساسی برای محاسبات وجود داشت.(ت ۱.۱۶)



ت ۱.۱۶ سمبولهای اساسی دوره مایا.

سایر سمبولهای مایایی در تصویر ۱.۱۷ درج می باشد.



ت ۱.۱۷ سایر سمبول های مایایی.

5- دوره ریاضیات چینایی ها: سمبول های عددی که چینایی‌ها قبل از میلاد استفاده می کردند در جدول ۱.۳ درج می باشد.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨	𝍩

ج ۱.۳ سمبول های عددی چینایی ها.

هم چنان چینایی ها برای شمارش از وسیله بنام abacus یا چارت نیز استفاده می کردند.(ت ۱.۱۸)

6- دوره ریاضیات اسلامی: این دوره یکی از مهمترین دوره های انکشاف ریاضیات است. بسیاری از ریاضی دانان مشهور مانند خوارزمی و البیرونی در این دوره زنده گی می کردند.

Numbers	Acrophonic Greek	Alphabetic Greek
1	Ι	α
2	ΙΙ	β
3	ΙΙΙ	γ
4	ΙΙΙΙ	δ
5	Γ	ε
6	ΓΙ	ϝ
7	ΓΙΙ	ζ
8	ΓΙΙΙ	η
9	ΓΙΙΙΙ	θ
10	Δ	ι
20	ΔΔ	κ
30	ΔΔΔ	λ
40	ΔΔΔΔ	μ
50	Γ	ν
60	ΓΔ	ξ
70	ΓΔΔ	ο
80	ΓΔΔΔ	π
90	ΓΔΔΔΔ	ϟ
100	Η	ρ
200	ΗΗ	σ
30	ΔΔΔ	λ
400	ΗΗΗΗ	υ
500	Γ	ϕ
600	ΓΗ	χ
700	ΓΗΗ	ψ
800	ΓΗΗΗ	ω
900	ΓΗΗΗΗ	ϡ

ج ۱.۲ سمبـــــول های عددی یونانی.



ت ۱.۱۸ چارت.



ت ۱.۱۹ مجسمه خوارزمی در پوهنتون امیر کبیر ایران.



ت ۱.۲۰ عکس خوارزمی در تکت پستی شوروی سابق.



ت ۱.۲۱ صفحه از کتاب الجبر و المقابله تألیف الخوارزمی.



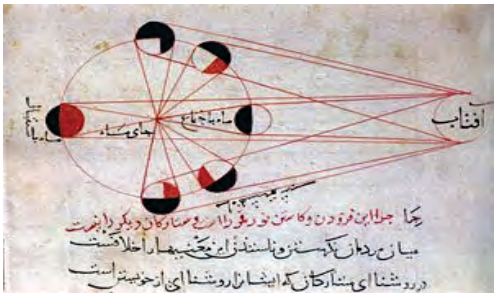
ت ۱.۲۲ عکس عمر خیام.



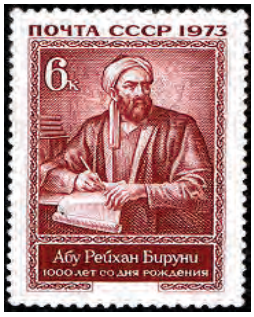
ت ۱.۲۳ عکس ابن سینا در تکت پستی دبی.



ت ۱.۲۴ عکس البیرونی در تکت پستی افغانستان.



ت ۱.۲۵ صفحه از کتاب البیرونی.



ت ۱.۲۶ عکس البیرونی در تکت پستی شوروی سابق.

۱.۴ اعداد و سمبول های اعداد

انسان ها در طول تاریخ ضرورت به شمارش و اندازه گیری داشته و برای این منظور از وسایل مختلف،نام های مختلف وسمبول های مختلفی استفاده کرده اند. با گذشت زمان این وسایل، نام ها و سمبول ها انکشاف کرده و بشکل امروزی آن تبدیل شده اند. اینک به مطالعه و بررسی برخی از آنها می پردازیم. (برای معلومات بیشتر به موضوع فصل در عمل شماره ۱.۱ مراجعه کنید.)

1- سمبول های اعداد هندوعربیک: در ادوار گذشته تاریخی روابط عمیق تجاری از طریق راه های بحری و بری بین کشور های هندوستان و عربستان وجود داشت، و امتعه تجاری همواره بین این کشور ها تبادله می شد. به همین اساس برای حساب گیری و اندازه گیری این متاع ضرورت به یک سیستم حساب گیری و اندازه گیری پیدا شد تا بالاخره سمبول های را برای نشان دادن تعداد، مقدار و غیره کمیت ها بمیان آوردند. سمبول های عددی که در هند بوجود آمدند امروز بنام ارقام هندو عربیک یاد میشوند.این سمبول ها با ترجمه کتاب حساب هندی محمد بن موسیٰ به اروپاییها معرفی شدند. شما در این کتاب نیز با سمبول های اعداد هندو عربیک کار می کنید.سمبول های هندو عربیک در تصویر ۱.۲۷ درج می باشد.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

ت ۱.۲۷ سمبول های اعداد هندو عربیک.

سمبول های اعداد هندو عربیک در اوایل اشکال مغلق داشتند که با گذشت زمان به شکل امروزی تبدیل شده اند.(ت ۱.۲۹)

همچنان عربها نیز سمبولهای عددی را بمیان آوردند که بنام سمبولهای اعداد شرقی یاد می شوند.(ت ۱.۲۸)

۰,۱, ۲, ۳, ٤, ٥, ٦, ۷, ۸, ۹

ت ۱.۲۸ سمبول های اعداد شرقی.

2- سمبول های اعداد رومی: قبل از اینکه اروپایی ها با سمبول های هندو عربیک آشنا شوند از سمبول های رومی استفاده میکردند.این سمبول ها تا هنوز نیز در ساعت ها، فهرست کتابها، اسم ها و در مکان های مذهبی عیسویها استفاده میشوند. (ج ۱.۴)

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

ج ۱.۴ سمبول های اعداد رومی.

سایر سمبول های رومی از ترکیب سمبول های اساسی بوجود میایند، طوریکه:

الف:سمبول های I, X, C, M سه بار تکرار شده می توانند.
ب :سمبول های D, L, V هیچگاه تکرار شده نمی توانند ویا به عبارت دیگر جمع و تفریق نمی شوند.
ج :اگر سمبول کوچک به طرف چپ سمبول بزرگ نوشته شود به معنیٰ تفریق و اگر به طرف راست سمبول بزرگ نوشته شود به معنیٰ جمع می باشد.
د :برای ارایه اعداد بزرگتر از 1000 از علامه (‾) بالای سمبول های اساسی استفاده میشود که به معنای هزار برابر میباشد.

۱.۱ مثال.....

اعداد رومی از 1 الیٰ 20 را با درنظرداشت قواعد فوق بنویسید.

حل:

I II III IV V VI VII VIII IX X XI XII XIII XIV XV XVI XVII XVIII XIX XX.

۲.۱ مثال.....

اعداد 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 را به سمبول های رومی بنویسید.

حل:

X XX XXX XL L LX LXX LXXX XC

تمرین: اعداد 252, 380, 600, 789, 987, 999, 1210 را به سمبول های رومی بنویسید.

جواب :

CCLII, CCCLXXX, DC, CMLXXXVII, DCCLXXXIX,CMXCIX,MCCX



ت ۱.۲۹ سیر انکشاف سمبول های اعداد از چپ به راست.



ت ۱.۳۰ سمبول های اعداد رومی در ساعت.

1	I	21	XXI	41	XLI	61	LXI	81	LXXXI
2	II	22	XXII	42	XLII	62	LXII	82	LXXXII
3	III	23	XXIII	43	XLIII	63	LXIII	83	LXXXIII
4	IV	24	XXIV	44	XLIV	64	LXIV	84	LXXXIV
5	V	25	XXV	45	XLV	65	LXV	85	LXXXV
6	VI	26	XXVI	46	XLVI	66	LXVI	86	LXXXVI
7	VII	27	XXVII	47	XLVII	67	LXVII	87	LXXXVII
8	VIII	28	XXVIII	48	XLVIII	68	LXVIII	88	LXXXVIII
9	IX	29	XXIX	49	XLIX	69	LXIX	89	LXXXIX
10	X	30	XXX	50	L	70	LXX	90	XC
11	XI	31	XXXI	51	LI	71	LXXI	91	XCI
12	XII	32	XXXII	52	LII	72	LXXII	92	XCII
13	XIII	33	XXXIII	53	LIII	73	LXXIII	93	XCIII
14	XIV	34	XXXIV	54	LIV	74	LXXIV	94	XCIV
15	XV	35	XXXV	55	LV	75	LXXV	95	XCV
16	XVI	36	XXXVI	56	LVI	76	LXXVI	96	XCVI
17	XVII	37	XXXVII	57	LVII	77	LXXVII	97	XCVII
18	XVIII	38	XXXVIII	58	LVIII	78	LXXVIII	98	XCVIII
19	XIX	39	XXXIX	59	LIX	79	LXXIX	99	XCIX
20	XX	40	XL	60	LX	80	LXXX	100	C

ت ۱.۳۲ سمبول های عددی رومی از 1 الی[1] 100.



ت ۱.۳۱ عدد 13 رومی که بالای یک سنگ حک شده است.

۱.۱ موضوع فصل در عمل.....

بمیان آمدن محاسبات

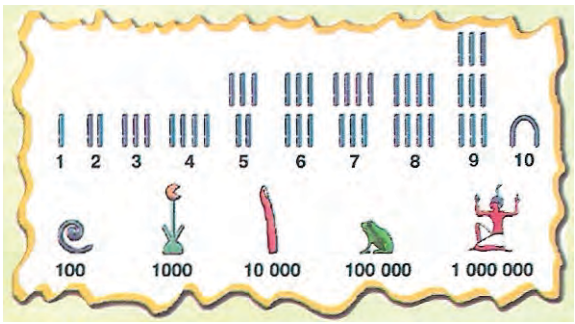


در طول تاریخ انسان ها ضرورت به محاسبه داشته اند. در ادوار بسیار گذشته یک چوپان جهت حساب کردن گوسفندانش با خود یک بکس از سنگ ریزه ها و دانه های ریگ را انتقال می داد. هر گاه می خواست رمه خود را حساب کند، هر یک از سنگ ریزه ها را به یک یک از گوسفندان منسوب ساخته وبالا خره خود را مطمئن می ساخت که هیچ یک از گوسفندانش مفقود نشده، اما چوپان هر گز نمی دانست که به چه تعداد گوسفند دارد. در جواب به این سوال که چند گوسفند دارد؟ چوپان سنگ ریزه ها را نشان می داد، چون هیچ نامی برای نشان دادن تعداد گوسفندانش نداشت.

بعداً با گذشت زمان انسان ها جهت جواب دادن به سوال های چون (چه مقدار؟ و چه تعداد؟) به استفاده از نام های اشیای اطراف خود پرداختند.مثلاً: برای نشان دادن عدد 5 از دست استفاده می کردند، جهت نشان دادن عدد4 از نام گل های چهار برگه استفاده می کردند. به همین ترتیب در هر تمدن نام های مشخص را جهت نشان دادن اعداد مختلف استفاده می کردند؛ اما چون هدف همه آنها تنها حساب کردن بود بسیار زود متوجه شدند که یک ارتباط عمیق بین این نام ها وجود دارد؛ مثلاً : پنج گوسفند، پنج سنگ و یک دست، که همین خود آغازگر مفکوره عدد و نمبر بود.

بلاخره انسان ها شروع به نام گذاری ترتیبی اعداد نمودند. مثلاً: چوپان، دیگر به عوض استفاده از بکس سنگ می توانست نام مشخص برای عدد 1 بعداً نام مشخص برای عدد 2 و بعداً نام مشخص برای عدد 3 را استفاده کرده و گوسفندانش را حساب کند. به همین ترتیب با گذشت زمان در هر گوشه و کنار یک سیستم حساب گیری انکشاف کرد.

پنج هزار سال قبل از امروز مصری ها یک مجموعه از سمبول های خاص را که بنام خط هیروگلیف یاد می شد، جهت نشان دادن مرتبه های یکها، ده ها، صد ها و غیره بمیان آوردند.ما امروز سیستم اعداد مصری را به نام سیستم اعشاری نیز یاد می کنیم[1].چون اعداد در این سیستم دارای ارزش موقعیتی بودند.در سیستم اعداد مصری هفت سمبول مختلف برای نشان دادن اعداد 1000000,100000,10000,1000,100,10,1 استفاده می شد.



در حدود 450 سال قبل از میلاد یونانی ها نیز از سیستم اعداد مشابه به سیستم اعشاری استفاده می کردند. یونانی ها هشت حرف اول الفبا را به عوض هشت عدد (از 1 الی 8) استفاده می کردند برای عدد 9 یک سمبول مشخص و برای صفر هیچ سمبولی وجود نداشت.

[1] سیستم اعشاری: عبارت از سیستم اعدادی می باشد که عدد نظر به موقعیت آن ارزش دارد و ارزش آن به اساس عدد 10 و توان های عدد10 تعیین می شود.

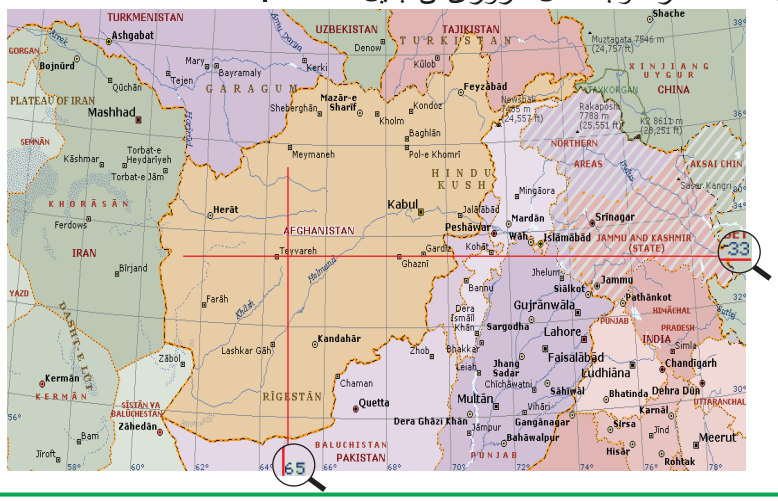
رومی ها نیز سیستم مشابه به سیستم اعشاری را انکشاف دادند.در این سیستم عدد5 و بعضی از مضرب های عدد 5 مورد استفاده قرار گرفت (ج.۱.۳) مثلاً: در این سیستم عدد 1863را به شکل MDCCCLXIII می نوشتند.

1863=MDCCCLXIII

تمام سیستم های اعداد مشابه به سیستم اعشاری نبودند. در حدود 300 سال قبل از میلاد بابلی ها سیستم اعداد به قاعده عدد60 (Hexadecimal)را انکشاف دادند.این سیستم فعلاً هم در تعیین موقعیت نیز استفاده می شود. مثلاً: موقعیت جغرافیایی افغانستان 33 درجه عرض البلد شمالی و 65 درجه طول البلد شرقی می باشد. در این شیوه موقعیت گذاری، کره زمین را به 360 درجه طول البلد و 180 درجه عرض البلد و همچنان هر درجه را به 60 دقیقه و هر دقیقه را به 60 ثانیه تقسیم می کنند.از توضیحات فوق دیده می شود که سیستم مدرن موقعیت گذاری فعلی بسیار مشابه به سیستم اعداد بابلی می باشد.

در اکثر سیستم های فوق اعداد را بشکل افقی می نوشتند؛ در حالیکه بعضی سیستم های اعداد مثلاً چینایی ها اعداد را بشکل عمودی می نوشتند و همچنان در سیستم اعداد مایایی نیز اعداد بشکل عمودی بود.سیستم اعداد چینایی به قاعده عدد 10و سیستم اعداد مایایی به قاعده عدد 20 استوار بود.

یکی از مهم ترین واقعات در تاریخ ریاضیات، بمیان آمدن عدد صفر می باشد که سمبول آن توسط براهما گوپتا عالم هندی بمیان آمد و واولین بار توسط ریاضیدان مسلمان محمد بن موسیٰ الخوارزمی(850-780) میلادی استفاده شد. سیستم مدرن اعداد فعلی را بنام سیستم اعداد هند و عربیک یاد می کنند بخاطریکه هندی ها بمیان آورنده آن و تاجران عرب معرفی کننده آن به اروپا بودند. این سیستم در اوایل شکل فعلی آن را نداشت بلکه با مرور زمان انکشاف کرده و به شکل امروزی آن تبدیل شده است.





۱.۱ خلاصه فصل.....

- ریاضیات عبارت از مطالعه و اندازه گیری خواص و روابط کمیت ها توسط اعداد و سمبول ها می باشد.
- ریاضیات به پنج بخش تقسیم شده که عبارت اند از: حساب، الجبر، هندسه، مثلثات و ریاضیات عالی.
- ریاضیات فعلی محصول انکشاف ادوار مختلف تاریخی و تمدن های انسانی می باشد. ادوار انکشاف تدریجی ریاضیات را به هشت دوره تقسیم کرده اند، که عبارت اند از:

1- دوره ریاضیات مصریها.
2- دوره ریاضیات بابلی ها.
3- دوره ریاضیات یونان باستان.
4- دوره ریاضیات چینایی ها.
5- دوره ریاضیات تمدن مایا.
6- دوره ریاضیات هندی ها.
7- دوره ریاضیات اسلامی.
8- دوره ریاضیات اروپایی ها.

- مصری ها جهت نشان دادن اعداد از تصاویر اشیای اطراف خود استفاده می کردند.
- بابلی ها جهت نشان دادن اعداد از خط میخی استفاده می کردند.
- ریاضی دانان مشهور چون فیثاغورث و اقلیدس در دوره یونانی ها زیست داشتند.
- در دوره ریاضیات مایا سه سمبول اساسی وجود داشت.
- سمبول های اعداد را که امروزه در محاسبات استفاده می کنیم سمبول های هندو عربیک می باشد.
- در اروپا قبل از سمبول های هندو عربیک از سمبول های اعداد رومی استفاده می کردند. امروزه نیز در ساعت ها، فهرست کتابها، اسم ها و در مکان های مذهبی عیسویها استفاده می شود.

سوالات تشریحی...

1- ریاضیات را تعریف نمایید.
2- ریاضیات به چند بخش تفسیم می شود؟
3- در دوره ریاضیات بابلی ها از کدام خط استفاده می شد؟
4- اقلیدس و فیثاغورث در کدام دوره انکشافی ریاضیات زنده گی می کردند؟
5- در دوره ریاضیات مایایی جهت نشان دادن اعداد از چند سمبول استفاده می شد؟
6- محمد بن موسیٰ الخوارزمی، ریاضی دان مسلمان در کدام سال های بعد از میلاد زنده گی می کرد؟
7- سمبول های هندو عربیک برای اولین بار توسط کی به اروپایی ها معرفی شد؟
8- سمبول عدد صفر برای اولین بار توسط کدام عالم استفاده شد؟
9- در سیستم اعداد هند و عربیک و شرقی چند سمبول اساسی وجود دارد؟
10- به نظر شما بهترین سیستم اعداد جهت محاسبات کدام سیستم است با استدلال بیان نمایید.

سوالات حل شدنی...

11- اعداد ذیل را به اعداد هندوعربیک بنویسید:

الف. 

ب. 

ج. 

12- اعداد هندو عربیک ذیل را به اعداد رومی تبدیل نمایید:

الف. 142
ب. 570
ج. 12146
د. 57300

13- اعداد بابلی ذیل را به اعداد هندو عربیک تبدیل نمایید:

الف. 

ب. 

ج. 

14- با استفاده از خط میخی اعداد ذیل را بنویسید:

الف. 12
ب. 21
ج. 33
د. 52

15- اعداد رومی ذیل رابه اعداد هندوعربیک تبدیل نمایید:

الف. XXII
ب. LXIV
ج. CXLII

16- اعداد شرقی ذیل را به اعداد رومی تبدیل نمایید:

الف. ۲۴
ب. ۱۲۱
ج. ۵۷۰
د. ۲۰۱۳

17- اعداد مایایی ذیل را به اعداد شرقی بنویسید:

الف. 

ب. 

ج. 

18- اعداد شرقی ذیل را به اعداد مایایی تبدیل کنید:

الف. ۸
ب. ۱۳
ج. ۱۸
د. ۲۲

1- کلمه ریاضیات از کلمه ذیل گرفته شده است.

الف. ریاضت ب. پرهیزکاری ج. رازها د. هیچکدام

2- دردوره ریاضیات مصری اعداد یکی از اشکال ذیل را داشت؟

الف. اعداد تصویری ج. اعداد سمبولیک
ب. اعداد میخی د. هیچکدام

3- دردوره ریاضیات بابلی ها اعداد یکی از اشکال ذیل را داشت.

الف. اعداد تصویری ج. اعداد سمبولیک
ب. اعداد میخی د. اعداد حروفی

4- کدام یکی ازعلمای مشهورذیل در دوره یونانی ها زنده گی می کرد؟

الف. اقلیدس ج. محمد بن موسیٰ
ب. فیثاغورث د. الف و ب

5- در دوره ریاضیات مایا چند سمبول اساسی وجود داشت؟

الف. پنج ب. چهار ج. سه د. ده

6- از چـــارت یا (abacus) برای اولین بارکـدام مردم استفاده کردند؟

الف. چینایی ها ج. مصری ها
ب. یونانی ها د. بابلی ها

7- کدام یکی از علمای مشهور ذیل مسلمان بود؟

الف. محمد بن موسیٰ الخوارزمی ج. البیرونی
ب. ابن سینا د. همه

8- سمبول های اعداد هندوعربیک در کجا بمیان آمدند؟

الف. هند ج. هند و عربستان
ب. عربستان د. شرق میانه

9- سمبول های اساسی اعداد رومی چند اند؟

الف. نه ج. هشت
ب. هفت د. شش

10- در اعداد رومی سمبول های ذیل تکرار شده می توانند.

الف. D ج. C
ب. X د. ب و ج

11- دراعداد رومی سمبول های ذیل تکرار شده نمی توانند.

الف. L ج. I
ب. V د. الف و ب

12- در اعداد رومی اگر سمبـــول نشـــان دهنده عدد کوچک طرف راست سمبول نشان دهنده عدد بزرگ نوشته شود یکی از معانی ذیل را افاده می کند.

الف. جمع ج. تفریق
ب. هزار چند ساختن عدد د. هیچکدام

13- در اعداد رومی اگر سمبول نشان دهنده عدد کوچک طرف چپ سمبـول نشـان دهنده عدد بـزرگ نوشـته شـود یکی از معانی ذیل را افاده می کند.

الف. جمع ج. تفریق
ب. هزار چند ساختن عدد د. هیچکدام

14- محمد بن موسیٰ الخوارزمی در بین یکی از سالهای ذیل زنده گی می کرد.

الف. 780-850 م. ج. 750-870 م.
ب. 780-870 م. د. 750-880 م.

15- خطی را که مصری ها تقریباً 3000 سال قبل از میلاد انکشاف دادند بنام یکی از خط های ذیل یاد می شود.

الف. خط هیروگلیف ج. خط مصری
ب.خط پتروگلیف د. خط میخی

16- سمبـول های اعداد هندوعربیک توسـط کی بـه اروپایی ها معرفی شد؟

الف. تاجران عرب ج. رومی ها
ب. مردم عوام د. مردم هند

1- ریاضیات به چند بخش تقسیم شده است؟

الف. 1 ب. 2 ج. 3 د. 5

2- بابلی ها در کدام یکی از مناطق ذیل زنده گی داشتند؟

الف. عراق ج. لبنان
ب. کویت د. فلسطین

3- سمبول های عددی که یونانی ها استفاده می کردند به چند شکل بود؟

الف. دو شکل ج. یک شکل
ب. سه شکل د. چهار شکل

4- سمبول های اعداد شرقی را کی ها بمیان آوردند؟

الف. هندی ها ج. شرقی ها
ب. عرب ها د. هندی ها و عرب ها

5- عدد 19 به سیستم ارقام رومی یکی از جوابات ذیل است.

الف. XXI ب. XIX ج. XXIX د. IX

6- عدد 41 به سیستم ارقام رومی یکی از جوابات ذیل است.

الف. XLI ج. LI
ب. XXXXI د. XLII

7- عدد MCM به سیستم ارقام هند و عربیک یکی از جوابات ذیل است.

الف. 1900 ج. 1990
ب. 1999 د. 1911

8- عدد 99 به سیستم ارقام رومی یکی از جوابات ذیل است.

الف. IC ج. CIX
ب. XCIX د. XCX

9- عدد 5520 به سیستم ارقام رومی یکی از جوابات ذیل است.

الف. $\overline{V}$DXX ب. $\overline{V}$VXX
ج. VDXX د. $\overline{V}$LXX

10- عدد 123 به سیستم ارقام رومی یکی از جوابات ذیل است.

الف. CXXI ج. CXXIII
ب. CIXX د. CIIIXX

11- عدد DLV به سیستم ارقام هند و عربیک یکی از جوابات ذیل است.

الف. 555 ج. 5050
ب. 5005 د. 50055

12- عدد $\overline{C}\overline{X}$MCXI به سیستم ارقام هند و عربیک یکی از جوابات ذیل است.

الف. 111111 ج. 101110
ب. 111000111 د. 101011

13- عدد MCMXCIX به سیستم ارقام هند و عربیک یکی از جوابات ذیل است.

الف. 1990 ج. 1999
ب. 1909 د. 1099

14- عدد DCCL به سیستم ارقام هند و عربیک یکی از جوابات ذیل است.

الف. 705 ج. 750
ب. 7500 د. 70050

15- با در نظر داشت ارزش موقعیتی در عدد ABCD ارزش کدام رقم بیشتر است؟

الف. A ج. C
ب. B د. D

16- با در نظر داشت ارزش موقعیتی در عدد 174342 ارزش کدام رقم بیشتر است؟

الف. 3 ج. 4
ب. 1 د. 7

فصل ۲

حساب

در این فصل ...

۱.۲ حساب
۲.۲ رقم و عدد
۳.۲ مقایسه اعداد طبیعی و تعداد اعداد طبیعی بین دو عدد
۴.۲ خواندن و نوشتن اعداد
۵.۲ گسترش اعداد کامل

دنیای که ما در آن زنده گی می کنیم همواره در حال تغییر و پیشرفت بوده است. تغییرات آنی همیشه در محیط و ماحول ما رخ می دهد و همیشه برای ما خیلی تعجب آور بوده است. با کار کردن با کامپیوتر و بالاخره دیدن و درک قدرت کارایی آن به فکر فرو می رویم اما این همه وسایل با همه امکانات آنها محصول یک انقلاب آنی نیستند. بلکه محصول زحمات و تلاش های چندین ساله علمای ساینس می باشد. سر آغاز این همه وسایل مدرن و پیشرفته بسته های بسیار ساده و بسیط بوده اند، که اساس و پایه آنها را اعداد، ارقام و خلاصه حساب تشکیل می داد، و به اثر تلاش فراوان ساینس دانان در طول تاریخ انکشاف کرده و به شکل امروزی آن تبدیل شده اند. برای درک کارایی این همه وسایل که روزمره با آنها سروکار داریم چه بهتر که از همه اولتر با حساب و اعداد آشنا شویم.

۱.۲ حساب (Arithmetic)

کلمه Arithmetic از کلمه یونانی Arithmos (ارتموس) که به معنیٰ عدد می باشد گرفته شده است. حساب بدو بخش تقسیم شده است که عبارت اند از:

1- حساب ابتدایی

2- حساب عالی

۱.۲ تعریف.....

حساب ابتدایی علمیست که از خواص ابتدایی عملیه های مخصوص بالای اعداد بحث میکند.

حساب عالی یک بخش دیگر علم حساب است که بنام تیوری اعداد نیز یاد می شود.



ت ۲.۱ قیمت حروف در حساب ابجد.

موارد استفاده از علم حساب:

1-علم حساب برای درک سایر بخشهای ریاضیات (الجبر، هندسه، مثلثات)، فزیک و کیمیا ضروری است.

2- از علم حساب در محاسبات روزمره بطور وسیع استفاده می شود.

3- از علم حساب در ادبیات نیز استفاده می شود.

مانند این اشعار فردوسی:

ز هجرت شده پنج هشتاد بار که گفتم من این نامه شاهوار

در این بیت فردوسی سال 400 =80·5 هجری قمری را سال تالیف شاهنامه بیان میکند.

ز سُم ستوران در آن پهن دشت زمین شد شش و آسمان گشت هشت

در این شعر فردوسی از عملیه های جمع و تفریق استفاده کرده است.

4- یک بخش علم حساب بنام حساب ابجد یاد می شود. در این بخش حروف الفبای عربی دارای قیمت های عددی هستند و طبق آن یک کلمه و یا یک عبارت به عدد ارایه شده می تواند. بطور مثال:بسم الله الرحمٰن الرحیم به 786 نشان داده می شود.

قیمت حروف در حساب ابجد در تصویر ۱.۲ درج می باشد.

۱.۲ مثال.....

با در نظر داشت قیمت های حروف در حساب ابجد قیمت عددی کلمه انیس چند می شود؟

حل:

قیمت عددی حروف کلمه انیس ذیلاً داده شده است.

ا	ن	ی	س
1	50	10	60

1+50+10+60=121

تمرین: نظر به حساب ابجد قیمت عددی کلمه مهتاب را دریابید؟

جواب:448

۲.۲ مثال.....

شعر ذیل تاریخ وفات عطا ملک جوینی را نشان میدهد.

چو مخفی گشت زیر پرده خاک (خفا) از سال وفاتش خبر داد

با در نظر داشت این شعر، سال وفات عطا ملک را دریابید.

حل:

با در نظر داشت حساب ابجد قیمت عددی کلمهٔ (خفا) مساوی به 681 می شود که سال وفات عطا ملک می باشد.

۲.۲رقم و عدد

۲.۲ تعریف.....

رقم(Digit): نشانه های اند که برای ارایه و ترتیب نمودن اعداد از آنها استفاده می شود. در سیستم هند و عربیک ده رقم اساسی (0الی9) وجود دارد.

۳.۲ تعریف.....

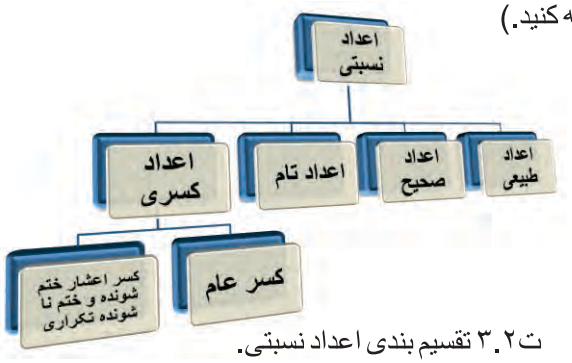
عدد(Number):عدد یک مفکوره ذهنی است که برای پیمایش و اندازه گیری استفاده می شود.

اعداد در ابتدا به سه بخش عمده حقیقی، موهومی و مختلط تقسیم می شوند.اعداد حقیقی بعداً به اعداد نسبتی و غیر نسبتی تقسیم می شود.(به ت۲.۲ مراجعه کنید.)



ت ۲.۲ تقسیم بندی اعداد.

اعداد نسبتی به بخش های اعداد طبیعی، اعداد صحیح، اعداد تام و اعداد کسری تقسیم می شود.اعداد کسری به نوبه خود به کسر عام و اعشار ختم شونده و ختم ناشونده تکراری تقسیم می شود.(به ت۲.۳ مراجعه کنید.)



ت۲.۳ تقسیم بندی اعداد نسبتی.

اعداد غیر نسبتی را بعداً مفصلاً مورد مطالعه قرار می دهیم.

نوت

هر رقم یک عدد است ولی هر عدد یک رقم نیست زیرا هر عدد بزرگتر از 9 حد اقل از دو رقم تشکیل شده است.

موضوع بحث این فصل و چند فصل بعدی اعداد و عملیه های مربوط به اعداد میباشد. اینک اعداد را یک به یک مورد مطالعه و بررسی قرار می دهیم:

اعداد طبیعی (Natural numbers): ست اعداد {1, 2, 3, 4,...} =N بنام ست اعداد طبیعی یا شمارش یاد می شود. از این ست اعداد روزمره در محاورات و حل مشکلات خویش استفاده زیاد می نماییم. مثلاً: می گوییم «در رو ی میز 6 سکه وجود دارد.» «احمد پنجم نمره است.» و غیره...
بدین لحاظ اعداد طبیعی را به چهار شکل ذیل تصنیف می کنند.(به ت ۲.۴ مراجعه کنید)



ت۲.۴ تقسیم بندی اعداد طبیعی به چهار شکل آن.

1- اعداد طبیعی اولیه و مرکب: برای فعلاً مبحث اعداد اولیه و مرکب را به تعویق می اندازیم این بحث را مفصلاً در درس های آینده دنبال خواهیم کرد.

2- اعداد اصلی و ترتیبی: اعدادیکه برای شمارش کمیت ها استفاده می شوند اعداد تدریجی و یا اصلی نامیده میشوند.
مانند اعداد: 7, 24, 138و غیره...
اعدادیکه برای نشان دادن موقیعت و مرتبه استفاده می شوند اعداد ترتیبی نامیده می شوند.
مانند:اول، دوم، سوم و غیره...

3-اعداد مجرد و مشخص :هر عددیکه بدون واحد ذکر شود مجرد یا مطلق نامیده می شود.
مانند اعداد: 1, 4, 7و غیره...
هر عددیکه با واحد ذکر شود مشخص یا مقید نامیده می شود.
مانند اعداد: 3متر، 7کیلوگرام و غیره...

4-اعداد طبیعی جفت و طاق: هر عددیکه اولین رقم سمت راست آن 0, 2, 4, 6, 8 باشد عدد جفت و هر عددیکه اولین رقم سمت راست آن 1, 3, 5, 7, 9 باشد عدد طاق میباشد.
اعداد طاق :1, 9, 87, 255, 33467 وغیره...
اعداد جفت : 2, 8, 96, 348, 46546 وغیره...

اعداد صحیح یا کامل (Whole Numbers): ست اعداد طبیعی به شمول صفر بنام ست اعداد کامل یاد میشود و قرار ذیل می باشد:

W={0, 1, 2, 3, 4, ...}

عدد صفر را بعضی کتاب ها در جمله اعداد طبیعی و بعضی کتاب ها در جمله اعداد کامل شامل ساخته اند و هر کدام دلایل مختلف برای اثبات آن ارایه کرده اند. ولی در اکثریت کتاب ها مولفین عدد صفر را در جمله اعداد کامل می گیرند.
بناً ما نیز عدد صفر را در جمله اعداد کامل شامل می سازیم.

نوت

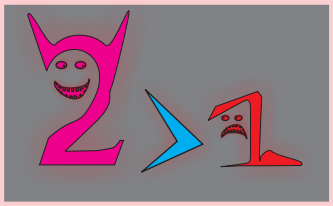
اعداد جفت و طاق را در بعضی کتاب ها چنین تعریف می کنند:
اعداد جفت اعدادی اند که بالای عدد 2پوره قابل تقسیم اند و اعداد طاق اعدادی اند که بالای عدد 2 پوره قابل تقسیم نیستند. ولی ما در این جا از این تعریف صرف نظر نمودیم زیرا قبل از مبحث قابلیت های تقسیم آنرا ضروری ندانستیم.

نوت

علما در مورد عدد صفر که آیا یک عدد طبیعی است یا یک عدد کامل گاهی به اتفاق کلی نمی رسند. اما در این کتاب عدد صفر را در جمله اعداد صحیح می شماریم.

۲.۳مقایسه اعداد طبیعی و تعداد اعداد طبیعی بین دو عدد

برای مقایسه اعداد طبیعی از سمبول های ذیل استفاده می شود.(به ج ۱.۲ مراجعه کنید)



مثالها	معنیٰ	سمبول
3=3	مساوی است	=
3≠4	مساوی نیست	≠
5>4	بزرگتر از	>
7<8	کوچکتر از	<

ج ۱.۲ سمبول ها و معنیٰ آن.

۳.۲ مثال.....

تعداد اعداد طبیعی بین اعداد 2 و 7 را تعیین کنید.

حل:

2, 3, 4, 5, 6, 7
↓ ↓ ↓ ↓
1 2 3 4

طوریکه دیده می شود بین اعداد 2 و 7 چهار عدد طبیعی وجود دارد.

تمرین: بین اعداد 11 و 18 چند عدد طبیعی دیگر وجود دارد؟
جواب: شش عدد.

طریقـه فوق یک طریقـه کلی نمی باشـد. مثلاً: اگر تعداد اعداد بـین اعداد 123 و 5435 خواسته شود، این طریقه جواب گو نمی باشد. بناً برای دریافت تعداد اعداد طبیعی بین دو عدد طبیعی از طریقه ذیل استفاده می کنیم: اگر a و b دو عدد طبیعی باشند طوریکه a>b باشد بین این دو عدد به تعداد n=(a-b) -1 عدد طبیعی وجود دارد.

۴.۲ مثال.....

تعداد اعداد طبیعی بین اعداد 23 و79را تعیین کنید.

حل:

a=79
b=23
$n=(a-b)-1\rightarrow(79-23)-1=\underline{55}$

دیده می شود که بین این دو عدد 55 عدد طبیعی وجود دارد.

تمرین: تعداد اعداد طبیعی بین اعداد 64 و 851 را تعیین نمایید.
جواب:786

مثال ۵.۲

بین دو عدد a و b به تعداد 20 عدد طبیعی وجود دارد. اگر a>b و b=5 باشد، قیمت a را دریابید.

$b = 5$

$a = b +$ تعداد اعداد طبیعی $+1$

$a = 5 + 20 + 1 = 26$

تمرین: بین دو عدد a و b به تعداد 34 عدد طبیعی وجود دارد. اگر a>b و b=50 باشد، قیمت a را در یابید؟

جواب: 85

۲.۴ خواندن و نوشتن اعداد

در ریاضیات اعداد به قاعده های مختلف خوانده و نوشته میشوند.مانند سیستم اعداد به قاعده 2،سیستم اعداد به قاعده 8،سیستم اعداد به قاعده 10،سیستم اعداد به قاعده 16 و غیره...
از سیستم اعداد به قاعده 2 در تکنالوژی کمپیوتر ها و غیره اشیای دیجیتلی،از سیستم اعداد به قاعده 5 در گزارشات مخفی و استخبارات استفاده به عمل می آید.

تعریف ۴.۲

قاعده در یک سیستم اعداد نویسی عبارت از تعداد ارقام اساسی همان سیستم می باشد که تمامی اعداد دیگر از ترکیب این ارقام اساسی تشکیل می شوند.

نوت

سیستم اعشاری عبارت از سیستمی است که در آن ارقام اساسی سیستم دارای ارزش موقعیتی باشند.

سیستم اعداد نویسی را که روزمره با آن سرو کار داریم، سیستم اعداد نویسی به قاعده 10می نامند. زیرا در این سیستم 10رقم اساسی وجود دارد، که تمامی اعداد دیگر در این سیستم از ترکیب این ارقام بمیان می آیند. همچنان در این سیستم ارقام دارای ارزش موقعیتی می باشند. طوریکه هر رقم نظر به موقعیت آن دارای یک ارزش معین می شود و این ارزش نظر به عدد 10و توان های عدد10 تعیین می شود.از همین رو سیستم اعداد نویسی به قاعده 10را سیستم اعشاری نیز گویند.
در این سیستم برای خواندن اعداد طبقه ها و مرتبه هاوجود دارد طوریکه هر طبقه دارای سه مرتبه میباشد یعنی بعداز ختم شدن سه مرتبه در یک طبقه، طبقه بعدی آغاز می شود.(ج۲.۲)

نوت

در ریاضیات تمام افاده ها از سمت چپ به سمت راست خوانده می شود. بطور مثال: اعداد، عملیه ها و غیره...

شماره	نام طبقه	اولین عدد
1	واحد	1
2	هزار	10^3
3	میلیون	10^6
4	میلیارد(بیلیون)	10^9
5	تریلیون	10^{12}
6	کوادریلیون	10^{15}

شماره	نام طبقه	اولین عدد
7	کوینتلیون	10^{18}
8	سکستلیون	10^{21}
9	سیپتلیون	10^{24}
10	اوکتلیون	10^{27}
11	نونلیون	10^{30}
12	دسیلیون	10^{33}

ج ۲.۲ طبقه بندی مروج و اولین عدد آنها.

برای خواندن یک عدد در ابتدا عدد را از راست به چپ سه سه رقم جدا کرده و بعداً عدد را از طرف چپ به طرف راست با در نظر داشت طبقه های که سه سه رقم در آنها واقع میشود، می خوانیم.طبقه های فوق را با مرتبه های آنها در صفحه بعد دنبال کنید.

واحد			هزار			میلیون			میلیارد			تریلیون			کوادریلیون		
یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها

کوینتلیون			سکستلیون			سپتلیون			اوکتلیون			نونلیون			دسیلیون		
یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها

۶.۲ مثال.....

اعداد ذیل را بخوانید:

الف. 500
ب. 500500
ج. 500500500
د. 876543
ه. 326545632

حل:

الف. 500

عدد کاملاً در طبقه واحد جا گرفته طوریکه رقم 5 آن در مرتبه صد ها و صفر های آن در مرتبه ده ها و یک ها واقع شده است. بناءً آنرا طور ذیل می خوانیم:
«پنج صد»

واحد		
یکها	دهها	صدها
0	0	5

ب. 500500

عدد در طبقه های واحد و هزار جا گرفته طوریکه یک رقم 5 آن در مرتبه صدهای طبقه واحد و رقم 5 دیگر آن در مرتبه صدهای طبقه هزار واقع شده. بناءً عدد را طور ذیل می خوانیم:
«(پنج صد) هزار و (پنج صد)»

واحد			هزار		
یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها
0	0	5	0	0	5

نوت

طبقه میلیارد را طبقه بیلیون نیز گویند.

نوت

در خواندن اعداد نام طبقه واحد ذکر نمیشود.

ج.500500500

میلیون			هزار			واحد		
صد ها	ده ها	یکها	صد ها	ده ها	یکها	صد ها	ده ها	یکها
5	0	0	5	0	0	5	0	0

عدد داده شده در طبقه های واحد، هزار و میلیون جا گرفته طوریکه رقم های 5 آن در مرتبه صد های طبقه های فوق واقع شده بناءً عدد را طور ذیل می خوانیم:
«(پنج صد) میلیون و (پنج صد) هزار و (پنج صد)»

د.876543

این بار عدد در دو طبقه جا گرفته طوریکه رقم 8 آن در مرتبه صد ها، رقم 7 آن در مرتبه ده ها، رقم 6 آن در مرتبه یکهای طبقه هزار و به همین ترتیب ارقام 5,4,3 در مرتبه های یک ها، ده ها و صد های طبقه واحد واقع شده بناءً عدد را طور ذیل می خوانیم:

هزار			واحد		
صد ها	ده ها	یکها	صد ها	ده ها	یکها
8	7	6	5	4	3

«(هشت صد و هفتاد و شش) هزار و (پنج صد و چهل و سه)»

ه.326545632

میلیون			هزار			واحد		
صد ها	ده ها	یکها	صد ها	ده ها	یکها	صد ها	ده ها	یکها
3	2	6	5	4	5	6	3	2

به اساس توضیحات فوق عدد را طور ذیل می خوانیم:
«(سه صد و بیست و شش) میلیون و (پنج صد و چهل و پنج) هزار و (شش صد و سی و دو)»

تمرین: اعداد ذیل را بخوانید:

الف.200200200 ب.765785 ج.456789244

جواب:

الف.«(دو صد) میلیون و (دو صد) هزار و (دو صد)»
ب.«(هفت صد وشصت و پنج) هزار و (هفت صد و هشتاد و پنج)»
ج.«(چهار صد و پنجاه و شش) میلیون و (هفت صد و هشتاد و نه)هزارو(دو صد و چهل و چهار)»

برای خواندن اعداد همیشه ضروری نیست که چارت ها را تشکیل داده و اعداد را در چارت ها نوشت بلکه طریقه ساده نیز وجود دارد طوریکه عدد را سه سه خانه از راست به چپ با گذاشتن فاصله و یا علامه کامه (,) جدا کرده و سپس نام طبقه ها را مشخص ساخته و عدد را می خوانیم.

۷.۲ مثال.....

اعداد ذیل را بخوانید:

الف. 1234567

ب. 2340003427

ج. 111009400500000

د. 134892182383982098

هـ. 73297274724982309828492

حل:

الف. 1234567

1,234,567

عدد را طور ذیل میخوانیم:

«(یک) میلیون و (دو صد و سی و چهار)هزار و (پنج صد و شصت و هفت)»

ب. 2340003427

2,340,003,427

عدد را طور ذیل میخوانیم:

«(دو) میلیارد و (سه صد وچهل) میلیون و(سه) هزار و (چهار صد و بیست و هفت)»

ج. 111009400500000

111,009,400,500,000

عدد را طور ذیل میخوانیم:

«(یک صد و یازده) تریلیون و (نه) میلیارد و (چهارصد) میلیون و (پنج صد)هزار»

د. 134892182383982098

134,892,182,383,982,098

عدد را طور ذیل میخوانیم:

«(یک صد و سی و چهار) کوادریلیون و (هشت صد و نود و دو) تریلیون و (یک صد و هشتاد و دو)میلیاردو (سه صد و هشتاد و سه) میلیون و (نه صد و هشاد ودو) هزارو (نود و هشت) »

هـ. 73297274724982309828492

73,297,274,724,982,309,828,492

عدد را طور ذیل میخوانیم:

"(هفتاد و سه) سکستلیون و(دوصد ونود و هفت) کوینتلیون و(دو صد و هفتاد وچهار) کوادریلیون و(هفت صد و بیست و چهار) تریلیون و(نو صد و هشتاد و دو) میلیارد و (سه صد و نه) میلیون و (هشت صد و بیست و هشت) هزارو(چهار صد و نودو دو) "

تمرین: اعداد ذیل را بخوانید:

الف. 10,000,000,000,000,000,000,000,000,000

ب. 100,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000

جواب: الف.(ده)اوکتلیون.

ب.(صد) دسیلیون.

یک تعداد اعداد دارای نام های معمولی نیز هستند که روزمره از آنها استفاده زیادی میشود. مثالهای مهم آنها را در جدول ۲.۳ درج می باشد.

نام معمولی	نام علمی	اعداد
یک لک	صد هزار	100 000
نه لک	نه صد هزار	900 000
ده لک	یک میلیون	1 000 000
نود لک	نه میلیون	9 000 000
صد لک	ده میلیون	10 000 000
هزار میلیون	یک میلیارد	1 000 000 000

ج ۲.۳ نام های معمولی بعضی اعداد.

نوت

عدد 10^{100} بنام گوگول (Googol) یاد می شود و دارای یکصدو یک رقم میباشد.

۲.۵ گسترش اعداد کامل

توسعه یا گسترش عدد کامل در سیستم اعداد به قاعده 10 ارزش موقعیتی ارقام را نشان می دهد. برای گسترش عدد ارقام آنرا با در نظر داشت موقعیت آنها به حاصل ضرب تبدیل می کنیم. برای این منظور از توان های عدد 10 استفاده میکنیم. توان ها ی عدد 10 ذیلاً داده شده اند:

$10^0 = 1$ $\quad 10^3 = 1\,000$

$10^1 = 10$ $\quad 10^4 = 10\,000$

$10^2 = 100$ $\quad 10^5 = 100\,000$

نوت

به یاد داشته باشید که هر عدد به نمای صفر مساوی به یک می شود. پس: عدد $10^0 = 1$ می باشد.

۸.۲ مثال.....

اعداد ذیل را گسترش دهید.

الف. 2346

ب. 45602

ج. 40503

حل:

الف.
$$2346 = 2000 + 300 + 40 + 6$$
$$= 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 6 \cdot 1$$
$$= 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$$

ب.
$$45602 = 40000 + 5000 + 600 + 2$$
$$= 4 \cdot 10000 + 5 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 2 \cdot 1$$
$$= 4 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^0$$

ج.
$$40503 = 40000 + 500 + 3$$
$$= 4 \cdot 10000 + 5 \cdot 100 + 3 \cdot 1$$
$$= 4 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^0$$

بار کود (رمز ستونی)

استفاده وسیع اعداد و ارقام درتمام امور زنده گی یک امر ضروری و حتمی شده است.اعداد در حقیقت بخشی از زبان افهام و تفهیم بین ساینس دانان و انسان ها ی عام تمام جهان را تشکیل داده و این موضوع نه تنها در مورد انسانها بلکه درمورد ماشین های فوق العاده پیشرفته جهان نیز تطبیق پذیر است؛ زیرا تمامی ماشین های دیجیتال (عددی) به کمک اعداد و ارقام با هم دیگر تبادل معلومات می کنند. طوریکه پیشرفته ترین ماشین دنیا که همانا کمپیوتر می باشد، از دو عدد یکی صفر و دیگری یک استفاده نموده و تمامی معلومات را ذخیره و تحلیل می کند. در اینجا ما موضوع بارکود ها، طرز کار آنها و انواع مختلف آنها را به تشریح و توضیح می پردازیم. این بحث نیز ارزش اعداد را در زنده گی انسان ها واضح می سازد.



بار کود ها مجموع خطوط موازی عمود یا ستون ها اند، که برای تعیین کردن یک شناسنامه یا تعریف منحصر به فرد برای یک شی استفاده می شوند. در بار کود ها یک عدد و یا یک حرف به شکل (Binary) آن توسط یک سلسله از ستون های سیاه و سفید با ضخامت های مختلف نشان داده می شود.یک بارکود در بر گیرنده چندین ستون سیاه و سفید می باشد. به کمک همین ستون های سیاه و سفید، یک بار کود قادر به نشان دادن یک عدد مشخص و یا یک کلمه مشخص می شود و تمامی خصوصیات ماده را که بارکود روی آن است بیان می کند.

پوینده ها یا (Scanner)های لایزری این بارکودها را خوانده و سپس جهت فرایند و تحلیل، معلومات را به کمپیوتر ها انتقال می دهد. بیشترین استفاده از خدمات بارکود در شناسایی و تنظیم خودکار مواد می باشد که برای این منظور در فروشگاه های بزرگ، گدام های وسیع و کتابخانه ها استفاده زیادی دارد.

بار کود ها روی بسته های مواد و یا روی نوار های جداگانه که بعداً روی بسته های مواد نصب می شوند؛ چاپ می شوند. پوینده های لایزری یک دسته اشعه لایزری با فریکوینسی مشخص را جهت تعیین نمودن کناره های بار کود پخش می نماید، و پوینده ها را قادر می سازد تا بار کود را از هرجهت بخواند. پوینده های لایزری به اشکال مختلفی پیدا می شوند مانند پوینده های ستونی، دستی و نور افگن که با حرکت دادن آن روی بارکود آنرا می خواند و همچنان نوع دیگری که در فروشگاهای بزرگ استفاده می شود،که با حرکت دادن بارکود در نزدیکی حس گر الکترونیکی بارکود را می خواند.

بار کودهای که در فروشگاهای بزرگ استفاده می شوند نوعی ازکود های (UPC=Uniform Product Code) یا (کود گذاری همسان تولیدات) می باشد. این کود ها بطور عموم نشان دهنده تولید کننده محصول، شیوه تولید آن و یا نوعیت آن می باشد که در قیمت گذاری مواد رول مهم دارد.(EAN= European Article Number) یا (شماره های کالای تجارتی اروپایی) و (JAN= Japanese Article Number) یا (شماره های کالای تجارتی جاپان) در فروشگاهای اروپا، جاپان و سایر کشور های پیشرفته دنیا جهت قیمت گذاری محصولات با درنظرداشت خصوصیات آن که درشماره های فوق (بارکودها) درج است، استفاده می شود. همچنان بارکودها دراکثرکتاب ها نیزدیده میشود که این بارکودها نوعی از(ISBN=International Standard Book Number)یا (سیستم شماره گذاری بین المللی کتابها) می باشد، و در آن معلومات های مانند: کشوریکه کتاب در آن چاپ شده، قیمت آن و غیره خصوصیات کتاب ثبت می باشد.

بار کود گذاری یا استفاده از بار کود برای اولین بار در سال(1970) در بازار تجارتی جهان وارد شد و بعداً بار کود ها جهت ساختن کارتهای شناسایی و غیره موارد دیگر نیز استفاده شد. امروزه از بارکود ها علمای ساینس خصوصاً علمای جنتیک (علم نسل شناسی یا وراثت) برای ذخیره نمودن معلومات در مورد DNA و غیره معلومات ارثی که در علم جنتیک مهم اند استفاده می کنند.

ISBN (International Standard Book Number) یا شماره بین المللی کتب



در (Bibliography) یا علم کتاب شناسی برای هر کتاب قبل از چاپ یک عدد 10رقمی تعیین می شود. این نمبر معلومات های چون منشأ کتاب،زبان کتاب، مولف کتاب، عنوان، جلد و سلسله کتاب را در خود ثبت دارد.همین نمبر را بنام (ISBN=Internationl Standard Book Number) یا شماره بین المللی کتاب می نامند.
ISBNتوسط یک سازمان به نام (ISO=International Standard Organization) یا سازمان بین المللی استاندارد ها در سال 1969معرفی شد.



ISBNسهولت های فراگیری معلومات مکمل در مورد یک کتاب را برای خواننده آن فراهم می کند. این نمبرها را انتشار کننده گان کتاب تعیین نموده و توسط سازمان های ملی شماره گذاری کتب تعقیب و کنترول می شود مانند کمپنی (R.R.Bowker) در ایالات متحده امریکا، دفتر ملی شماره گذاری کتب در انگلستان، کتابخانه ملی در برازیل، کتابخانه ایالت پروسیا در جرمنی و کتابخانه تحقیقاتی در کشور گانای افریقا.

- کلمه حساب (Arithemetic) ازکلمه یونانی Arithmos (ارتموس) به معنیٰ عدد گرفته شده است.

- حساب ابتدایی یک بخش علم حساب است، که از خواص ابتدایی عملیه های مخصوص بالای اعداد بحث میکند.
- حساب عالی یک بخش دیگر علم حساب است، که بنام تیوری اعداد نیز یاد می شود.

- رقم(Digit):نشانه های اند، که برای ارایه و ترتیب نمودن اعداد از آنها استفاده می شود. در سیستم هند و عربیک ده رقم اساسی (0الیٰ9) وجود دارد.

- عدد(Number):عدد یک مفکوره ذهنی است، که برای پیمایش و اندازه گیری استفاده می شود.

- اعداد در ابتدا به سه بخش عمده حقیقی، موهومی و مختلط تقسیم می شود.اعداد حقیقی بعداً به اعداد نسبتی و غیر نسبتی تقسیم می شود.

- اعداد نسبتی به بخش های اعداد طبیعی، اعداد صحیح، اعداد تام و اعداد کسری تقسیم می شود.اعداد کسری نیز به کسر عام واعشار ختم شونده و ختم ناشونده تکراری تقسیم می شود.

- اعداد طبیعی(Natural numbers):ست اعداد N= {1,2,3...} بنام ست اعداد طبیعی یا شمارش یاد می شود.

- اعداد طبیعی را به چهار شکل ذیل تقسیم بندی نموده اند:
1- اعداد طبیعی اولیه و مرکب
2- اعداد طبیعی اصلی و ترتیبی
3- اعداد طبیعی مجرد و مشخص
4- اعداد طبیعی جفت و طاق

- اعداد صحیح یا کامل (Whole Numbers): ست اعداد طبیعی به شمول صفر بنام ست اعداد کامل یاد میشود و قرار ذیل می باشد:
W={0, 1, 2, 3, 4, ...}

- قاعده در یک سیستم اعداد نویسی عبارت از تعداد ارقام اساسی همان سیستم می باشد که تمامی اعداد دیگر از ترکیب این ارقام اساسی تشکیل می شوند.

سوالات تشریحی...

1- حساب ابتدایی و عالی را تعریف نمایید.
2- علم حساب در کدام موارد استفاده دارد.
3- رقم و عدد را تعریف نموده و فرق عمده آنها را بیان کنید.
4- اعداد بطور کلی به چند بخش تقسیم می شوند؟
5- اعداد نسبتی به چند بخش تقسیم می شوند؟
6- ست اعداد طبیعی و کامل را تعیین نموده و فرق عمده آنها را بیان دارید.
7- اعداد طبیعی را به چند شکل تصنیف می کنند؟
8- اعداد جفت و طاق را تعریف نمایید.
9- اعداد مجرد ومشخص را تعریف نمایید.
10- اعداد تدریجی و ترتیبی را تعریف نمایید.
11- برای مقایسه اعداد از چند سمبول استفاده میشود معنیٰ هر یک را واضح سازید.
12- برای دریافت تعداد اعداد طبیعی بین دو عدد، از کدام فورمول استفاده می شود؟
13- نام های مسلسل 10 طبقه را که با آن آشنایی دارید بیان نموده و همچنان اولین اعداد این طبقات را تعیین کنید.
14- شیوه گسترش اعداد را بیان نمایید.
15- برای سهولت خوانش، اعداد را در ابتدا باید به چند چند رقم جدا نماییم؟

سوالات حل شدنی...
16- بادر نظر داشت قیمت اعداد در حساب ابجد، قیمت های عددی کلمات ذیل را تعیین نمایید:

الف. مرکز
ب. ساینس
ج. انیس
د. مرکز آموزش علوم ساینسی انیس

17- صنف اعداد ذیل را تعیین کنید:

الف. 0, 1, 2, 3, 4, 5 ...
ب. 1, 2, 3, 4, 5 ...

18- گروپ های اعداد ذیل شامل چند صنف از اعداد طبیعی شده می توانند؟

الف. 0, 2, 4, 6
ب. 1, 3, 5, 7
ج. 1متر،2متر،1کیلو گرام
د. اول، دوم، سوم

19- اعداد ذیل را مقایسه نمایید؟

الف. 3 1
ب. 5 2
ج. 7 7
د. 121 133
ه. 780 453
و. 780 999
ز. 1111 222
ح. 33782 7820
ط. 102231 82675

20- بین دو عدد طبیعی ذیل چند عدد طبیعی وجود دارد؟

الف. 33 و 435
ب. 73 و 216
ج. 121 و 264
د. 128 و 512

21- اگر a و b دو عدد طبیعی باشد طوریکه بین آنها 121عدد طبیعی دیگر وجود داشته باشد اگر a > b باشد، و قیمت های b ذیلاً داده شده باشد، قیمت a را دریابید.

الف. a=? b=5
ب. a=? b=78
ج. a=? b=142
د. a=? b=590

22- اعداد ذیل را بخوانید.

الف. 10^3
ب. 10^{12}
ج. 10^{24}
د. 10^{33}

23- اعداد ذیل را با نام ها ی علمی و نام های معمولی (اگر داشته باشد) بخوانید:

الف. 10000000
ب. 90000000
ج. 10000000000000
د. 100000000000000000

24- اعداد ذیل را بخوانید:

الف. 364879
ب. 38949327
ج. 90489328958934
د. 15879342875090934
ه. 3423423444324234234233
و. 984728374729347892378947
ز. 589342785734897589734895384
ح. 47985093458973475349758353455 3

25- اعداد ذیل را گسترش دهید:

الف. 789
ب. 1089
ج. 12670
د. 40507086

1- بین دو عدد طبیعی متعاقب چند عدد طبیعی دیگر وجود دارد؟

الف. یک عدد طبیعی
ب. دو عدد طبیعی
ج. هیچ عدد طبیعی وجود ندارد.
د. بی نهایت عدد طبیعی وجود دارد.

2- عدد (سه میلیارد و سه میلیون و سه هزار) را نشانی کنید.

الف. 303003000
ب. 33000300
ج. 30303000
د. 3003003000

3- عدد 10^{10} چند خوانده می شود؟

الف. ده هزار ب. صد هزار ج. میلیارد د. ده میلیارد

4- چند عدد طبیعی بین اعداد 21 و 37 وجود دارد؟

الف. 16عدد ب. 15عدد ج. 14عدد د. 13 عدد

5- چند عدد طبیعی بین اعداد 11 و 89 وجود دارد؟

الف. 78عدد ب. 79عدد ج. 77عدد د. 76 عدد

6- عدد DCCCL به سیستم هندوعربیک یکی از جوابات ذیل می باشد؟

الف. 805 ب. 8050 ج. 850 د. 80050

7- عدد 88 به ارقام رومی چنین نوشته می شود.

الف. LCCCVIII ج. LCCVIII
ب. LXXXVIII د. VCCCVIII

8- با درنظرداشت ارزش موقعیتی در عدد 1839 ارزش کدام رقم بیشتر است؟

الف. 1839 ب. 839 ج. 8 د. 1

9- در abcd ارزش کدام رقم کمتر است؟(abcd هر کدام، یک رقم را نشان می دهد)

الف. d ب. c ج. b د. a

10- عدد 19 در سیستم اعداد رومی به شکل ذیل نوشته می شود.

الف. XXI ب. XIX ج. XXIX د. IX

11- کوچکترین عدد یک رقمی در ست اعداد طبیعی یکی از اینها است.

الف. 2 ب. 3 ج. 0 د. 1

12- بزرگترین عدد دو رقمی عبارت است از:

الف. 111 ب. 100 ج. 99 د. 9

13- عدد (صد) تریلیون و (ده) میلیارد و (یک صدو سی و دو) میلیون و (هفتاد وسه) عبارت است از:

الف. 1000010132000073
ب. 1001013273
ج. 100010132000073
د. 10000001010320000073

14- یکی از اعداد ذیل از جمله اعداد مشخص می باشد.

الف. 111 ب. 100 ج. دوم د. 9 متر

15- عدد 7 از جمله اعداد ذیل می باشد.

الف. اصلی ب. طاق ج. طبیعی د. هر سه جواب

16- عدد 74 کیلو گرام از جمله اعداد ذیل می باشد.

الف. اصلی ب. طاق ج. طبیعی د. مشخص

17- یکی از اعداد ذیل از جمله اعداد طبیعی نیست.

الف. 0 ب. 1.2 ج. -5 د. هر سه جواب

18- کوچکترین عنصر ست اعداد کامل یکی از اینهاست.

الف. 0 ب. 2 ج. -5 د. 99

19- برای مقایسه اعداد 10□12، در خانه خالی کدام یک از سمبول های ذیل درست است؟

الف. < ب. > ج. = د. هیچکدام

20- برای مقایسه اعداد 15□24، در خانه خالی کدام یک از سمبول های ذیل درست است؟

الف. < ب. > ج. ≠ د. ب و ج

21- عدد 89 دسیلیون چند صفر دارد؟

الف. 34 ب. 33 ج. 30 د. 29

22- عدد صفر شامل یکی از ست های ذیل نیست.

الف. کامل ب. طبیعی ج. حقیقی د. تام

فصل ۳

عملیه های چهارگانه

در این فصل ...

۳.۱ عملیهٔ جمع اعداد طبیعی
۳.۲ عملیهٔ تفریق اعداد طبیعی
۳.۳ امتحان عملیهٔ جمع و تفریق
۳.۴ عملیهٔ ضرب اعداد طبیعی
۳.۵ طریقه های ساده عملیهٔ ضرب
۳.۶ توان عدد طبیعی
۳.۷ مقایسه و عملیه های جمع و تفریق اعداد تواندار
۳.۸ عملیهٔ تقسیم اعداد طبیعی
۳.۹ امتحان عملیه های ضرب و تقسیم
۳.۱۰ عملیه های مختلط اعداد طبیعی
۳.۱۱ دریافت حاصل جمع سلسله های مختلف اعداد طبیعی

از آغاز زنده گی انسان تا به امروز انسان ها با محاسبات سروکار داشته اند. در فصل اول در مورد آغاز این محاسبات معلومات داده شد و دیده شد که برای محاسبات انسانها به مشکلات فراوانی سردچار بوده اند. اما با گذشت زمان این همه مشکلات حل گردیده و محاسبات مشکل و ناممکن را که انسانهای ما قبل تاریخ قادر به اجرای آن نبوده اند امروزه جوانان و نوجوانان ما با استفاده از علم ریاضی چنین محاسبات را در ظرف چندین دقیقه انجام میدهند. البته ناگفته نماند که این همه پیشرفت ها محصول تلاش های تدریجی علمای ساینسی بوده است. در این فصل به مطالعه و بررسی برخی از اساسی ترین آنها می پردازیم.

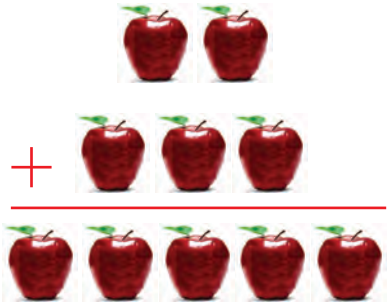
۱.۳ عملیهٔ جمع اعداد طبیعی (Addition)

عملیه جمع اعداد طبیعی عبارت از یکجا کردن اشیای هم جنس است.

۱.۳ تعریف .....

عملیهٔ جمع عبارت از یکجا کردن اشیای هم جنس می باشد.

عملیهٔ جمع یکی از ساده ترین عملیه های علم حساب می باشد. روزانه به شکل آگاهانه یا نا آگاه این عملیه را چندین بار اجرا می کنیم. مثلاً: دو عدد سیب در یک ظرف را با سه عدد سیب در ظرف دیگر داریم این دو ظرف را با هم یکجا می نماییم، در نتیجه اگر تعداد سیب ها را حساب کنیم دیده می شود که پنج عدد سیب شده است(ت ۱.۳). این یکی از ساده ترین عملیهٔ جمع است که روزانه با آن مواجه می شویم. اما این عملیه را در حساب توسط اعداد نشان داده و نتیجه را بدون داشتن سیب ها و ظروف اجرا می کنیم.

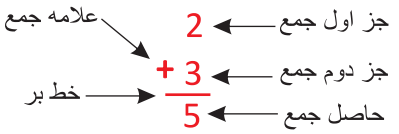


ت۱.۳ دو عدد سیب جمع سه عدد سیب مساوی به پنج عدد سیب می شود.

عملیهٔ جمع را بدو شکل اجرا می کنند. یکی بشکل ستونی (زیر به زیر) و دیگری بشکل سطری می باشد. از این دو، شکل ستونی آن ساده می باشد. در این طریقه ، اعداد داده شده را به شکل زیر به زیر طوریکه رقم یکها زیر مرتبه یکها، رقم ده ها زیر مرتبه ده ها و به همین ترتیب رقم صدهای هر عدد زیر مرتبه صد ها نوشته می شود. بعداً اعداد هر مرتبه را به شکل جداگانه جمع می کنیم. به مثال ذیل توجه کنید:

				2
			2	3
			5	
		2	2	
		3	3	
		5	5	
	2	2	2	
	3	3	3	
	5	5	5	
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
5	5	5	5	5

در جمع نمودن به شکل ستونی اعضای جمع را بشکل ذیل نام گذاری می کنند:



نوت

علامه جمع (+) 1500 سال قبل از میلاد به میان آمد.

نوت

هر عدد جمع صفر مساوی به خود عدد میباشد. یا به عباره دیگر عنصر عینیت در عملیه جمع عدد صفر است.

۱.۳ مثال .....

عملیه های جمع ذیل را اجرا کنید:

13	452	2462
+54	+234	+426

حل:

13	452	2462
+54	+234	+426
67	686	2888

تمرین:عملیه های جمع را اجرا کنید:

الف.24	ب.688	ج.2334
+33	+311	+7435

جواب: الف.57 ب.999 ج.9769

در عملیهٔ جمع اگر حاصل جمع یکی از مرتبه ها یکعدد دو رقمی شود، رقم یکهای آن را نوشته و رقم ده ها را به حیث حاصل می گیریم.به مثال ذیل توجه کنید.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle ①②①①} \\ 423891 \\ 189320 \\ +\ \ 8415 \\ \hline 621626 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle ①①①①} \\ 867542 \\ +249763 \\ \hline 1117305 \end{array}$$

۲.۳ مثال.....

عملیه های جمع ذیل را اجرا کنید:

$$\begin{array}{rrr} 12764 & 760093 & 4003005 \\ 90865 & 909908 & 250680 \\ +\ 1326 & +\ 1170 & +\ 1764 \\ \hline \square & \square & \square \end{array}$$

حل:

$$\begin{array}{rrr} 12764 & 760093 & 4003005 \\ 90865 & 909908 & 250680 \\ +\ 1326 & +\ 1170 & +\ 1764 \\ \hline \boxed{104955} & \boxed{1671171} & \boxed{4255449} \end{array}$$

تمرین: اعداد ذیل را با هم جمع کنید:

الف.329601 و 28062

ب.68753 و 642537

جواب: الف.357663 ب.711290

نوت

علامه∈به معنٰی شمولیت می باشد. مثلا : اگر $6 \in N$ داشته باشیم به این معنٰی است که عدد 6 شامل اعداد طبیعی می باشد.

خواص عملیهٔ جمع

1- درعملیهٔ جمع اگر جاهای اعداد را که جمع می شوند تغییر دهیم در حاصل جمع هیچ گونه تغییری ایجاد نمی شود. مثلاً: اگر $6,3 \in N$ باشد، پس:

$$6+3=3+6=9$$

خاصیت

اگر $a,b \in N$ باشد، پس $a+b=b+a$ است. این خاصیت عملیه جمع را خاصیت تبدیلی می نامند.

2- اگر خواسته باشیم بیش از سه عدد را جمع کنیم، اگر ترتیب عملیهٔ جمع را مد نظر نگیریم در حاصل جمع هیچ تغییری بوجود نمی آید. مثلاً :اگر $4,8,7 \in N$ باشد، پس:

$$(4+8)+7=12+7=19$$

$$4+(8+7)=4+15=19$$

در نتیجه: $(4+8)+7=4+(8+7)=19$

خاصیت

اگر $a, b, c \in N$ باشد، پس $(a + b) + c = a + (b + c)$ است. این خاصیت عملیه جمع را خاصیت اتحادی می نامند.

3- ست اعداد طبیعی در عملیهٔ جمع، ست بسته است. یعنی حاصل جمع دو عدد طبیعی همیشه یک عدد طبیعی می باشد. مثلاً: اگر $7,2 \in N$ باشد و $7 + 2 = 9$، پس $9 \in N$.

نوت

یک مجموعه که دارای خصوصیات مشابه باشد، ست نامیده می شود. در اینجا هدف از ست اعداد طبیعی تمام اعداد طبیعی می باشد.

خاصیت

اگر $a, b \in N$ باشد، پس $(a + b) \in N$ است. این خاصیت عملیه جمع را خاصیت بستگی می نامند.

۳.۳ مثال.....

با در نظر داشت خاصیت اتحادی، خانه های خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

الف. $23 + (42 + \square) = (23 + 42) + 5$

ب. $\square + 17 = 17 + 16$

ج. $\square + (3 + 4) = 3 + (7 + \square)$

حل:

الف. $23 + (42 + \boxed{5}) = (23 + 42) + 5$

ب. $\boxed{16} + 17 = 17 + 16$

ج. $\boxed{7} + (3 + 4) = 3 + (7 + \boxed{4})$

نوت

برای امتحان عملیهٔ جمع، جاهای اجزای جمع را تغییر می دهیم. در نتیجه اگر حاصل جمع یکسان بود عملیهٔ جمع درست می باشد. برای معلومات بیشتر درمورد امتحان عملیهٔ جمع به صفحه ۳۳ مراجعه کنید.

۴.۳ مثال.....

در عملیهٔ جمع داده شده، بجای خانه های خالی ارقام مناسب بگذارید.

الف.
$$\begin{array}{r} \square\square 8 \\ +5\ 9\square \\ \hline \square 0\ 2\ 1 \end{array}$$

ب.
$$\begin{array}{r} 8\ 5\ 3\square \\ +\square 7\square 9 \\ \hline 1\ 3\ \square 0\ 5 \end{array}$$

حل:

الف.
$$\begin{array}{r} \boxed{4}\boxed{2} 8 \\ +5\ 9\boxed{3} \\ \hline \boxed{1} 0\ 2\ 1 \end{array}$$

ب.
$$\begin{array}{r} 8\ 5\ 3\boxed{6} \\ +\boxed{4}7\boxed{6}9 \\ \hline 13\ \boxed{3}0\ 5 \end{array}$$

تمرین: در عملیه جمع داده شده، بجای خانه های خالی ارقام مناسب بگذارید.

الف. $\square + 56 = 78 + 56$

ب. $34 + (56 + \square) = (34 + 42) + 56$

جواب: الف. 78

ب. 42

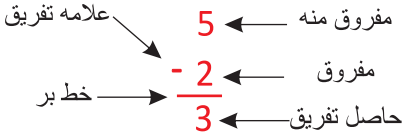
۲.۳ عملیهٔ تفریق اعداد طبیعی (Subtraction)

عملیهٔ تفریق یکی از چهار عملیه اساسی در حساب می باشد. این عملیه در حقیقت معکوس عملیه جمع می باشد.

۲.۳ تعریف .....

عملیهٔ پیدا نمودن فرق بین دوکمیت همجنس را تفریق گویند.

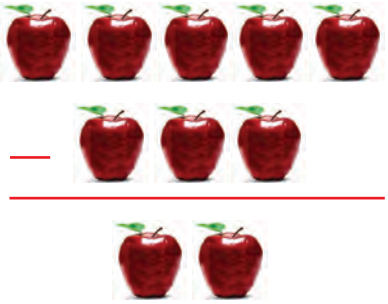
چون در عملیهٔ تفریق خاصیت تبدیلی صدق نمی کند بناً هر جز آن دارای نام مشخص میباشد.



عملیهٔ تفریق برای اهداف ذیل استفاده شده می تواند:
- برای کم کردن یک مقدار از یک مجموعه مثلاً: اگر از یک مجموعه که پنج سیب دارد، سه عدد سیب آنرا کم کنیم، دو عدد سیب باقی می ماند.
- برای مقایسه نمودن اشیای هم جنس و پیدا کردن فرق آنها مثلاً: فرق بین 800 افغانی و 600 افغانی مساوی به 200 افغانی است.

عملیهٔ تفریق را بدو شکل اجرا می کنند. یکی بشکل ستونی (زیر به زیر) و دیگری بشکل سطری می باشد. از این دو، شکل ستونی آن ساده می باشد. در این طریقه، اعداد داده شده را به شکل زیر به زیر طوریکه رقم یکها زیر مرتبه یکها، رقم ده ها زیر مرتبه ده ها و به همین ترتیب رقم صدهای هر عدد زیر مرتبه صد ها نوشته می شود و بعداً اعداد هر مرتبه را به شکل جداگانه تفریق می کنیم. به مثال ذیل توجه کنید.

	واحد			هزار		
	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها
	5	5	5	5	5	5
-	2	2	2	2	2	2
	3	3	3	3	3	3



ت ۲.۳ اگر از پنج عدد سیب، سه عدد سیب کم شود، دو عدد سیب باقی می ماند.

نوت

هر عدد، منفی صفر مساوی به خود عدد است. اما عکس این مسئله درست نمی باشد.

5-0=5
0-5≠5

نوت

مفروق به معنی تفریق شده، و مفروق منه به معنی تفریق شده از آن، می باشد.

نوت

علامه تفریق (-) 1500 سال قبل از میلاد به میان آمد.

۵.۳ مثال .....

عملیه های تفریق ذیل را اجرا کنید:

	28	245	262
-	5	24	41

حل:

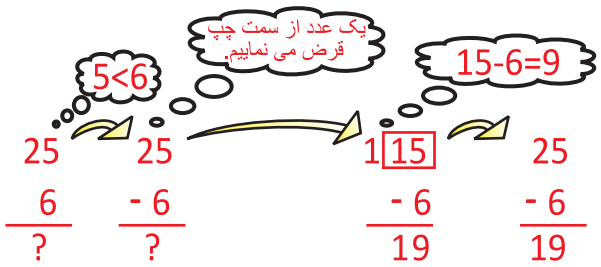
28	245	262
- 5	- 24	- 41
23	221	221

تمرین: عملیه های تفریق را اجرا کنید:

الف. 57 - 33 = ؟
ب. 999 - 44 = ؟
ج. 2334 - 1122 = ؟

جواب: الف. 24 ب. 955 ج. 1212

هرگاه در عملیهٔ تفریق، رقمی در مفروق منه نسبت به مفروق کوچکتر باشد، از رقم سمت چپ آن یک واحد قرض می شود(کم می شود) و با رقم مورد بحث به حیث عدد 10اضافه می شود.
به مثال های ذیل توجه کنید.



۶.۳ مثال.....

اعداد ذیل را از هم تفریق کنید:

23456 - 6666 = ☐ 676 - 88 = ☐ 73 - 45 = ☐

حل:

23456 - 6666 = 16790 676 - 88 = 588 73 - 45 = 28

تمرین: اگر مفروق منه 734543 و مفروق 99999 باشد، حاصل تفریق چند است؟

جواب:634544

۷.۳ مثال.....

در عملیه های تفریق ذیل بجای خانه های خالی ارقام مناسب بگذارید:

☐3☐7 - ☐2☐ = 5843 4☐7☐3 - ☐8☐79 = 634☐

حل:

6367 - 524 = 5843 4472 3 - 3837 9 = 6344

تمرین: خانه های خالی را با ارقام مناسب پر کنید.

الف. 54☐ - ☐34 = 209 ب. 88☐ - ☐44 = 341

جواب:
الف. 3 و 3
ب. 5 و 5

در عملیهٔ تفریق خاصیت تبدیلی وجود ندارد. یعنی:

$a-b \neq b-a$

اشتباه!!!

$9-3=3-9$ ✗

$9-3 \neq 3-9$ ✓

اصول عملیهٔ تفریق

اصل اول: اگر بـا مفروق منه یکعدد جمع و یا از آن تفریق گردد، حـاصل تفریق نیز بـــه همان اندازه زیاد و یا کم می شود.

$$\begin{array}{rcl} 546 & \xrightarrow{+5} & 551 \\ -51 & & -51 \\ 495 & \xrightarrow{+5} & 500 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 546 & \xrightarrow{-5} & 541 \\ -51 & & -51 \\ 495 & \xrightarrow{-5} & 490 \end{array}$$

اصل دوم : اگر با مفروق یکعدد جمع شود، حاصل تفریق به همان اندازه کم می شود. اما اگر از مفروق یک عدد کم شود، حاصل تفریق به همان اندازه زیاد می شود.

$$\begin{array}{rcl} 546 & & 546 \\ -51 & \xrightarrow{+5} & -56 \\ 495 & \xrightarrow{-5} & 490 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 546 & & 546 \\ -51 & \xrightarrow{-5} & -46 \\ 495 & \xrightarrow{+5} & 500 \end{array}$$

اصل سوم: اگر بـا مفروق و مفروق منه یکعدد مسـاوی جمع و یا یک عدد مسـاوی از هردوی آنها تفریق شود، در حاصل تفریق کدام تغییری وارد نمی شود.

$$\begin{array}{rcl} 546 & \xrightarrow{+5} & 551 \\ -51 & \xrightarrow{+5} & -56 \\ 495 & & 495 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 546 & \xrightarrow{-5} & 541 \\ -51 & \xrightarrow{-5} & -46 \\ 495 & & 495 \end{array}$$

۳.۳ امتحان عملیهٔ جمع و تفریق

1-امتحان عملیهٔ جمع : برا ی امتحـان عملیهٔ جمع یکی از جملات جمع را از حـاصل جمع تفریق می نمایم. اگرنتیجه حـاصل تفریق بـا مجموع جملات متباقـی مسـاوی شـود، عملیه جمع درست می باشد. و یا به عباره دیگر:

اگر: $a+b=c$

امتحان: $c-b=a, c-a=b$

۸.۳ مثال.....

عملیه های جمع ذیل را امتحان کنید:

الف. $628+516+90=1234$

ب. $7892+4142+350+73=12457$

حل:

الف.

$$628+516+90=1234$$
$$516+628=1234-90$$
$$1144=1144 \checkmark$$

ب.

$$7892+4142+350+73=12457$$
$$4142+350+73=12457-7892$$
$$4492+73=4564$$
$$4565=4565 \checkmark$$

تمرین :عملیه ها ی جمع ذیل را امتحان کنید: الف. $487+454+187=1128$

ب. $445+232+45=722$

2- امتحان عملیهٔ تفریق: در امتحان عملیهٔ تفریق باید مجموع حاصل تفریق و مفروق مساوی به مفروق منه شود. یا به عبارهٔ دیگر:

حاصل تفریق = مفروق - مفروق منه **اگر:** $a-b=c$

حاصل تفریق + مفروق = مفروق منه **امتحان:** $c+b=a$

۹.۳ مثال.....

عملیه های تفریق ذیل را امتحان کنید:

الف. 44875 - 436 = 44439

ب. 343527 - 5632 = 337895

حل: الف. 44875 - 436 = 44439

44875 = 44875 ✓

ب. 343527 - 5632 = 337895

343527 = 343527 ✓

تمرین: عملیه ها ی تفریق ذیل را امتحان کنید:

الف. 3456 - 643 = 2813

ب. 23432 - 234 = 23198

۴.۳ عملیهٔ ضرب اعداد طبیعی(Multiplication)

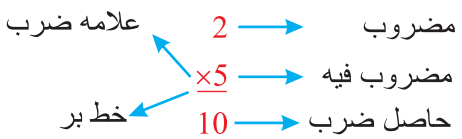
بعضی اوقات مجبور می شویم تاعین عدد را چندین بارجمع نماییم. مثلاً: 2+2+2+2+2=10 اما اگر تعداد دفعات عملیهٔ جمع زیاد شود، این شیوه کارآیی ندارد، لذا برای این منظور شیوه ساده وجود دارد که با استفاده از آن عین عملیه را در مکان کمتر و زمان کمتر اجرا کرده می توانیم. مثال فوق را در این عملیه به شکل (2+2+2+2+2=5x2=10) اجرا می نماییم. این عملیه را بنام عملیهٔ ضرب یاد می کنند.

۳.۳ تعریف.....

عملیهٔ ضرب عبارت از کوتاه ترین طریقه جمع اعداد مساوی است.

عملیهٔ ضرب را عملیه چندین برابر ساختن یک عدد نیز گویند مثلاً: هر گاه عدد 5 را دو چند سازیم عدد 10 بدست می آید.

عملیهٔ ضرب را نیز به هر دو شکل سطری و ستونی اجرا کرده می توانیم. اجزای عملیه ضرب را به شکل ذیل نام گذاری می کنند.



نوت

مضروب به معنٰی ضرب شده و مضروب فیه به معنٰی ضرب شده در آن، می باشد.

ارایه و اجرای عملیه ضرب

برای ارایه عملیهٔ ضرب دو عدد a و b، از سمبول های ذیل استفاده می شود.

$$a*b,\ (a)(b),\ a\times b,\ a\cdot b$$

برای اجرای عملیهٔ ضرب باید از همه اولتر با ضرب زبانی اعداد آشنا شویم. زیرا برای اجرای این عملیه، ضرب زبانی اعداد، یک اساس است که بدون آن ضرب نمودن ناممکن می شود. جدول ضرب زبانی اعداد در جدول (۱.۳) درج می باشد. برای استفاده از این جدول مضروب و مضروب فیه را در دو کناره جدول پیدا نموده وحاصل ضرب آنها را در تقاطع سطر و ستون اعداد مربوطه پیدا می توانیم. مثلاً: 8 x 7 را به شکل ذیل پیدا می توانیم.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

ج۱.۳ جدول ضرب زبانی

برای اجرای عملیهٔ ضرب، جدول (۲.۳) و(۳.۳) را باید حفظ کنید.

1 x 1 = 1	1 x 2 = 2	1 x 3 = 3	1 x 4 = 4	1 x 5 = 5
2 x 1 = 2	2 x 2 = 4	2 x 3 = 6	2 x 4 = 8	2 x 5 = 10
3 x 1 = 3	3 x 2 = 6	3 x 3 = 9	3 x 4 = 12	3 x 5 = 15
4 x 1 = 4	4 x 2 = 8	4 x 3 = 12	4 x 4 = 16	4 x 5 = 20
5 x 1 = 5	5 x 2 = 10	5 x 3 = 15	5 x 4 = 20	5 x 5 = 25
6 x 1 = 6	6 x 2 = 12	6 x 3 = 18	6 x 4 = 24	6 x 5 = 30
7 x 1 = 7	7 x 2 = 14	7 x 3 = 21	7 x 4 = 28	7 x 5 = 35
8 x 1 = 8	8 x 2 = 16	8 x 3 = 24	8 x 4 = 32	8 x 5 = 40
9 x 1 = 9	9 x 2 = 18	9 x 3 = 27	9 x 4 = 36	9 x 5 = 45
10 x 1 = 10	10 x 2 = 20	10 x 3 = 30	10 x 4 = 40	10 x 5 = 50

ج۲.۳ جدول ضرب زبانی از 1 الی 5.

1 x 6 = 6	1 x 7 = 7	1 x 8 = 8	1 x 9 = 9	1 x 10 = 10
2 x 6 = 12	2 x 7 = 14	2 x 8 = 16	2 x 9 = 18	2 x 10 = 20
3 x 6 = 18	3 x 7 = 21	3 x 8 = 24	3 x 9 = 27	3 x 10 = 30
4 x 6 = 24	4 x 7 = 28	4 x 8 = 32	4 x 9 = 36	4 x 10 = 40
5 x 6 = 30	5 x 7 = 35	5 x 8 = 40	5 x 9 = 45	5 x 10 = 50
6 x 6 = 36	6 x 7 = 42	6 x 8 = 48	6 x 9 = 54	6 x 10 = 60
7 x 6 = 42	7 x 7 = 49	7 x 8 = 56	7 x 9 = 63	7 x 10 = 70
8 x 6 = 48	8 x 7 = 56	8 x 8 = 64	8 x 9 = 72	8 x 10 = 80
9 x 6 = 54	9 x 7 = 63	9 x 8 = 72	9 x 9 = 81	9 x 10 = 90
10 x 6 = 60	10 x 7 = 70	10 x 8 = 80	10 x 9 = 90	10 x 10 = 100

ج۳.۳ جدول ضرب زبـــانی از 6 الی 10.

برای اجرای عملیهٔ ضرب به مثال های ذیل توجه کنید.

۱۰.۳ مثال.....

با استفاده از جدول ضرب زبانی عملیه های ضرب ذیل را اجرا کنید:

الف. 3 ×8 ☐ ب. 12 ×3 ☐ ج. 32 ×8 ☐ د. 78 ×9 ☐

حل:

الف. 3 ×8 24 ب. 12 ×3 36 ج. 32 ×8 256 د. 78 ×9 702

تمرین: عملیه ها ی ضرب ذیل را اجرا کنید:

الف. ؟ = 123 · 4 جواب: الف. 492

ب. ؟ = 234 · 8 ب. 1872

هر گاه مضروب فیه یک عدد چند رقمی باشد، در این صورت رقم یکهای مضروب فیه را به شکل عادی آن ضرب نموده و حاصل را می نویسیم. بعداً رقم ده های مضروب فیه را ضرب می نماییم، و لی جواب را در پایان حاصل ضرب اولی طوریکه آنرا یک خانه به سمت چپ انتقال می دهیم می نویسیم. در آخر اعداد حاصل شده را باهم جمع می کنیم. به مثال ذیل توجه کنید.

23 ×12 46 23 276

34 ×23 102 68 782

نوت

اگر در عملیهٔ ضرب، در نتیجه ضرب نمودن مضروب و مضروب فیه عدد دو رقمی حاصل شود، رقم اولی را نوشته و رقم دوم را برای جمع نمودن با مراحل بعدی حاصل می گیریم. این موضوع در مثال ۱۰.۳ جز (ج) و (د) درج می باشد.

۱۱.۳ مثال.....

عملیه های ضرب ذیل را اجرا کنید:

الف. 38 ×22 □

ب. 334 ×44 □

ج. 8349 ×321 □

د. 76989 ×789 □

حل:

الف. 38 ×22 → 76, 76, 836

ب. 334 ×44 → 1336, 1336, 14696

ج. 8349 ×321 → 8349, 16698, 25047, 2680029

د. 76989 ×789 → 692901, 615912, 538923, 60744321

تمرین: عملیه ها ی ضرب ذیل را اجرا کنید:

الف. $?=34\cdot234$

ب. $?=89\cdot678$

جواب: الف. 7956

ب. 60342

خواص عملیهٔ ضرب

1- هر زمانی که دو عدد طبیعی را با هم ضرب می کنیم، اگر جاهای مضروب و مضروب فیه را تبدیل کنیم، در حاصل ضرب کدام تغییری بوجود نمی آید.مثلاً:اگر $5,4\in N$ باشد. پس:

$$5\cdot4=4\cdot5=20$$

خاصیت

اگر $a,b\in N$ باشند، پس $a\cdot b=b\cdot a$ است. این خاصیت عملیه ضرب را خاصیت تبدیلی می نامند.

2- هر گاه خواسته باشیم سه و یا بیشتر از سه عدد را با هم ضرب نماییم، در این صورت ترتیب اجرای عملیه ضرب شرط نمی باشد. مثلاً:اگر $5,4,3\in N$ باشد، پس:

$$3\cdot(4\cdot5)=60$$

$$(3\cdot4)\cdot5=60$$

$$3\cdot(4\cdot5)=(3\cdot4)\cdot5=60$$

خاصیت

اگر $a,b,c\in N$ باشند، پس $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$ است. این خاصیت عملیه ضرب را خاصیت اتحادی می نامند.

3- عملیهٔ ضرب را می توان بـالای عملیه های جمع و تفریق بـدون تغییر حـاصل ضرب توزیع نمود. مثلاً : اگر $6,5,4 \in N$ باشد. پس:

$$5\cdot(4+6)=5\cdot(10)=50,\quad 5\cdot(4+6)=(5\cdot4)+(5\cdot6)=20+30=50$$

همچنان:

$$5\cdot(6-4)=5\cdot(2)=10,\quad 5\cdot(6-4)=(5\cdot6)-(5\cdot4)=30-20=10$$

خاصیت

برای هر عدد a, b, c:

$$a\cdot(b+c)=(a\cdot b)+(a\cdot c) \text{ و } (b+c)\cdot a=(b\cdot a)+(c\cdot a)$$

$$a\cdot(b-c)=(a\cdot b)-(a\cdot c) \text{ و } (b-c)\cdot a=(b\cdot a)-(c\cdot a)$$

این خاصیت را خاصیت توزیعی عملیهٔ ضرب می نامند.

نوت

خاصیت توزیعی: یعنی مـی توانیم در ابـتدا جمع و یا تفریق و بـعداً ضرب، و یا در ابتدا ضرب و بـعداً جمع و یا تفریق را انجام دهیم.

4- اگر دو عدد طبـیعی را بـا هم ضرب کنیم ،حـاصل ضرب نیز یک عدد طبـیعی می باشـد. مثلاً: اگر $2,3 \in N$ و $2\cdot3=6$ باشد، پس $6 \in N$ است.

خاصیت

اگر $a, b \in N$ باشد، پس $(a\cdot b)\in N$ است. این خاصیت عملیهٔ ضرب را خاصیت بستگی می نامند.

5- هر گاه یک عدد را با عدد 1 ضرب کنیم نتیجه خود عدد می باشد.
مثلاً: اگر $12 \in N$ باشد، پس $12=1\cdot12=12\cdot1$ است.

خاصیت

اگر $a\in N$ باشد، پس $a\cdot1=1\cdot a=a$ است. از این رو عدد یک را عنصر عینیت در عملیهٔ ضرب می گویند.

6- هر عدد ضرب در صفر مساوی به صفر می شود.
مثلاً: اگر $12 \in N$ باشد، پس $12\cdot0=0$ است.

خاصیت

اگر $a\in N$ باشد، پس $a\cdot0=0$ است .

نوت

برای بـه یاد سپردن خاصیت ششم عملیهٔ ضرب بـــه جمله ذیل توجه کنید:
«حـــــادثه اخیر همه تلاش ها و کار های ما را ضرب صفر کرد.»
صفر بـه معنی هیچ است. یعنی این حـــادثه همه کار های ما را هیچ و نابود ساخت. بـناًا ضرب نمودن هر عدد بـــا صفر عدد را هیچ (صفر) می سازد.

۱۲.۳ مثال.....

با در نظر داشت خواص عملیهٔ ضرب، قیمت x را در هر یکی از مساوات های ذیل دریابید.

الف. $15\cdot x=23\cdot15$

ب. $2(11\cdot x)=4(2\cdot11)$

ج. $56\cdot x=56$

د. $54\cdot x=0$

حل:

الف. $23 \cdot 15 = 15 \cdot x$

$x = 23$ ←

با در نظرداشت خاصیت تبدیلی.

ب. $4(2 \cdot 11) = (11 \cdot x)2$

$x = 4$ ←

با در نظرداشت خاصیت اتحادی.

ج. $56 \cdot x = 56$

$x = 1$ ←

با در نظرداشت عنصر عینیت.

د. $54 \cdot x = 0$

$x = 0$ ←

با در نظرداشت خاصیت صفر در عملیهٔ ضرب.

تمرین: با در نظرداشت خواص عملیه ضرب قیمت x را در هر یکی از مساوات های ذیل دریابید.

الف. $0 \cdot 15 = 15 \cdot x$

ب. $3(x \cdot 11) \cdot 1 = 0 \cdot 456$

جواب: الف. 0 ب. 0

۵.۳ طریقه های ساده عملیهٔ ضرب

1- طریقه ساده ضرب نمودن اعداد چند رقمی با عدد 11:

بطور مثال: 456·11=5016

این عملیه را بشکل ساده آن طور ذیل اجرا می کنیم:

1) در ابتدا 6 را می نویسیم.

2) 6 را با 5 جمع می کنیم. اگر حاصل جمع دو رقمی شود، رقم دوم حاصل گرفته میشود.

3) حاصل را با 5 و 4 جمع می کنیم. اگر حاصل جمع دو رقمی شود، رقم دوم حاصل گرفته میشود.

4) و بلاخره حاصل را با 4 جمع نموده و نتیجه را می نویسیم. طریقه فوق برای اعداد بزرگتر نیز صدق می کند. بطور مثال:

456456·11=5021016

740008·11=8140088

780563·11=8586193

2- طریقه ساده ضرب نمودن یک عدد چند رقمی در خودش که همهٔ ارقام آن 1 باشد:

بطور مثال:12321=111·111 که طور ذیل اجرا می شود.

1) ارقام 111را جمع کرده که مساوی به 3 می شود، عدد 3 را می نویسیم.

2) بعداً ارقام کوچکتر از 3 را به هر دو طرف علاوه می کنیم و این عملیه را تا زمانی انجام می دهیم که از هر دو طرف به عدد 1 برسیم. طریقه فوق برای اعداد بزرگ نیز صدق می کند. بطور مثال:

111111·111111=12345654321

11111111·11111111=123456787654321

3- طریقه ساده ضرب نمودن یک عدد چند رقمی با عدد 10 و مضرب های عدد 10 :

در این طریقه ضرب نمودن، بدون در نظر داشت صفر ها عملیهٔ ضرب را انجام می دهیم. بعداً تمام صفر های مضروب و مضروب فیه را در حاصل ضرب وضع می کنیم. بطور مثال:

25 · 1000=25000

25 · 2000=50000

2500·100=250000

2500·200=500000

215 · 500=107500

4- طریقه ساده ضرب نمودن اعداد دو رقمی :

بطور مثال: 390=26·15 طور ذیل اجرا می شود.

1) عدد 6 را با 5 ضرب میکنیم که 30 می شود بعداً 0 را نوشته و 3 را حاصل می گیریم.

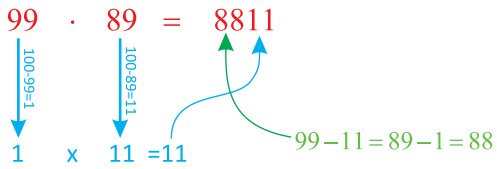
2) عدد 6 را با 1 و 5 را با 2 ضرب کرده و حاصل ضرب ها را با حاصل که از مرحله اول داریم جمع می کنیم که 19 می شود. 9 را نوشته و 1 را حاصل می گیریم.

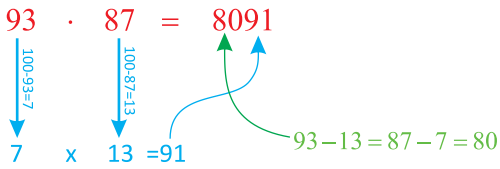
3) عدد 2 را با 1 ضرب می کنیم و حاصل ضرب را با حاصلی که از مرحله دوم داریم جمع کرده که 3 می شود و آنرا می نویسیم.

5- طریقه ساده ضرب نمودن اعداد دو رقمی نزدیک به 100:

بطور مثال: 8811=89·99 طور ذیل اجرا می شود.

99 یک واحد کمتر از 100 و 89 یازده واحد کمتر از 100 میباشد. یک و یازده را ضرب میکنیم. بعداً از 89 یک و یا از 99 یازده را تفریق کرده و می نویسیم. عملیه فوق طور ذیل اجرا می شود:

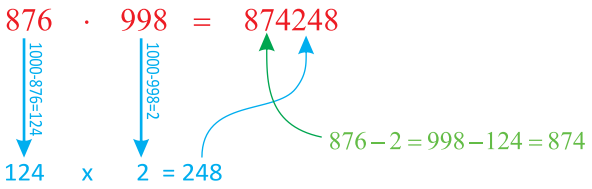




6- طریقه ساده ضرب نمودن اعداد سه رقمی نزدیک به 1000:

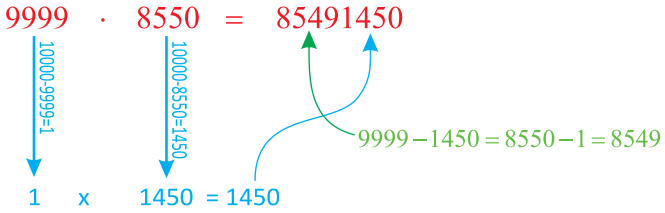
بطور مثال: 874248=998·876 طور ذیل اجرا می شود.

تفاوت هر دو عدد را الی 1000 دریافت می کنیم و در پایین اعداد می نویسیم که عبارت از 2 و 124می باشند. 2 و 124 را ضرب می کنیم. بعداً از یک عدد تفاوت عدد دومی را تفریق کرده و می نویسیم.



7- طریقه ساده ضرب نمودن اعداد چهار رقمی نزدیک به 10000:

مانند طریقه اعداد سه رقمی حل می شوند. بطور مثال:9999·8550=85491450



نوت

اعداد بـــزرگتر از چهار رقـــمی که خاصیت مشابـه بـــه اعداد در طریقـه های 5 و یا 7 داشته باشـند، نیز بـه طریقـه فوق ضرب شـــده می توانند. بطور مثال:

1 x 12

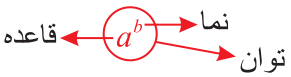
99999·99988=9998700012

۶.۳ توان عدد طبیعی (Exponent)

گاهی در محاسبات مجبوریم تا عملیهٔ ضرب اعداد مساوی را چندین بـار انجام دهیم. اجرای این چنین عملیه ها زمان و مکان زیاد را اشغال می کند. مثلاً: 2·2·2=8
اگر این اعداد بیش از حد زیاد شوند، نوشتن آنها بر علاوه اینکه مشکل می شـود، بـلکه امکانات نادرست نوشته شدن آنها نیز زیاد می شود. بناءً برای جلوگیری از اشتباهات وضایع شـدن زمان و مکان از شیوه سـاده نوشـتاری که توان نامیده می شـود استفاده می کنند. عملیهٔ ضرب فوق را در توان به شکل $(2\cdot2\cdot2=2^3=8)$ نشان می دهند.

۴.۳ تعریف.....

کوتاه ترین طریقه ضرب نمودن اعداد مساوی توان نامیده می شود.



عدد را به شکل ذیل می خوانیم:"a به توان b"
برای وضاحت هر چه بیشتر این موضوع به مثال های ذیل توجه کنید.

$1\cdot1\cdot1\cdot1=1^4$
$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=2^6$
$3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3=3^7$
$10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10=10^6$
$5=5^1$

در ریاضیات هر عدد (خلاف صفر) به توان صفر را یک قبول کرده اند. به مثال های ذیل توجه کنید:
$124^0=1$
$345^0=1$

خاصیت

اگر a یک عددباشد، پس $a^0=1$ است .

۳.۷ مقایسه و عملیه های جمع وتفریق اعداد توان دار

مقایسه اعداد توان دار

برای مقایسه اعداد توان دار در ابتدا توان را رفع و بعداً اعداد را مقایسه می کنیم.به مثال های ذیل توجه کنید.

۱۳.۳ مثال.....

اعداد 2^7 و 3^4 را مقایسه کنید.

حل:

$2^7 \square 3^4$

$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2 \square 3\cdot3\cdot3\cdot3$

$128 \square 81$

$128 > 81$

تمرین: اعداد 3^7 و 4^6 را مقایسه کنید.

جواب: $4^6 > 3^7$

جمع و تفریق اعداد توان دار

در ابتدا توان را رفع کرده و بعداً عملیه های جمع و تفریق را انجام میدهیم. به مثال های ذیل توجه کنید:

۱۴.۳ مثال.....

عملیه های ذیل را انجام دهید:

الف. $2^2 + 4 = ?$

ب. $3^3 - 7 = ?$

ج. $4^4 - 10 = ?$

د. $10^3 - 10^2 = ?$

حل:

الف. $2^2 + 4 = 4 + 4 = 8$

ب. $3^3 - 7 = 27 - 7 = 20$

ج. $4^4 - 10 = 256 - 10 = 246$

د. $10^3 - 10^2 = 1000 - 100 = 900$

تمرین : عملیه های ذیل را اجرا کنید.

الف. $33^2 - 4^3 = ?$

ب. $15^3 - 2^4 = ?$

ج. $5^4 - 10^2 = ?$

جواب:

الف. 1025

ب. 3359

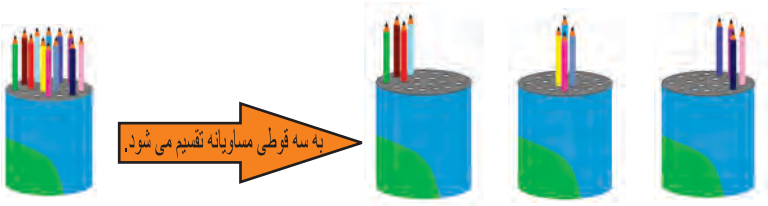
ج. 525

۳.۸ عملیهٔ تقسیم اعداد طبیعی (Division)

عملیهٔ تقسیم معکوس ضربْ می باشد. مثلاً: اگر $24 = 3 \cdot 8$ و $24 = 8 \cdot 3$ باشد،
پس: $24 \div 8 = 3,\ 24 \div 3 = 8$ نیز درست می باشد.

۳.۱۵ مثال.....

فرض کنید که در یک قوطی دوازده پنسل دارید، اگر بخواهید این پنسل ها را به سه قوطی طوری تقسیم کنید که به تمام قوطی هابه تعداد مساوی پنسل برسد، در این صورت در هر قوطی چند پنسل وجود خواهد داشت؟



دیده می شود که در هر قوطی چهار، چهار عدد پنسل جا گرفته این جمله را در زبان ریاضی به شکل ذیل می نویسند:

$$12 \div 3 = 4$$

۳.۵ تعریف.....

عملیهٔ تقسیم بیان کننده اینست که یک کمیت چند مرتبه شامل یک کمیت دیگر است. این عملیه معکوس عملیهٔ ضرب می باشد.

اجزای عملیهٔ تقسیم به عبارت ذیل می باشند:

مقسوم علیه	مقسوم
خارج قسمت	
باقی مانده	

بین اجزای عملیهٔ تقسیم رابطه ذیل وجود دارد:

a	b
d	c

$$a = b \cdot c + d$$

ارایه و اجرای عملیه تقسیم

برای ارایه عملیهٔ تقسیم دو عدد a و b از سمبول های ذیل استفاده می شود:

$$a \div b,\quad a : b,\quad \overline{)}\,a,\quad a / b,\quad \frac{a}{b},\quad a \,\big|\, b$$

طوریکه در مثال فوق و همچنان از تعریف عملیهٔ تقسیم واضح است، برای اجرای عملیهٔ تقسیم باید عملیهٔ ضرب را به طور کامل آن یاد داشته باشیم و یا حد اقل با ضرب زبانی اعداد آشنایی کامل داشته باشیم.

نوت

مقسوم به معنٰی تقسیم شده، و مقسوم علیه به معنٰی تقسیم شده بالای آن، می باشد.

نوت

$0 + 0 = 0$ $\quad 0 \times 0 = 0$
$0 - 0 = 0$ $\quad 0 \div 1 = 0$

$0 \div 0 =$ نا معین

$1 \div 0 =$ تعریف نشده

عملیهٔ تقسیم اعداد کوچک چون 4 = 3 ÷ 12 با استفاده از ضرب زبانی به ساده گی اجرا شده می تواند ولی اگر این اعداد بزرگ و بزرگتر شوند نیاز به یک شیوه خاصی است که این عملیه را اجرا نماید. مثلاً: اگر عدد 4518 را بالای عدد 6 تقسیم نماییم باید آنرا به ترتیب ذیل انجام دهیم.

اگر رقم اول بسیار کوچک باشد (عدد 4 عدد 6 را حتیٰ یک بار هم در خود ندارد)، پس باید دو رقم مقسوم (45) را بالای مقسوم علیه (6) تقسیم کنیم. برای دریافت اینکه عدد 6 چند بار در عدد 45 شامل است برای بار اول یک عدد نزدیک به جواب را فرض می کنیم. مثلاً: اگر 8 را انتخاب کنیم دیده می شود که حاصل ضرب 8 و 6 مساوی به 48 می شود این عدد نسبت به 45 بزرگ میباشد. بناءً عدد 6 را فرض می کنیم دیده می شود. که حاصل ضرب 6 و 6 مساوی به 36 می شود که نسبت به 45 بسیار کوچک می باشد چون (36-45) مساوی به 9 می شود که خود بیان کننده اینست که 45 یک 6 دیگر را نیز در خود دارد، از اینرو 45 دقیقاً 7 بار 6 را در خود دارد. عدد 7 را در خارج قسمت، عدد 42 (نتیجه عملیه ضرب 7 و 6) را در پایین عدد 45 می نویسیم بعداً عملیه تفریق را انجام می دهیم که باقی مانده 3 می شود. حالا عدد 1 را از مقسوم پایین می کنیم و به طرف راست باقی مانده می نویسیم که 31 میشود.

$$\begin{array}{r|l} 4518 & 6 \\ -\,42 & 7 \\ \hline 31 & \end{array}$$

عدد 31 عدد 6 را 5 مرتبه در خود دارد بناءً عدد 5 را در خارج قسمت در سمت راست عدد 7 می نویسم و عدد 30 (نتیجه عملیهٔ ضرب 5 و 6) را در پایین عدد 31 می نویسیم. بعداً عملیهٔ تفریق را انجام می دهیم که باقی مانده این بار 1 می شود. حالا عدد 8 را از مقسوم پایین می کنیم و به طرف راست باقی مانده می نویسیم که 18 می شود.

نوت

در تمام عملیه های تقسیم که باقی مانده آن صفر شود مقسوم بالای مقسوم علیه پوره قابل تقسیم است.

$$\begin{array}{r|l} 4518 & 6 \\ -\,42 & 75 \\ \hline 31 & \\ -\,30 & \\ \hline 18 & \end{array}$$

عدد 18 عدد 6 را کاملاً 3 مرتبه در خود دارد بناءً عدد 3 را در خارج قسمت در سمت راست عدد 5 می نویسیم و عدد 18 (نتیجه عملیهٔ ضرب 3 و 6) را در پایین عدد 18 می نویسیم بعداً عملیهٔ تفریق را انجام می دهیم که باقی مانده این بار صفر می شود و در نتیجه گفته می توانیم که عدد 4518 عدد 6 را 753 مرتبه در خود دارد. همچنان گفته می شود که عدد 4518 بالای عدد 6 پوره قابل تقسیم است. چون باقی مانده عملیه تقسیم آنها صفر شده است.

$$\begin{array}{r|l} 4518 & 6 \\ -\,42 & 753 \\ \hline 31 & \\ -\,30 & \\ \hline 18 & \\ -\,18 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

۱۶.۳ مثال.....

عملیه های تقسیم ذیل را انجام دهید:

الف. $456 \div 12 = ?$

ب. $6384 \div 34 = ?$

ج. $567846 \div 45 = ?$

حل:

الف.

$$\begin{array}{r|l} 456 & 12 \\ -\,36 & \\ \hline 96 & 38 \\ -\,96 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

ب.

$$\begin{array}{r|l} 6384 & 34 \\ -\,34 & \\ \hline 298 & 187 \\ -\,272 & \\ \hline 264 & \\ -\,238 & \\ \hline 26 & \end{array}$$

ج.

$$\begin{array}{r|l} 567846 & 45 \\ -\,45 & \\ \hline 117 & 12618 \\ -\,90 & \\ \hline 278 & \\ -\,270 & \\ \hline 84 & \\ -\,45 & \\ \hline 396 & \\ -\,360 & \\ \hline 36 & \end{array}$$

تمرین: عملیه های تقسیم ذیل را انجام دهید:

الف. $3482 \div 44 = ?$

ب. $456784 \div 86 = ?$

جواب:

الف. 79 (باقیماند 6)

ب. 5311 (باقیماند 38)

در عملیهٔ تقسیم بعضی قوانینی وجود دارد که در اکثر کتاب ها به آن اشاره نشده اما در این جا ما به مطالعه و بررسی آنها می پردازیم.

1- در عملیه تقسیم اگر یک رقم را از مقسوم پایین کنیم ، ولی باز هم عدد جدید بدست آمده بالای مقسوم علیه قابل تقسیم نباشد، می توانیم رقم بعدی را از مقسوم پایین کنیم ولی باید قبل از آن در خارج قسمت یک صفر را بنویسیم. به مثال ذیل توجه کنید:

$$\begin{array}{r|l} 214 & 2 \\ -\,2 & \\ \hline 14 & 107 \\ -\,14 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

2- اگر در اخیر عملیهٔ تقسیم، طوری واقع شود که یک یا دو رقم اخیر مقسوم را اگر پایین هم کنیم عدد جدید بالای مقسوم علیه قابلیت تقسیم را نداشته باشد پس به تعداد ارقام باقی مانده در خارج قسمت صفر ها می گذاریم. به مثال ذیل توجه کنید:

$$\begin{array}{r|l} 23119 & 21 \\ -\,21 & \\ \hline 21 & 1100 \\ -\,21 & \\ \hline 19 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 221 & 2 \\ -\,2 & \\ \hline 2 & 110 \\ -\,2 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

نوت

بطور خلاصه در عملیه تقسیم به عوض هر رقمی که از مقسوم پایین می شود و بالای مقسوم علیه قابل تقسیم نمی باشد، در خارج قسمت صفر گذاشته رقم بعدی را پایین کرده می توانیم. این اصل در مورد آخرین رقم مقسوم نیز قابل تطبیق است.

مثال ۱۷.۳

عملیه های تقسیم ذیل را انجام دهید:

الف. $441 \div 4 = ?$

ب. $144012 \div 12 = ?$

ج. $201010 \div 2 = ?$

حل:

الف.

$$\begin{array}{r|l} 441 & 4 \\ -4 & 110 \\ \hline 4 & \\ -4 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

ب.

$$\begin{array}{r|l} 144012 & 12 \\ -12 & 12001 \\ \hline 24 & \\ -24 & \\ \hline 012 & \\ -12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

ج.

$$\begin{array}{r|l} 201010 & 2 \\ -2 & 100505 \\ \hline 010 & \\ -10 & \\ \hline 10 & \\ -10 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

تمرین: عملیه های تقسیم ذیل را انجام دهید:

الف. $430860 \div 43 = ?$

ب. $456746073 \div 86 = ?$

جواب: الف. 10020

ب. 5311000 (باقی مانده 73)

طریقه ساده تقسیم یکعدد بر عدد 10 ، 100 ، 1000 و ...

برای این منظور از طرف راست مقسوم به تعداد صفرها ارقام اعشاری جدا کرده که در نتیجه خارج قسمت حاصل می شود و باقی مانده صفر می باشد.

مثال ۱۸.۳

عملیه های تقسیم ذیل را ساده سازید:

الف. $123478 \div 10000 = ?$

ب. $123478 \div 100 = ?$

حل: الف. $123478 \div 10000 = 12.3478$

ب. $123478 \div 100 = 1234.78$

تمرین: عملیه های تقسیم ذیل را ساده سازید:

الف. $364287 \div 1000 = ?$

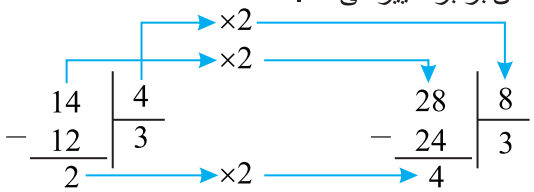
ب. $7538949 \div 1000000 = ?$

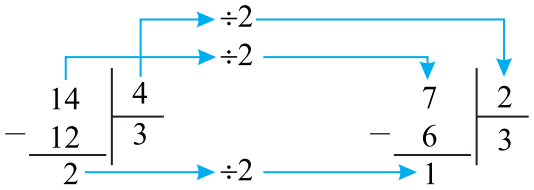
جواب: الف. 364.287

ب. 7.538949

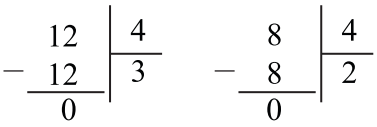
اصول عملیهٔ تقسیم

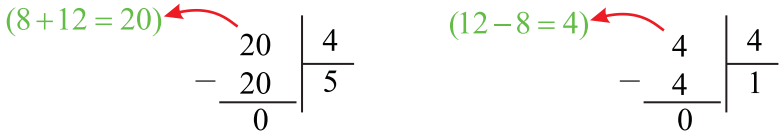
اصل اول عملیهٔ تقسیم : اگر مقسوم و مقسوم علیه در یک عدد ضرب و یا تقسیم شوند، خارج قسمت تغییر نمی خورد اما باقیمانده به همان برابر تغییر می کند.



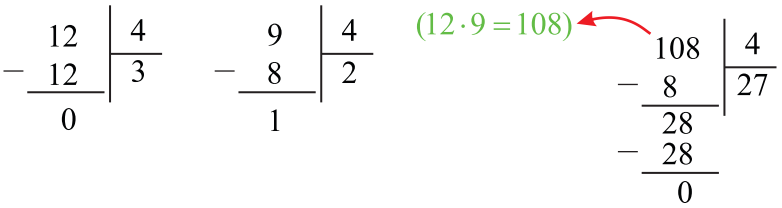


اصل دوم عملیهٔ تقسیم: اگر دو عدد بالای یکعدد سوم پوره قابل تقسیم باشند حاصل جمع و حاصل تفریق آنها نیز بالای همان عدد پوره قابل تقسیم می باشند.





اصل سوم عملیهٔ تقسیم: اگر مقسوم به شکل یک حاصل ضرب باشد و یکی از عوامل ضربی بالای مقسوم علیه پوره تقسیم شود، حاصل ضرب نیز بالای آن عدد پوره تقسیم میشود.



خواص عملیهٔ تقسیم

1- عملیهٔ تقسیم خاصیت تبدیلی ندارد؛ یعنی:

خاصیت

اگر a, b دو عدد باشند، پس $a \div b \neq b \div a$.

2- هر عدد تقسیم بر یک، مساوی به خود همان عدد است؛ یعنی:

خاصیت

اگر a یک عدد باشد، پس $a \div 1 = a$.

3- صفر تقسیم بر هر عدد طبیعی مساوی به صفر است؛ یعنی:

خاصیت

اگر a یک عدد باشد، پس $0 \div a = 0$.

4- عدد طبیعی تقسیم بر صفر تعریف نشده است. یعنی:

خاصیت

اگر a یک عدد باشد، پس $a \div 0$ یک شکل تعریف نشده است.

مثال ۱۹.۳

یک نفر می خواهد 5940 افغانی را به 12 نفر به طور مساوی تقسیم کند، حصه هر کدام را دریابید.

حل:

$$\begin{array}{r|l} 5940 & 12 \\ -\ 48 & 495 \\ \hline 114 & \\ -\ 108 & \\ \hline 60 & \\ -\ 60 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

دیده می شود که 5940، عدد 12 را 495 بار در خود دارد به این معنی که برای هر نفر 495 افغانی می رسد.

تمرین: اگر به تعداد 512 سیب را به 16 صندوق جابجا کنیم، به هر صندوق چند عدد سیب می رسد.

جواب: 32عدد سیب.

مثال ۲۰.۳

یک حوض گنجایش 288 سطل آب را دارد. دو نل که از یکی 13 سطل آب و از دومی 11 سطل آب در یک ساعت میریزد حوض را در چند ساعت پر خواهند کرد؟

حل:

هر دو نل در یک ساعت 24 سطل آب میریزند بنا بر این اینکه بدانیم 288 سطل آب در چند ساعت حاصل می شود باید 288 را به 24 تقسیم نماییم.



$$288 \div 24 = 12$$

دیده می شود که حوض در 12ساعت پر خواهد شد.

تمرین: اگر یک موتر فاصله 1875کیلومتررا در 15 ساعت طی نماید، موتر مذکور در یک ساعت چند کیلومتر را طی می کند.

جواب: 125 کیلومتر.

مثال ۲۱.۳

در یک باغ 81 درخت سیب است. صاحب باغ از هر درخت 35 دانه سیب را میچیند و آنرا در 27 کریت جابجا میکند. دریابید که هر کریت گنجایش چند دانه سیب را دارد؟

حل:

برای اینکه بدانیم از درخت ها مجموعاً به چه تعداد سیب حاصل می شود از عملیه ضرب استفاده می کنیم.

$$81 \cdot 35 = 2835$$

دیده می شود که از تمام درخت ها به تعداد 2835 عدد سیب بدست آمد.

حالا مجموع سیب ها را به کریت ها تقسیم می کنیم.

$$2835 \div 27 = 105$$

دیده می شود که برای هر کریت به تعداد 105 عدد سیب می رسد.

تمرین: در یک بلند منزل 35 منزل رهایشی وجود دارد. هر منزل روزانه به طور اوسط 60 لیتر آب را مصرف می کند. مصرف آب این بلند منزل قرار است توسط سه مخزن آب که روزانه پر می شوند تأمین گردد. نظر به مصرف فوق هر مخزن باید چند لیتر ظرفیت داشته باشد؟

جواب: 700 لیتر.

۹.۳ امتحان عملیهٔ های ضرب و تقسیم

1- برای امتحان عملیه ضرب جاهای عوامل ضربی را تغییر می دهیم اگر بعد از اجرای عملیه ضرب به عین جواب برسیم عملیه ضرب درست می باشد. و یا اگر حاصل ضرب را تقسیم بر یکی از عوامل ضربی نماییم، باید عامل ضربی دوم را بدهد.

$4 \cdot 3 = 12$

$3 \cdot 4 = 12$

$12 \div 3 = 4$

$12 \div 4 = 3$

2- برای امتحان عملیهٔ تقسیم اگر حاصل تقسیم را ضرب مقسوم علیه، جمع باقی مانده نماییم باید مقسوم را بدهد.

$$\begin{array}{r|l} 21 & 4 \\ -\ 20 & 5 \\ \hline 1 & \end{array} \qquad 5 \cdot 4 + 1 = 20 + 1 = 21$$

۱۰.۳ عملیه های مختلط اعداد طبیعی

انواع قوس ها: در حساب از سه نوع قوس استفاده می شود که قرار ذیل اند:

1- قوس کوچک () 2- قوس متوسط [] 3- قوس بزرگ {}

در محاسبات اکثراً چهار عملیه (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم) همزمان واقع می شوند و برای رفع آنها هر عملیه را به نوبت و محل آن اجرا می نماییم. به ترتیب اجرای آنها در پایان توجه کنید.

1- قوس ها را به ترتیب کوچک، متوسط و بزرگ رفع می کنیم.

2- توان را رفع می کنیم.

3- تقسیم یا ضرب را از چپ به راست انجام می دهیم.

4- در اخیر جمع و یا تفریق را از چپ به راست انجام می دهیم.

۲۲.۳ مثال.....

افاده های عددی ذیل را ساده سازید.

الف. $4 + 4^2 \div 2 = ?$

ب. $3(2+4) = ?$

ج. $3 \cdot 2 + 4 = ?$

د. $4 \cdot 25 - 5 \cdot 4 - 8 \div 2 = ?$

هـ. $12(10-3) + 7(3+6) = ?$

و. $\{[(100-36) \div (1+7)] - 8\} \cdot 3 + 5 = ?$

ز. $\{[(3^2 \div 9 + 7 \cdot 2 \div 2) + 3] \cdot 4 - 5\} \cdot 3 = ?$

ح. $(2^3 + 1^3)^2 + 4 - 4 \div 4 \cdot 4 = ?$

ط. $(2^{10} + 2^{10} - 1000) + (2 + 3^2)^2 = ?$

حل:

الف. $4+4^2\div 2=4+16\div 2=4+8=12$

ب. $3(2+4)=3(6)=18$

ج. $3\cdot 2+4=6+4=10$

د. $4\cdot 25-5\cdot 4-8\div 2=100-20-4=76$

ه. $12(10-3)+7(3+6)=12\cdot 7+7\cdot 9=84+63=147$

و. $\{[(100-36)\div(1+7)]-8\}\cdot 3+5=\{[64\div 8]-8\}\cdot 3+5$

$=0\cdot 3+5$

$=5$

ز. $\{[(3^2\div 9+7\cdot 2\div 2)+3]\cdot 4-5\}\cdot 3=\{[(1+7\cdot 2\div 2)+3]\cdot 4-5\}\cdot 3$

$=\{[(1+14\div 2)+3]\cdot 4-5\}\cdot 3$

$=\{[(1+7)+3]\cdot 4-5\}\cdot 3$

$=\{[8+3]\cdot 4-5\}\cdot 3$

$=\{11\times 4-5\}\cdot 3$

$=39\cdot 3=116$

ح. $(2^3+1^3)^2+4-4\div 4\cdot 4=(8+1)^2+4-1\cdot 4$

$=9^2+4-4$

$=81$

ط. $(2^{10}+2^{10}-1000)+(2+3^2)^2=(1024+1024-1000)+(2+9)^2$

$=(2048-1000)+11^2$

$=1048+121$

$=1169$

تمرین: افاده های الجبری ذیل را ساده سازید.

الف. $?=4-2\div 2$

ب. $?=6\cdot 2-4$

ج. $?=6+18\div 3\cdot 2-9$

د. $?=[(16+4)\div(3\cdot 2-1)]+1$

ه. $?=1+1\div 1-1\cdot 1$

و. $?=\{[(50+25)\div 15]\div 5\}+2$

ز. $?=5[(1^{207}+207^0)\div 2+3]\div 5$

جواب:

الف. 3

ب. 8

ج. 9

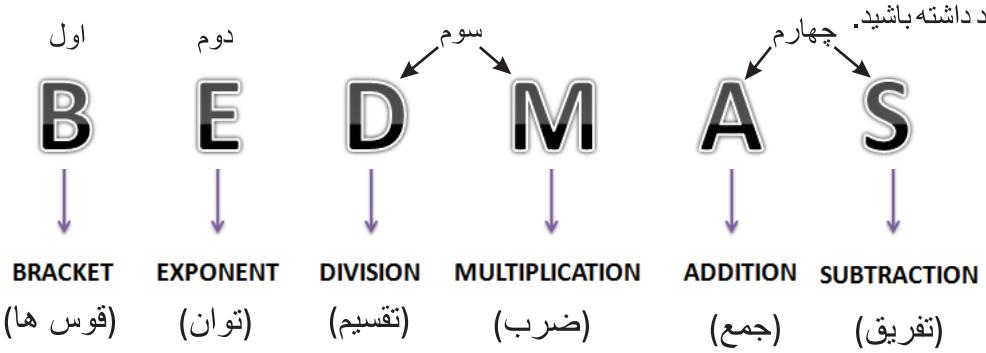
د. 5

ه. 1

و. 3

ز. 4

برای ساده سازی افاده های مختلط از اختصار انگلیسی (BEDMAS) نیز استفاده کرده می توانیم. این کلمه به یاد سپاری ترتیب اجرای عملیه ها را ساده می سازد. اما باید اسمای انگلیسی عملیه ها را به یاد داشته باشید.



در این جا قابل ذکر است که بعد از قوس ها و توان عملیهٔ ضرب یا تقسیم و بعداً عملیه های تفریق و یاجمع را اجرا می کنیم.

۳.۱۱ دریافت حاصل جمع سلسله های مختلف اعداد طبیعی

1- دریافت حاصل جمع سلسله اعداد مسلسل طبیعی

برای این منظور از رابطه ذیل استفاده میشود:

$\frac{(\text{تعداد}+1)\ \text{تعداد}}{2}$ (تعداد اعداد با عدد آخری سلسله مساوی می باشد.)

اگر تعداد اعداد طبیعی (آخرین عدد) در یک سلسله مسلسل را به حرف (n) ومجموع این سلسله را به حرف (S) نشان دهیم، پس:

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

م ۳.۱ معادله مجموع سلسله مسلسل اعداد طبیعی.

۲۳.۳ مثال.....

حاصل جمع سلسله $100+\ldots+3+2+1$ را دریابید.

حل:

$n = 100$

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow S_{100} = \frac{100(100+1)}{2} = \frac{100(101)}{2} = 5050$$

تمرین: حاصل جمع سلسله $200+\ldots+3+2+1$ را دریابید.

جواب: 20100

۲۴.۳ مثال.....

حاصل جمع سلسله $100+\ldots+23+22+21$ را دریابید.

حل:

چون سلسله از عدد 1 آغاز نگردیده است، بنابرین باید از حاصل جمع 1 الی 100 حاصل جمع 1 الی 20 را تفریق کنیم.

مرحله اول: حاصل جمع از 1 الی 20

$$S_{20}=\frac{20(20+1)}{2}=\frac{20(21)}{2}=210$$

مرحله دوم: حاصل جمع از 1 الی 100 که 5050 می شود.

مرحله سوم: حاصل جمع از 21 الی 100 را طور ذیل دریافت می کنیم:

$$S_{21\to100}=S_{100}-S_{20}=5050-210=4840$$

تمرین: حاصل جمع سلسله $55+56+57+\ldots350$ را دریابید.

جواب: 59940

2- دریافت حاصل جمع سلسله اعداد جفت طبیعی

برای این منظور از رابطه ذیل استفاده میشود:

(تعداد) تعداد +1

اگر تعداد اعداد جفت در یک سلسله اعداد جفت را به حرف (n) ومجموع این سلسله را به حرف (S) نشان دهیم، پس:

$$S=n(n+1)$$

م ۲.۳ معادلـــه مجمـــوع سلسله اعداد جفت طبیعی.

(برای دریافت تعداد اعداد، عدد آخری سلسله را بالای عدد 2 تقسیم می کنیم.)

۲۵.۳ مثال.....

حاصل جمع سلسله $2+4+6+\ldots+100$ را دریابید.

حل:

در ابتدا تعداد اعداد مسلسل جفت طبیعی را پیدا می نماییم. که 50 می شود.

$$n=100\div2=50$$

$$S_{2+4+6+\ldots100}=n(n+1)=50\cdot51=2550$$

تمرین:حاصل جمع سلسله $2+4+6+\ldots+50$ را دریابید.

جواب: 650

۲۶.۳ مثال.....

حاصل جمع سلسله $12+14+16+\ldots+50$ را دریابید.

حل:

$$S_{2+4+6+\ldots+10}=5(5+1)=30$$

$$S_{2+4+6+\ldots+50}=25(26)=650$$

$$S_{12+14+16+\ldots+50}=S_{2+4+6+\ldots+50}-S_{2+4+6+\ldots+10}$$

$$=650-30$$

$$=620$$

تمرین:حاصل جمع سلسله $22+24+26+\ldots+120$ را دریابید.

جواب: 3550

3- دریافت حاصل جمع سلسله اعداد طاق طبیعی

برای این منظور از رابطه ذیل استفاده میشود:

(تعداد) تعداد (برای دریافت تعداد اعداد، عدد مابعد عدد آخری را بالای 2 تقسیم می کنیم.)

اگر تعداد اعداد طاق در یک سلسله اعداد طاق را به حرف (n) ومجموع این سلسله را به حرف(S) نشان دهیم پس:

م ۳.۳ معادله مجموع سلسله طاق اعداد طبیعی.

$$S = n(n) = n^2$$

مثال ۲۷.۳

حاصل جمع سلسله $1+3+5+\ldots+99$ را دریابید.

حل:

در ابتدا تعداد اعداد مسلسل طاق طبیعی را پیدا می نماییم که 50 می شود.

$$n = 100 \div 2 = 50$$

$$S_{1+3+5+\ldots 99} = n^2 = 50^2 = 2500$$

تمرین:حاصل جمع سلسله $1+3+5+\ldots+49$ را دریابید.

جواب:625

مثال ۲۸.۳

حاصل جمع سلسله $31+33+35+\ldots+99$ را دریابید.

حل:

$$S_{1+3+5+\ldots+29} = 15^2 = 225$$

$$S_{1+3+5+\ldots+99} = 50^2 = 2500$$

$$S_{31+33+35+\ldots+99} = S_{1+3+5+\ldots+99} - S_{1+3+5+\ldots+29}$$

$$= 2500 - 225$$

$$= 2275$$

تمرین:حاصل جمع سلسله $51+53+55+\ldots+121$ را دریابید.

جواب: 3096

4- دریافت حاصل جمع سلسله مربعات اعداد مسلسل طبیعی

برای این منظور از رابطه ذیل استفاده میشود:

$$\frac{\text{(تعداد)}\cdot(\text{تعداد}+1)\cdot(2\cdot\text{تعداد}+1)}{6}$$

(تعداد اعداد با قاعدهٔ عدد آخری سلسله مساوی می باشد.)

اگر تعداد مربعات اعداد مسلسل طبیعی را در یک سلسله اعداد طبیعی به حرف (n) ومجموع این سلسله را به حرف (S) نشان دهیم پس:

$$S=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

م ۳.۴ معادله مجموع سلسله مربعات اعداد مسلسل طبیعی.

مثال ۲۹.۳

حاصل جمع سلسله $1^2+2^2+3^2+...+12^2$ را دریابید.

حل:

$n=12$

$$S=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=\frac{12(12+1)(24+1)}{6}=\frac{12(13)(25)}{6}=650$$

تمرین: حاصل جمع سلسله $1^2+2^2+3^2+...+15^2$ را دریابید.

جواب: 1240

مثال ۳۰.۳

حاصل جمع سلسله $8^2+9^2+10^2+...+14^2$ را دریابید.

حل:

$$S_{1^2+2^2+3^2+...+7^2}=\frac{7(8)(15)}{6}=140$$

$$S_{1^2+2^2+3^2+...+14^2}=\frac{14(15)(29)}{6}=1015$$

$$S_{8^2+9^2+10^2+...+14^2}=S_{1^2+2^2+3^2+...+14^2}-S_{1^2+2^2+3^2+...+7^2}=1015-140=875$$

5- دریافت حاصل جمع سلسله مکعبات اعداد مسلسل طبیعی

برای این منظور از رابطه ذیل استفاده میشود:

$$\left(\frac{(\text{تعداد})+1)\text{ تعداد}}{2}\right)^2$$

(تعداد اعداد با قاعدهٔ عدد آخری سلسله مساوی می باشد.)

اگر تعداد مکعبات اعداد مسلسل طبیعی در یک سلسله اعداد طبیعی را به حرف (n) ومجموع این سلسله را به حرف (S) نشان دهیم، پس:

$$S=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

م ۳.۵ معادله مجموع سلسله مکعبات اعداد مسلسل طبیعی.

مثال ۳۱.۳

حاصل جمع سلسله $1^3+2^3+3^3+...+5^3$ را دریابید.

حل:

$$S_{1^3+2^3+3^3+...+5^3}=\left(\frac{5(5+1)}{2}\right)^2=\left(\frac{5(6)}{2}\right)^2=\left(\frac{30}{2}\right)^2=15^2=225$$

تمرین: حاصل جمع سلسله $1^3+2^3+3^3+...+12^3$ را دریابید.

جواب: 6084

راز خواننده ذهن یا مغز

ریاضیات طوریکه در فصول گذشته به آن اشاره شد اساس پیشرفت های امروزی جهان را تشکیل می دهد. امروز ریاضیات و ساینس سهم بارز و باارزش خود را در همه عرصه های زنده گی انسان ها نشان داده است. طوریکه تمامی سهولت های فراهم شده در زنده گی انسان ها محصول پیشرفت های تدریجی و متداوم این علم بوده است. حتیٰ به این حد که این علم جز از بزرگترین و مرموز ترین سر گرمی های جهان شده که بعضی اوقات این سرگرمی ها به شهرت جهانی رسیده و در تاریخ نیز ثبت شده اند. در حالیکه همه راز های این سرگرمی ها در پرتو این علم آشکار می شوند. پس باید برای فهم و درک این علم از دل و جان کار کنیم و برای مروج ساختن این علم در سرتاسر کشور عزیز مان افغانستان از هیچ نوع سعی و تلاش دریغ نکنیم.

در این جا برای وضاحت هر چه بیشتر موضوع، یکی از مشهور ترین سرگرمی های جهان را که در قالب یک برنامه تلویزیونی است به معرفی می گیریم.

اینجا ناوقت شب است و برنامه نمایش مرموز جریان دارد.

– نطاق: خانم ها و اقایان! وقت آخرین نمایش مرموز امشب فرا رسیده لطفاً به سحرگر خوش آمدید گویید کسیکه قادر است فکر شما را بخواند و آنچه در فکر شماست برایتان بگوید. (مردم همه از او استقبال گرم می کنند. سحرگر بروی عرشه نمایش حاضر می شود.)

– سحرگر (به دقت به مردم نگاه می کند.): اوه!اوه! من صدای زیاد می شنوم! از میان شما یک رضا کار می خواهم ! بلی یک رضا کار شما آقا! لطفاً به عرشه نمایش بیایید. (یکی از تماشاچیان به طرف عرشه نمایش می رود و خود را به نزد خواننده می رساند.) نه !نه!خواندن یک ذهن امشب برای من خیلی ساده است! یک نفر دیگر! یک دیگر! بلی! شما آقا! من امشب باید دو ذهن را بخوانم. (شخص دوم نیز به عرشه نمایش حاضر می شود.)

– نطاق(برای هر دو شخص): آقایان! تشکر از اشتراک شما! اجازه دهید تا جادوی امشب آغاز گردد. لطفاً یک عدد بین 1 و 9 را انتخاب کنید. و در ورق های که روی میز دارید یادداشت کنید. اما اعداد را برای ما نگویید! (هر دو شخص مشکوکانه به طرف یک دیگر نگاه می کنند و سپس هر دو توته های کاغذ را که روی میز های پیشروی شان بود بر می دارند و چیزی را روی آن می نویسند. (شخص اول بشکل محرمانه عدد 7 را و شخص دوم نیز عدد 3 را می نویسند.)

- نطاق: خانمها و آقایان! سحرگر ما امشب ذهن این دو شخص را می خواند. لطفاً توجه کنید!



– سحرگر برای شخص اول: عددخود را با عدد 2 ضرب کنید.

(شخص اول خاموشانه فکر می کند. 14=2·7)

– سحرگر برای شخص اول: عدد 5 را با آن جمع کنید!

(شخص اول خاموشانه فکر می کند. 19=5+14)

– سحرگر برای شخص اول: حاصل را باعدد 5 ضرب کنید!

(شخص اول خاموشانه فکر می کند. 95=5·19)

– سحرگر برای شخص دوم: شما آقا! لطفاً عدد 10 را با عدد خود جمع کنید.

(شخص اول خاموشانه فکر می کند. 13=10+3).سحرگر لرزان لرزان به طرف این دو شخص نزدیک می شود. و با شور و هیجان می گوید:بلی! بلی! من نزدیک شدم. هر دوی شما لطفاً اعداد حاصله تان را با هم جمع کنید و حاصل را برایم بگویید.

(شخص اول و دوم خاموشانه فکر میکنند. 108=13+95) ومی گویند: 108!

سحرگر خاموشانه فکر می کند. 73=35-108 پس عدد شخص اول 7 و از شخص دوم 3 است.) و سپس به شکل مرموز آمیز به طرف چشمان آنها نگاه می کند و رویش را به تماشاچیان دور می دهد و می گوید:بلی! بلی! اعدادی را که انتخاب نموده بودید. یکی 7 و دیگری 3 است.(بعد سریعاً رویش را به هر دو شخص دور می دهد و از آنها می پرسد: آیا همینطور نیست؟ (هر دو شخص در حالیکه از هیجان دست های شان می لرزید. گفتند: بلی! شما واقعاً درست عددی را که فکر کرده بودیم. گفتید!

-نطاق: بیننده های عزیز شما دیدید که سحرگر ما امشب توانست تا ذهن هر دوی این ها را بخواند. او واقعاً قادر به خواندن ذهن است. تا نمایش بعدی خدا حافظ! شب خوش!(و به همین ترتیب تماشاچیان همه حیرت زده از هم دیگر می پرسیدند: او این همه را چطور انجام داد؟؟؟ بعداً آهسته آهسته همه از تالار بیرون شدند در حالیکه در نزد شان بسیار سوال های ناجواب داشتند و برنامه ختم شد.)

دیده می شود که سحرگر در حقیقت قادر به خواندن ذهن نبوده، بلکه توجه انسان ها را با استفاده از علم حساب به شکل باور نکردنی به خود جلب نموده بود. در حالیکه همه فکر می کردند او قادر به خواندن ذهن است، او به شکل بسیار ابتدایی آن فقط عملیه تفریق را استفاده کرده و نتیجه عملیه تفریق را مطالعه نمود.

اما در مورد عدد 35 ،به نظر شما چه خاصیت در عدد 35 است؟ (برای پی بردن به این راز به سایت اینترنیتی مرکز مراجعه کنید.)

این برنامه را بالای دوستان تان امتحان کنید و ببینید که چطور بالای آنها تاثیر می کند.

۱.۳ خلاصه فصل.....

- عملیه جمع عبارت از یکجا نمودن اشیای هم جنس می باشد.
- هر عدد جمع صفر مساوی به خود عدد می باشد.
- در عملیه جمع خاصیت تبدیلی، اتحادی، و بستگی وجود دارد.
- عملیه تفریق معکوس عملیه جمع میباشد و همچنان پیدا نمودن فرق بین دو کمیت هم جنس را نیز تفریق گویند.
- در عملیه تفریق خاصیت تبدیلی وجود ندارد.
- برای امتحان عملیه جمع یکی از جملات جمع را از حاصل جمع تفریق می کنیم. اگر حاصل تفریق با مجموع جملات دیگر مساوی شود، عملیه جمع درست می باشد، و برای امتحان عملیه تفریق حاصل تفریق را با مفروق جمع می نماییم. حاصل جمع باید مساوی به مفروق منه شود.
- عملیه ضرب عبارت از کوتاه ترین طریقه جمع اعداد مساوی می باشد.
- در عملیه جمع خاصیت تبدیلی، اتحادی، توزیعی و بستگی وجود دارد.
- هر عدد ضرب 1 مساوی به خود عدد، و هر عدد ضرب 1مساوی به صفر می شود.
- کوتاه ترین طریقه ضرب نمودن اعداد مساوی را توان گویند.
- هر عدد به نمای صفر 1 قبول شده است.
- عملیه تقسیم بیان کننده اینست که یک کمیت چند مرتبه شامل یک کمیت دیگر است. این عملیه معکوس عملیه ضرب می باشد.
- برای امتحان عملیه ضرب اگر حاصل ضرب را تقسیم مضروب فیه نماییم،حاصل تقسیم باید مساوی به مضروب شود و برای امتحان عملیه تقسیم ، اگر خارج قسمت را ضرب مقسوم علیه، جمع باقیمانده نماییم، حاصل این عملیه ها باید مساوی به مقسوم شود.

- در عملیه های مختلط ترتیب اجرای عملیه ها به شکل ذیل میباشد:

1- قوس ها را به ترتیب کوچک، متوسط و بزرگ رفع می کنیم.
2- توان را رفع می کنیم.
3- تقسیم یا ضرب را از چپ به راست انجام می دهیم.
4- در اخیر جمع و یا تفریق را از چپ به راست انجام می دهیم.

- ترتیب فوق را در کلمه BEDMAS خلاصه می توانیم.
- برای دریافت مجموع سلسله اعداد طبیعی از فورمول ذیل استفاده می کنیم:

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

- برای دریافت مجموع سلسله اعداد جفت طبیعی از فورمول ذیل استفاده می کنیم:

$$S = n(n+1)$$

- برای دریافت مجموع سلسله اعداد طاق طبیعی از فورمول ذیل استفاده می کنیم:

$$S = n(n) = n^2$$

- برای دریافت مجموع سلسله مربعات اعداد طبیعی از فورمول ذیل استفاده می کنیم:

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- برای دریافت مجموع سلسله مکعبات اعداد طبیعی از فورمول ذیل استفاده می کنیم:

$$S = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

سوالات تشریحی...

1- عملیه جمع را تعریف نمایید.
2- اجزای عملیه جمع را نام بگیرید.
3- علامه جمع(+) چند سال قبل از میلاد به میان آمد؟
4- خاصیت اتحادی عملیه جمع را با مثال واضح سازید.
5- عملیه تفریق را تعریف کنید.
6- اجزای عملیه تفریق را نام بگیرید.
7- علامه عملیه تفریق (-) چند سال قبل از میلاد به میان آمد؟
8- سه اصل عملیه تفریق را با مثال واضح سازید.
9- عملیه تفریق را به کدام اهداف استفاده کرده می توانیم؟
10- عملیه جمع و تفریق را چطور میتوانیم امتحان کنیم؟
11- عملیه ضرب را تعریف کنید.
12- اجزای عملیه ضرب را نام بگیرید.
13- عملیه ضرب را بطور عموم به چند شکل ارایه کرده میتوانیم؟
14- خواص عملیه ضرب را هر یک نام گرفته با مثال ها واضح سازید.
15- توان عدد طبیعی را تعریف کنید.
16- هر عدد به توان صفر مساوی به چند می شود؟
17- اعداد توان دار را چطور مقایسه نموده می توانیم ؟
18- عملیه تقسیم را تعریف کنید.
19- اجزای عملیه تقسیم را نام بگیرید.
20- مقسوم و مقسوم علیه چه معنی دارد؟
21- بین اجزای عملیه تقسیم کدام رابطه وجود دارد؟
22- یک عدد چه زمانی بالای یک عدد دیگر پوره قابل تقسیم است؟
23- قوانین مهم عملیه تقسیم را که در اکثر کتاب ها از آن چشم پوشی شده، بیان کنید.
24- اصول عملیه تقسیم را با مثال ها واضح سازید.
25- خواص عملیه تقسیم را با مثال واضح سازید.
26- عملیه های ضرب و تقسیم را چطور میتوانیم امتحان کنیم؟
27- در حساب، با چند نوع قوس آشنایی دارید؟
28- ترتیب اجرای عملیه های مختلط حسابی را واضح سازید.
29- برای ترتیب اجرای عملیه ها ی مختلط از کلمه انگلیسی BEDMAS چطور استفاده کرده می توانید؟
30- برای دریافت حاصل جمع سلسله اعدادمسلسل طبیعی از کدام فورمول استفاده کرده می توانیم؟
31- برای دریافت حاصل جمع سلسله اعداد جفت طبیعی از کدام فورمول استفاده کرده می توانیم؟
32- برای دریافت حاصل جمع سلسله اعداد طاق طبیعی از کدام فورمول استفاده کرده می توانیم.
33- تعداد اعداد در سلسله های اعداد جفت و طاق طبیعی را چطور تعیین کرده می توانیم؟
34- برای دریافت حاصل جمع سلسله مربعات اعداد مسلسل طبیعی از کدام فورمول استفاده کرده می توانیم؟
35- برای دریافت حاصل جمع سلسله مکعبات اعداد مسلسل طبیعی از کدام فورمول استفاده کرده می توانیم؟

سوالات حل شدنی...

36- عملیه های جمع ذیل را اجرا کنید:

الف. 32+12=?
ب. 413+425=?
ج. 2145+3654=?
د. 1254+4798+354=?
ه. 2134+5468+457=?
و. 8745+6542+2145=?
ز. 8765414+5462535+245+46=?
ح. 2145+4678+6521+4632+325+41=?
ط. 4564+2564+3214+5214+332+78=?
ی. 4578896321+86544872+524157=?

37- با در نظر داشت خواص عملیه جمع خانه های خالی را پر کنید.

الف.
$$\begin{array}{r} 6\square437 \\ +896\square8 \\ \hline 1\square0105 \end{array}$$

ب.
$$\begin{array}{r} 76\square0\square5 \\ +908476 \\ \hline \square6\square048\square \end{array}$$

ج.
$$\begin{array}{r} 4\square\square72 \\ +153\square8 \\ \hline \square8450 \end{array}$$

د.
$$\begin{array}{r} \square15\square30 \\ +80818\square \\ \hline \square0\square3214 \end{array}$$

38- عملیه های تفریق ذیل را اجرا کنید:

الف. $69-38=?$

ب. $88-43=?$

ج. $55-16=?$

د. $980-122=?$

هـ. $3720-189=?$

و. $80909-3240=?$

ز. $90807060-4567655=?$

ح. $100000000000-9999999998=?$

39- در عملیه های تفریق ذیل خانه های خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

الف.
$$\begin{array}{r} 6\square34 \\ -\square96\square \\ \hline 32\square9 \end{array}$$

ب.
$$\begin{array}{r} \square37 \\ -\square2\square \\ \hline 5843 \end{array}$$

ج.
$$\begin{array}{r} 4\square7\square3 \\ -\square8\square79 \\ \hline 263\square4 \end{array}$$

د.
$$\begin{array}{r} 5\square29\square\square43 \\ -23\square485\square2 \\ \hline \square54\square63\square5\square \end{array}$$

40- عملیه های ضرب ذیل را اجرا کنید:

الف. $12\cdot13=?$

ب. $15\cdot15=?$

ج. $45\cdot45=?$

د. $65\cdot65=?$

هـ. $75\cdot35=?$

و. $19\cdot22=?$

ز. $11\cdot3210=?$

ح. $12000\cdot3210=?$

ط. $1111\cdot1111=?$

ی. $456\cdot625=?$

ک. $786\cdot622=?$

ل. $897\cdot786=?$

م. $6586\cdot9872=?$

ن. $83784\cdot5230=?$

س. $98987\cdot76898=?$

41- عملیه های تقسیم ذیل را اجرا کنید:

الف. $18\div2=?$

ب. $110\div22=?$

ج. $216\div18=?$

د. $4550\div13=?$

هـ. $82200\div200=?$

و. $128592\div282=?$

ز. $63603\div573=?$

ح. $99831\div311=?$

ط. $18125\div125=?$

ی. $177216\div312=?$

ک. $195468\div546=?$

ل. $801720\div786=?$

م. $1189576\div964=?$

ن. $3640950\div899=?$

س. $2117934\div546=?$

42- عملیه های مختلط ذیل را اجرا کنید:

الف. $8+10\div2-4\cdot3=?$

ب. $9-(4-4)\cdot2+16\div4\div2(2+3)=?$

ج. $8^2-3\cdot4^2+(51\div3-15\div3)=?$

د. $18\div3+8\cdot2\div4-12\div3+5\cdot4\div5\div2=?$

هـ. $(2^2+3^2+4^2+5^2)\div54=?$

43- عملیه های مختلط ذیل را اجرا کنید:

الف. $4^2+5^2+6^2+7^2=?$

ب. $4^2+5^2-2^2\cdot2^3=?$

ج. $8^2-2^2\cdot4^2+(54\div3-15\div3)^0=?$

د. $[(7^2-4^2\cdot3)^{153}+(287^{2013}-2013^{287})^0]\div2=?$

هـ. $[(17+3)^2\div5\cdot69-24\cdot2]^0\div(5^3\cdot2\div10-2^3\cdot3)^{693}=?$

44- عملیه های مختلط ذیل را اجرا کنید:

الف. $[11+11^2-20\cdot5]\cdot[78-(234\div3)]=?$

ب. $\{[(2\cdot11+6)\div4]\cdot[(5^2+1)\div2]-5\}-13=?$

ج. $(6+5)\{2^2-4[9^2-8(4+2\cdot3)]\}=?$

د. $10+\{3[3+13+32]^2\}-[(10^3\cdot6)+9\cdot10^2]$

هـ. $\{[4^2-6\div(8-5)]^2\cdot[(13-5\cdot2)\cdot10-2^2\cdot5]\}\div5=?$

45- حاصل جمع سلسله های ذیل را دریابید:

الف. $1+2+3+...+24=?$

ب. $18+19+20+...+69=?$

ج. $30+32+34+...+56+57+58=?$

د. $2+4+6+8+...+64+65+66+67=?$

هـ. $(2^3+3^3+4^3+...+12^3)-(4^2+5^2+6^2+...+12^2)=?$

1- فرهاد برای ضروریات دفتر یک پایه کمپیوتر را به قیمت 400 افغانی، یک پایه ماشین چاپ را به قیمت 23500 افغانی و یک پایه ماشین فوتو کاپی را به قیمت 27800 افغانی خریداری می کند. پیدا کنید که در مجموع فرهاد چند افغانی را مصرف کرده است؟

2- احمد 15000 افغانی معاش دارد. 6400 افغانی را برای مصارف خانه، مواد خوراکی و غیره اسباب ضروری منزل مصرف می کند و روزانه 200 افغانی را به مصرف می رساند. در اخیر ماه نزد او چند افغانی باقی می ماند؟ (یک ماه را 30 روز فرض کنید.)

3- اگر طول سرک کندهار الی هرات 588 کیلومتر و طول سرک کابل الی کندهار 505 کیلومتر باشد. طول سرک کابل الی هرات را معلوم کنید.

4- فرید برای اعمار یک تعمیر 35 نفر کارگر استخدام نموده است. هر گاه مزد روزانه هر کارگر 500 افغانی باشد، پولی را که فرید در یک هفته به کارگران می پردازد دریابید.

5- کریم برای خریداری قرطاسیه به بازار میرود او در این خریداری دو کتابچه (هر کدام به قیمت 80 افغانی)، دو قلم (هر کدام 5 افغانی) و یک بکس را که 200 افغانی ارزش دارد خریداری میکند. هرگاه در اخیر کریم 75 افغانی قرض دار شود، کریم چند افغانی داشت؟

6- احمد یک مقدار پول را در بین چهار پسرش تقسیم می کند. یکی از پسران او (نوید) تمام پول خود را در یک خریداری مصرف میکند. در آن خریداری نوید یک جوره لباس را به قیمت 500 افغانی، یک جوره بوت را به قیمت 450 و اشیای دیگر را به قیمت 800 افغانی خریداری می کند. پولی را که احمد بین پسرانش تقسیم کرد چند افغانی بوده است. (احمد پول را بین پسرانش مساویانه تقسیم کرده است.)

7☆- در یک شهرک 50 منزل رهایشی وجود دارد. شرکت مولد برق جهت رفع ضروریات این شهرک یک پایه جنراتور 40000 کیلووات را برای این شهرک تهیه میکند. اگر هر منزل بطور اوسط ماهانه 642 کیلووات ساعت برق را مصرف کند، آیا جنراتور مذکور ضروریات شهرک را رفع کرده می تواند، یا خیر؟ اگر مصرف را پوره می کند، چند کیلووات ساعت برق اضافه تولید شده است؟

8☆- یک مطبعه جهت چاپ 2000 جلد کتاب رنگه ضرورت به 62000 ورق دارد، هر ورق را به قیمت 2 افغانی خریداری میکند. در مجموع مصارف چاپ تمام کتب 48000 افغانی می شود. اگر مطبعه در این کتب مبلغ 26000 افغانی فایده بخواهد، پس هر کتاب را چند افغانی باید قیمت گذاری کند؟

9- آیا از یک عدد کوچک یک عدد بزرگ را تفریق کرده می توانیم؟ اگر نمیتوانیم چرا؟

10- اگر از کوچکترین عدد چهار رقمی عدد 405 را تفریق کینم، حاصل تفریق چند می شود؟

11- فاروق در اعمار تعمیر خود مبلغ 3476120 افغانی مصرف نموده است. اگر تعمیر مذکور را به مبلغ 2384650 افغانی بفروشد، معلوم کنید که فاروق چند افغانی ضرر خواهد کرد؟

12- کوچکترین عدد دو رقمی را از بزرگترین عدد دو رقمی تفریق نموده، حاصل تفریق را دریابید.

13- از چهار رقم 3, 4, 5 و 6 بزرگترین و کوچکترین عدد چهار رقمی آنرا نوشته یکی را از دیگری تفریق کنید. حاصل تفریق چند می شود؟ (رقم تکرار نشود)

14- اگر قیمت 12 دانه قلم 120 افغانی باشد، قیمت 15 قلم چند می شود؟

15- اگر یک موتر فاصله 1875 کیلومتر را در 15 ساعت پیموده باشد، موتر مذکور در یک ساعت چند کیلومتر را پیموده است؟

16☆- عددی را دریابید که شرط (خود عدد · خود عدد = خود عدد) را صدق کند.

17☆- دو عدد را طوری دریابید که حاصل جمع و حاصل تفریق آنها یکسان شود.

18☆- عددی را دریابید که شرط (خود عدد ÷ خود عدد = خود عدد) را صدق کند.

19☆☆- عددی را در یابید که نصف آن مساوی به خود آن باشد.

20☆☆☆- رقم یکهای عدد 2^{521} کدام عدد است؟

1- یکجا نمودن اشیای هم جنس را .....گویند.
الف. جمع ب. تفریق ج. ضرب د. تقسیم

2- هر گاه a+b=c باشد، a و b را بنام چه یاد می کنند؟
الف. جملات جمع ج. اعداد اولی
ب. عدد د. حاصل جمع

3- علامه جمع چند سال قبل از میلاد بمیان آمد؟
الف. 1200 ب. 1500 ج. 1800 د. 1100

4- در عملیه جمع باید اعداد به ترتیب ذیل نوشته شوند:
الف. به ترتیب ارقام ج. به ترتیب طبقه ها
ب. به ترتیب مراتب د. الف و ج درست است.

5- هر گاه جاهای جملات جمع را تبدیل کنیم، در حاصل جمع کدام تغییری وارد نمی شود. این قانون را در جمع به کدام نام یاد می کنند؟
الف. قانون تبدیلی ج. قانون تفاضلی
ب. قانون توزیعی د. قانون اتحادی

6- هر گاه در عملیه جمع بیشتر از دو عدد باشد، ترتیب اجرای عملیه ها شرط نیست. این قانون را در جمع به کدام نام یاد میکنند؟
الف. قانون تبدیلی ج. قانون تفاضلی
ب. قانون توزیعی د. قانون اتحادی

7- عنصر عینیت (عنصر خنثیٰ) در عملیه جمع کدام عدد است؟
الف. 1 ب. 0 ج. 10 د. 2

8- عملیه معکوس جمع را به کدام نام یاد می کنند؟
الف. تفریق ب. ضرب ج. تقسیم د. توان

9- هر چیزی که قابلیت اندازه گیری را داشته باشد بنام.....یاد می شود.
الف. کمیت ب. عدد ج. واحد د. هیچکدام

10- به صورت عموم اگر a-b=c باشد، a را بنام.....یاد میکنند.
الف. مفروق ب. مفروق منه ج. حاصل تفریق د. تفاضل

11- عنصر عینیت عملیه تفریق در حساب کدام عدد است؟
الف. 1 ب. 0 ج. 10 د. 2

12- هر گاه یک عدد با مفروق جمع شود حاصل تفریق به همان اندازه ..... می شود.
الف. کم ج. ضرب
ب. زیاد د. هیچکدام

13- هر گاه یک عدد با مفروق منه جمع شود حاصل تفریق به همان اندازه ..... می شود.
الف. کم ج. ضرب
ب. زیاد د. هیچکدام

14- عملیه ضرب عبارت است از:
الف. جمع کردن ج. کوتاه ترین طریقه جمع کردن
ب. یکجا کردن د. آسان ترین طریقه جمع کردن اشیای هم جنس

15- عنصر عینیت در عملیه ضرب کدام است؟
الف. 1 ب. 0 ج. 10 د. 2

16- در عدد تواندار a^b رقم a را به کدام نام یاد می کنند؟
الف. توان ب. قاعده ج. ضریب د. طاقت

17- در عدد تواندار a^b رقم b را به کدام نام یاد می کنند؟
الف. توان ب. قاعده ج. ضریب د. طاقت

18- عملیه تقسیم معکوس یکی از عملیه های ذیل میباشد.
الف. جمع ب. تفریق ج. ضرب د. توان

19- به صورت عموم اگر a÷b=c باشد، c را بنام ..... یاد میشود.
الف. مقسوم ب. خارج قسمت ج. حاصل تقسیم د. ب و ج

20- در عملیه های مختلط حسابی از عملیه های ذیل کدام آنها باید اولتر اجرا شوند؟
الف. جمع ب. تفریق ج. ضرب د. الف و ب

21- در عملیه های مختلط حسابی ترتیب اجرای عملیه ها باید به شکل ذیل باشد.
الف. از چپ به راست ج. از اول به آخر
ب. از راست به چپ د. قاعده مشخص ندارد.

22- در عملیه های مختلط حسابی از عملیه های ذیل کدام آنها باید در قدم آخر اجرا شود؟
الف. تقسیم ب. تفریق ج. ضرب د. الف و ج

23- حاصل جمع دو عدد طاق همیشه یک عدد:
الف. طاق است ج. جفت است
ب. امکان دارد طاق و یا جفت باشد د. اولیه است

24- حاصل جمع دو عدد جفت همیشه یک عدد:
الف. طاق است ج. جفت است
ب. امکان دارد طاق و یا جفت باشد د. اولیه است

25- حاصل ضرب دو عدد تاق همیشه یک عدد:
الف. طاق است ج. جفت است
ب. امکان دارد طاق و یا جفت باشد د. اولیه است

26- حاصل ضرب دو عدد جفت همیشه یک عدد:
الف. طاق است ج. جفت است
ب. امکان دارد طاق و یا جفت باشد د. اولیه است

27- حاصل جمع یک عدد طاق و جفت همیشه یک عدد:
الف. طاق است ج. جفت است
ب. امکان دارد طاق و یا جفت باشد د. اولیه است

28- حاصل ضرب یک عدد طاق و جفت همیشه یک عدد:
الف. طاق است ج. جفت است
ب. امکان دارد طاق و یا جفت باشد د. اولیه است

29- حاصل تفریق یک عدد جفت از یکعدد طاق همیشه یک عدد:
الف. طاق است ج. جفت است
ب. امکان دارد طاق و یا جفت باشد د. اولیه است

30- نتیجه عملیه 321654+65412 را دریابید.
الف. 387066 ج. 397167
ب. 387166 د. 387162

31- نتیجه عملیه 457+5468+2134 را دریابید.
الف. 8059 ج. 8067
ب. 8066 د. 8053

32- نتیجه عملیه 4632+6521+4678+2145 را دریابید.
الف. 17977 ج. 17967
ب. 18967 د. 17976

33- نتیجه عملیه 2834+723894+6413273 را دریابید.
الف. 7140001 ج. 7140000
ب. 7140008 د. 7140002

34- نتیجه عملیه 13- 34 را دریابید.
الف. 22 ج. 27
ب. 26 د. 21

35- نتیجه عملیه 321-4502 را دریابید.
الف. 4182 ج. 4184
ب. 4111 د. 4181

36- نتیجه عملیه 1230- 9008909 را دریابید.
الف. 9006769 ج. 9007647
ب. 9007679 د. 9008769

37- نتیجه عملیه 10110101- 999999999 را دریابید.
الف. 989898989 ج. 9898898
ب. 988998898 د. 989889898

38- نتیجه عملیه 32×34 را دریابید.
الف. 1088 ج. 1268
ب. 1588 د. 1098

39- نتیجه عملیه 35×24 را دریابید.
الف. 408 ج. 868
ب. 848 د. 840

40- نتیجه عملیه 235×11 را دریابید.
الف. 2585 ج. 2568
ب. 2588 د. 2598

41- نتیجه عملیه 230×4000 را دریابید.
الف. 92080 ج. 925000
ب. 920000 د. 985000

42- نتیجه عملیه 111×111 را دریابید.
الف. 123231 ج. 321123
ب. 12321 د. 321231

43- نتیجه عملیه 553×672 را دریابید.
الف. 371645 ج. 371564
ب. 371615 د. 371616

44- نتیجه عملیه $879 \cdot 282$ را دریابید.
الف. 247878 ج. 247787
ب. 287878 د. 247898

45- نتیجه عملیه $869 \cdot 789$ را دریابید.
الف. 668543 ج. 685347
ب. 685648 د. 685641

46- نتیجه عملیه $879 \cdot 282$ را دریابید.
الف. 247868 ج. 247787
ب. 287878 د. 247878

47- نتیجه عملیه $7655 \cdot 8799$ را دریابید.
الف. 67367543 ج. 67356345
ب. 67354343 د. 67536345

48- نتیجه عملیه $123 \div 3$ را دریابید.
الف. 41 ج. 43
ب. 45 د. 42

49- نتیجه عملیه $550 \div 25$ را دریابید.
الف. 22 ج. 23
ب. 25 د. 22

50- نتیجه عملیه $13200 \div 16$ را دریابید.
الف. 834 ج. 823
ب. 825 د. 842

51- نتیجه عملیه $98001 \div 3$ را دریابید.
الف. 32667 ج. 32776
ب. 32766 د. 32657

52- باقیمانده عملیه $71830 \div 502$ را دریابید.
الف. 44 ج. 43
ب. 45 د. 42

53- باقیمانده عملیه $16011506 \div 221$ را دریابید.
الف. 54 ج. 53
ب. 55 د. 56

54- باقیمانده عملیه $863449 \div 789$ را دریابید.
الف. 284 ج. 283
ب. 285 د. 282

55- باقیمانده عملیه $31173412 \div 258$ را دریابید.
الف. 44 ج. 43
ب. 45 د. 46

56- نتیجه عملیه $3^2 \div 3 + (2+4)^2 \div 9 \cdot 3$ را دریابید.
الف. 14 ج. 13
ب. 15 د. 16

57- نتیجه عملیه $[(27 \div 9) + (27+9) \div 3] \div 15$ را دریابید.
الف. 1 ج. 2
ب. 5 د. 0

58- نتیجه عملیه $5^3 \cdot 6^3 - 3^2 \cdot 4^2$ را دریابید.
الف. 26854 ج. 26853
ب. 26855 د. 26856

59- نتیجه عملیه $(29^{45} - 16^{42} + 9^{45})^0 - (7^2 - 6 \cdot 2^3)^{2013}$ را دریابید.
الف. 0 ج. 2
ب. 1 د. هیچکدام

60- نتیجه عملیه $[(10^2 - 9^2)(8^2 + 6^2) \div (1+3^2)]$ را دریابید.
الف. 190 ج. 199
ب. 180 د. 200

61- نتیجه عملیه $(1+3 \cdot 2^3 - 5^2)^2 \div 2 \div 32$ را دریابید.
الف. 4 ج. 3
ب. 5 د. 6

62- نتیجه عملیه $(54 - 2 \cdot 11) \div (5^2 - 2^3 \cdot 3 + 2^2 - 3)^2$ را دریابید.
الف. 8 ج. 4
ب. 5 د. 6

63- حاصل جمع سلسله $32+88+\ldots+26+24+22$ را دریابید.
الف. 1904 ج. 1903
ب. 1902 د. 1906

64- حاصل جمع سلسله ذیل را دریابید.
$(1+3+5+\ldots+255) - (2+4+6+\ldots+254)$
الف. 218 ج. 64
ب. 128 د. 256

فصل ۴

تجزیه و استفاده از آن

در این فصل ...

۴.۱ قابلیت های تقسیم
۴.۲ طریقه عمومی تشخیص قابلیت تقسیم هر عدد بر هر عدد دیگر
۴.۳ اعداد اولیه و مرکب
۴.۴ تجزیه اعداد مرکب به عوامل ضربی اولیه
۴.۵ بزرگترین قاسم مشترک
۴.۶ کوچکترین مضرب مشترک

زمانیکه نیاز دارید معلومات با ارزش تانرا روی شبکه های اینترنتی تبادله و ارسال کنید، آیا به امنیت و محفوظ بودن آن فکر کرده اید؟ امنیت و مخفوظ بودن این معلومات در شبکه های جهانی چه نوع مهیا می شود؟ در حالیکه استفاده کننده های این شبکه ها، و امکان به سرقت رفتن معلومات و دسترسی اشخاص خرابکار به آن، بسیار زیاد است پس چه نوع میکانیزم وجود دارد که این معلومات را محفوظ نگهمیدارد؟ جواب به این همه سوالات را در این فصل جستجو کنید.

۱.۴ قابلیت های تقسیم (Divisibility)

یک عدد طبیعی بالای یک عدد دیگر طبیعی پوره قابل تقسیم است؛ بشرطیکه در نتیجه عملیه تقسیم آنها، باقی مانده صفر شود. به اساس موضوع فوق برای اینکه بدانیم آیا یک عدد بالای عدد دیگر پوره قابل تقسیم است یا خیر؟ کافیست تا عدد را بالای عدد دوم تقسیم نموده و باقیمانده را ببینیم. اما با استفاده از خواص منحصر به فرد اعداد می توانیم قبل از تقسیم نمودن آنها پوره قابل تقسیم بودن آنها را تأیید و یا رد کنیم. در این فصل به مطالعه و بررسی برخی از اساسی ترین قوانینی می پردازیم که بیان می کند یک عدد بالای عدد دیگر پوره قابل تقسیم است یا خیر؟

۱.۴ تعریف.....

هر عدد بالای هر عدد (بدون عدد صفر) قابل تقسیم است.

با تعریف فوق شاید موافق نباشید. اما برای اولین بار این موضوع درین کتاب ذکر می شود که هر عدد بالای هر عدد دیگر قابل تقسیم است. اگر دقت کنید، این موضوع واقعاً درست می باشد چون هر عدد را بالای هر عدد دیگر تقسیم کرده می توانید. ریاضیات هیچ گاه از تقسیم یک عدد بالای عدد دیگر عاجز نمانده است. چنانچه این موضوع را در ماشین حساب که نزد خود دارید نیز به ساده گی ثبوت کرده میتوانید. مثلاً: با ماشین حساب تان هر عددی را که خواسته باشید بالای هر عدد دیگر تقسیم کرده می توانید. اما هرگز با پیام چون (این عدد بالای عدد ... قابل تقسیم نیست.) روبرو نمی شوید چون قابل تقسیم بودن و پوره قابل تقسیم بودن از هم فرق دارند. به تعریف ذیل توجه کنید:

نوت

به یاد داشته باشید که هر عدد تقسیم صفر تعریف نشده است.

۲.۴ تعریف.....

هر گاه درنتیجه تقسیم یک عدد بالای عدد دومی، باقیمانده عملیه تقسیم صفر شود، عدد اولی بالای عدد دومی پوره قابل تقسیم است.

پس از این، قوانینی را که مطالعه می کنیم، قوانین پوره قابل تقسیم بودن یک عدد بالای یک عدد دیگر است. در این کتاب پوره قابل تقسیم بودن اعداد را با کلمه قابلیت تقسیم خلاصه می کنیم.

1- قابلیت تقسیم بالای عدد 2:

برای این منظور از قانون ذیل استفاده می کنیم:

۱.۴ قانون

هر عدد یکه رقم یکهای آن یک عدد جفت باشد، آن عدد بالای عدد 2 پوره قابل تقسیم میباشد.

هر عدد یکه بالای عدد 2 پوره قابل تقسیم نباشد، باقیمانده آن همیشه 1 می باشد.

به مثال ذیل توجه کنید:

نوت

تمام اعداد بالای عدد یک پوره قابل تقسیم اند.

۱.۴ مثال.....

قابلیت تقسیم اعداد 28,256,1022 را بالای عدد 2 بررسی کنید.

حل:

دیده می شود که ارقام یکهای تمام اعداد داده شده را ارقام جفت تشکیل می دهد. بناءً به اساس قانون ۱.۴ اعداد داده شده بالای عدد 2 پوره قابل تقسیم اند.

$28 \div 2 = 14$

$256 \div 2 = 128$

$1022 \div 2 = 511$

2- قابلیت تقسیم بالای عدد 3:

برای این منظور از قانون ذیل استفاده می کنیم:

قانون ۲.۴

هر عددی که مجموع ارقام آن بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم باشد، بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم است.

به مثال های ذیل توجه کنید:

مثال ۲.۴

قابلیت تقسیم اعداد 2456, 3654, 27 را بالای عدد 3 بررسی کنید.

حل:

مجموع ارقام 27 مساوی به 9 است و 9 بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم میباشد.
به اساس قانون ۲.۴ خود عدد نیز بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم است.

27

$$\begin{pmatrix} 2+7=9 \\ 9\div 3=3 \end{pmatrix} \Rightarrow 27\div 3=9$$

مجموع ارقام 3654 مساوی به 18 است و 18 بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم میباشد.
به اساس قانون ۲.۴ خود عدد نیز بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم است.

3654

$$\begin{pmatrix} 3+6+5+4=18 \\ 18\div 3=6 \end{pmatrix} \Rightarrow 3654\div 3=1218$$

مجموع ارقام 2456 مساوی به 17 است و 17 بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم نمیباشد.
به اساس قانون ۲.۴خود عدد نیز بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم نیست.

2456

$$\begin{pmatrix} 2+4+5+6=17 \\ 17\div 3=\times \end{pmatrix} \Rightarrow 2456\div 3=\times$$

تمرین: قابلیت تقسیم اعداد 1233, 6578, 4512 را بالای عدد 3 بررسی کنید.

جواب: تنها 1233 و 4512 بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم اند.

3- قابلیت تقسیم بالای عدد 4:

برای این منظور از قانون ذیل استفاده می کنیم:

قانون ۳.۴

هر عددیکه دو رقم اول (رقم یکها و ده هاي) آن صفر و یا عددی باشد، که بالای عدد 4 پوره قابل تقسیم باشد، خود عدد نیز بالای عدد 4 پوره قابل تقسیم است.

هرگاه یک عدد بالای عدد 4 پوره قابل تقسیم نباشد، برای دریافت باقیمانده آن دو رقم اول آن را بالای عدد 4 تقسیم نموده و در نتیجه باقیمانده دریافت می شود.

به مثال در صفحه بعد توجه کنید:

مثال ۳.۴

قابلیت تقسیم اعداد 23100, 32116 را بالای عدد 4 بررسی کنید.

حل:

دو رقم اول عدد 232100 را صفرها و دو رقم اول عدد 32116 را عدد 16 تشکیل می دهد. به اساس قانون ۳.۴ اعداد داده شده بالای عدد 4 پوره قابل تقسیم اند.

$23100 \div 4 = 5775$

$32116 \div 4 = 8029$

تمرین: قابلیت تقسیم اعداد 512448, 1230 را بالای عدد 4 بررسی کنید.

جواب: تنها 512448 بالای عدد 4 پوره قابل تقسیم است.

4- قابلیت تقسیم بالای عدد 5:

برای این منظور از قانون ذیل استفاده می کنیم:

قانون ۴.۴

هر عددیکه رقم اول (یکهای آن) صفر و یا خود عدد 5 باشد ، آن عدد بالای عدد 5 پوره قابل تقسیم است.

هرگاه یک عدد بالای عدد 5 پوره قابل تقسیم نباشد، در صورتیکه رقم یکهای آن کوچک از 5 باشد، باقیمانده رقم یکهای همان عدد است، و در صورتیکه رقم یکهای آن بزرگ از عدد 5 باشد، عدد 5 را از رقم یکهای آن تفریق کرده در نتیجه باقیمانده را بدست می آوریم.

به مثال ذیل توجه کنید:

مثال ۴.۴

قابلیت تقسیم اعداد 231500, 1204 را بالای عدد 5 بررسی کنید.

حل:

دیده می شود که رقم یکهای عدد 1204 عدد خلاف 5 و صفر است. پس به اساس قانون ۴.۴ این عدد بالای عدد 5 پوره قابل تقسیم نیست، اما در عدد 231500 رقم یکهای آن 0 است. به اساس قانون ۴.۴ این عدد بالای عدد 5 پوره قابل تقسیم است.

$1204 \div 5 = \times$

$231500 \div 5 = 46300$

تمرین: قابلیت تقسیم اعداد 456780, 215 را بالای عدد 5 بررسی کنید.

جواب: هر دو عدد بالای عدد 5 پوره قابل تقسیم اند.

5- قابلیت تقسیم بالای عدد 6:

برای این منظور از قانون ذیل استفاده می کنیم:

قانون ۵.۴

هر عدد یکه بالای اعداد 2 و 3 پوره قابل باشد، آن عدد بالای عدد 6 نیز پوره قابل تقسیم می باشد.

به مثال در صفحه بعد توجه کنید:

مثال ۵.۴

قابلیت تقسیم اعداد 3446, 321, 456 را بالای عدد 6 بررسی کنید.

حل:

عدد 456 بالای اعداد 2 و 3 پوره قابل تقسیم می باشد. پس این عدد بالای عدد 6 نیز پوره قابل تقسیم است.

$456 \div 6 = 76$

اما عدد 321 تنها بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم است، و به همین ترتیب عدد 3446 تنها بالای عدد 2 پوره قابل تقسیم است. به اساس قانون ۵.۴ این دو عدد بالای عدد 6 پوره قابل تقسیم نیستند.

$321 \div 6 = \times$

$3446 \div 6 = \times$

تمرین: قابلیت تقسیم اعداد 4590, 21516 را بالای عدد 6 بررسی کنید.

جواب: هر دو عدد بالای عدد 6 پوره قابل تقسیم اند.

6- قابلیت تقسیم بالای عدد 7:

برای این منظور از قانون ذیل استفاده می کنیم:

قانون ۶.۴

رقم یکهای عدد داده شده را حذف نموده و آنرا دو چند می سازیم. سپس از ارقام متباقی عدد، آنرا تفریق میکنیم. اگر نتیجه باز هم یک عدد بزرگ باشد، این عملیه را چندین بار تکرار می کنیم تا اینکه به یک عدد کوچکتر برسیم. اگر در اخیر، اعداد 0، 7 و یا هر عدد دیگری که بالای عدد 7 پوره قابل تقسیم باشد حاصل شود، خود عدد نیز بالای عدد 7 پوره قابل تقسیم است.

به مثال های ذیل توجه کنید:

مثال ۶.۴

قابلیت تقسیم عدد 147 را بالای عدد 7 بررسی کنید.

حل:

اگر رقم یکهای عدد 147 را که 7 می باشد، حذف نموده، دو چند سازیم 14 می شود و اگر این عدد را از ارقام متباقی عدد 147(که 14 است) تفریق نماییم، صفر حاصل می شود. در نتیجه به اساس قانون ۶.۴ این عدد بالای عدد 7 پوره قابل تقسیم می باشد.

147

$7 \cdot 2 = 14$

$14 - 14 = 0$

تمرین: قابلیت تقسیم عدد 434 را بالای عدد 7 بررسی کنید.

جواب: عدد داده شده بالای عدد 7 پوره قابل تقسیم است.

مثال ۷.۴

قابلیت تقسیم اعداد 94213 و 35861 را بالای عدد 7 بررسی کنید.

حل:

دیده می شود که این بار اعداد نسبتاً بزرگ می باشند. بنااً قانون ۶.۴ را چندین بار بالای اعداد داده شده اجرا میکنیم. تا به یک عدد کوچکتر برسیم.

$$94213 \xrightarrow{3\cdot2=6} 9421-6=9415$$
$$9415 \xrightarrow{5\cdot2=10} 941-10=931$$
$$931 \xrightarrow{1\cdot2=2} 93-2=91$$
$$91 \xrightarrow{1\cdot2=2} 9-2=7$$

$94213 \div 7 = 13459$

دیده می شود که در نتیجه اجرای عملیه ها بالای عدد 94213 ، عدد 7 حاصل شد. پس عدد 94213 بالای عدد 7 پوره قابل تقسیم می باشد.

$$35861 \xrightarrow{1\cdot2=2} 3586-2=3584$$
$$3584 \xrightarrow{4\cdot2=8} 358-8=350$$
$$350 \xrightarrow{1\cdot2=2} 35-0=35$$
$$35 \xrightarrow{5\cdot10=10} 10-3=7$$

$35861 \div 7 = 5123$

در اینجا قابل ذکر است که در مرحله اخیر طبق معمول عملیه اجرا نشده، چون فرق میان هر دو عدد مطرح است بناءً به شکلی آنها را تفریق کرده ایم که فعلاً برای ما امکان پذیر است. (عدد کوچک از بزرگ تفریق شده میتواند). دیده می شود که در نتیجه اجرای عملیه ها بالای عدد 35861 عدد 7 حاصل شد. پس عدد 35861 بالای عدد 7 پوره قابل تقسیم می باشد.

تمرین: قابلیت تقسیم اعداد 45521, 2331 را بالای عدد7 بررسی کنید.

جواب: هر دو عدد بالای عدد 7 پوره قابل تقسیم می باشد.

7- قابلیت تقسیم بالای عدد 8:

برای این منظور از قانون ذیل استفاده می کنیم:

قانون ۷.۴

هر گاه سه رقم اول (یکها، ده ها وصد ها) یک عدد را صفرها و یا عددی تشکیل دهد که بالای عدد 8 پوره قابل تقسیم باشد. خود عدد نیز بالای عدد 8 پوره قابل تقسیم است.

برای دریافت باقیمانده ای عددیکه بالای عدد 8 پوره قابل تقسیم نباشد، سه رقم اول آنرا بالای عدد 8 تقسیم نموده و باقیمانده را دریافت می کنیم.

به مثال ذیل توجه کنید:

مثال..... ۸.۴

قابلیت تقسیم اعداد 223000, 12408 را بالای عدد 8 بررسی کنید.

حل:

دیده می شود که سه رقم اول عدد 23000 را صفر ها و از عدد 12408 را عدد 408 تشکیل می دهد. چون عدد 408 بالای عدد 8 پوره قابل تقسیم می باشد، بناءً به اساس قانون ۷.۴ هر دو عدد بالای عدد 8 پوره قابل تقسیم می باشند.

$223000 \div 8 = 27875$
$12408 \div 8 = 1551$

تمرین: قابلیت تقسیم اعداد 854123 و 500016 را بالای عدد 8 بررسی کنید.

جواب: تنها عدد 500016 بالای عدد 8 پوره قابل تقسیم است.

8- قابلیت تقسیم بالای عدد 9:

برای این منظور از قانون ذیل استفاده می کنیم:

قانون ۸.۴

هر عددیکه مجموع ارقام آن بالای عدد 9 پوره قابل تقسیم باشد. خود عدد نیز بالای عدد 9 پوره قابل تقسیم است.

به مثال ذیل توجه کنید:

مثال..... ۹.۴

قابلیت تقسیم اعداد 456372, 111222 را بالای عدد 9 بررسی کنید.

حل:

چون مجموع هر دو عدد بالای عدد 9 پوره قابل تقسیم می باشد . به اساس قانون ۸.۴ هر دو عدد بالای عدد 9 پوره قابل تقسیم اند.

$456372 \div 9 = 50708$

$111222 \div 9 = 12358$

تمرین: قابلیت تقسیم اعداد 41526 و 84572 را بالای عدد 9 بررسی کنید.

جواب: تنها عدد 41526 بالای عدد 9 پوره قابل تقسیم است.

9- قابلیت تقسیم بالای عدد 10:

برای این منظور از قانون ذیل استفاده می کنیم:

قانون ۹.۴

هر عددیکه رقم یکهای آن 0 باشد. بالای عدد 10 پوره قابل تقسیم می باشد.

به مثال ذیل توجه کنید:

مثال..... ۱۰.۴

قابلیت تقسیم اعداد 45620, 111200 را بالای عدد 10 بررسی کنید.

حل:

چون رقم یکهای هر دو عدد را عدد 0 تشکیل میدهد. بناءً به اساس قانون ۹.۴ هر دو عدد بالای عدد 10 پوره قابل تقسیم اند.

$111200 \div 10 = 11120$

$45620 \div 10 = 4562$

تمرین: قابلیت تقسیم اعداد 4150 و 84572 را بالای عدد 10 بررسی کنید.

جواب: تنها عدد 4150 بالای عدد 10 پوره قابل تقسیم است.

10- قابلیت تقسیم بالای عدد 11:

برای این منظور از قانون ذیل استفاده می کنیم:

قانون ۱۰.۴

برای این منظور ابتدا تفاوت مراتب جفت و طاق را دریافت می کنیم. اگر حاصل تفریق 0 و یا 11 شود، خود عدد نیز بالای عدد 11 پوره قابل تقسیم است.

به مثال در صفحه بعد توجه کنید:

مثال ۱۱.۴ .....

قابلیت تقسیم عدد 13794 ,162624 را بالای عدد11 بررسی کنید.

حل:

مرتبه های طاق عدد 13794 را ارقام 1,7,4 و مرتبه های جفت آنرا ارقام 3,9 تشکیل می دهند. اگر تفاوت بین مجموع این مراتب را پیدا کنیم، دیده می شود که عدد 11 حاصل می شود. به اساس قانون ۱۰.۴ عدد داده شده بالای عدد 11 پوره قابل تقسیم می باشد.

(مراتب جفت (دوم، چهارم))
↑ ↑
1 3 7 9 4
↓ ↓ ↓
(مراتب طاق (اول، سوم، پنجم))

(مجموع مراتب جفت)
3+9=12
(مجموع مراتب طاق)
1+7+4=12

(حاصل تفریق مجموع مراتب)
12-12=0
13794÷11=1254

مرتبه های طاق عدد 162624 را اعداد 1,2,2 و مرتبه های جفت آنرا اعداد 6,6,4 تشکیل می دهند. اگر تفاوت بین مجموع این مراتب را پیدا کنیم، دیده می شود که عدد 11 حاصل می شود. به اساس قانون ۱۰.۴ عدد داده شده بالای عدد 11 پوره قابل تقسیم می باشد.

(مراتب جفت (دوم، چهارم، ششم))
↑ ↑ ↑
1 6 2 6 2 4
↓ ↓ ↓
(مراتب طاق (اول، سوم، پنجم))

(مجموع مراتب جفت)
1+2+2=5
(مجموع مراتب طاق)
6+6+4=16

(حاصل تفریق مجموع مراتب)
16-5=11
162624÷11=14784

تمرین: قابلیت تقسیم عدد 134568 را بالای عدد11 بررسی کنید.

جواب: عدد 134568 بالای عدد 11 پوره قابل تقسیم نیست.

11- قابلیت تقسیم بالای عدد 13:

برای این منظور از قانون ذیل استفاده می کنیم:

قانون ۱۱.۴

رقم یکهای عدد داده شده را حذف نموده ضرب عدد 4 می نماییم و با متباقی ارقام جمع می کنیم.اگر حاصل جمع عدد بزرگ شد، این عملیه را چندین بار بالای عدد داده شده تطبیق می نماییم، تا زمانیکه به یک عدد کوچکتر برسیم.اگر حاصل جمع 13و یا هر عدد دیگری شود که بالای عدد 13 پوره قابل تقسیم باشد، عدد داده شده نیز بالای عدد 13 پوره قابل تقسیم است.

به مثال ذیل توجه کنید:

مثال ۱۲.۴ .....

قابلیت تقسیم عدد 40755 را بالای عدد 13 بررسی کنید.

حل:

چون عدد بزرگ می باشد، بناءً قانون ۱۱.۴ را چندین بار بالای عدد داده شده تطبیق می کنیم تا اینکه به یک عدد کوچکتر رسیده و تشخیص قابلیت تقسیم آسان شود.

$$40755 \xrightarrow{5\cdot4=20} 4075+20=4095$$
$$4095 \xrightarrow{5\cdot4=20} 409+20=429$$
$$429 \xrightarrow{9\cdot4=36} 42+36=78$$
$$78 \xrightarrow{8\cdot4=32} 7+32=39$$

$$40755\div13=3135$$

دیده می شود که در نتیجه اجرای عملیه ها بالای عدد 40755 عدد 39 حاصل شد و چون عدد 39 بالای عدد 13 پوره قابل تقسیم است، عدد 40755 نیز بالای عدد 13 پوره قابل تقسیم می باشد.

تمرین: قابلیت تقسیم اعداد 465851 را بالای عدد 13 بررسی کنید.

جواب: عدد 465851 بالای عدد 13 پوره قابل تقسیم نیست.

12- قابلیت تقسیم بالای عدد 17:

برای این منظور از قانون ذیل استفاده می کنیم:

۱۲.۴ قانون

رقم یکهای عدد داده شده را حذف نموده ضرب عدد 5 می نماییم، و از متباقی ارقام تفریق می کنیم. اگر حاصل تفریق عدد بزرگ شد، این عملیه را چندین بار تکرار می کنیم، تا زمانیکه به یک عدد کوچکتر برسیم. اگر حاصل تفریق عدد 17 و یا هر عدد دیگری شود که بالای عدد 17 پوره قابل تقسیم باشد، خود عدد نیز بالای عدد 17 پوره قابل تقسیم است.

به مثال ذیل توجه کنید:

۱۳.۴ مثال.....

قابلیت تقسیم اعداد 4301, 14518 را بالای عدد17 بررسی کنید.

حل:

چون عدد بزرگ می باشد، بناءً قانون ۱۲.۴ را چندین بار بالای عدد داده شده تطبیق می کنیم تا اینکه به یک عدد کوچکتر رسیده و تشخیص قابلیت تقسیم آسان شود.

$$4301 \xrightarrow{1\cdot5=5} 430-5=425$$
$$425 \xrightarrow{5\cdot5=25} 42-25=17$$

$$4301\div17=253$$

دیده می شود که در نتیجه اجرای عملیه ها بالای عدد 4301، عدد 17 حاصل شد. پس عدد 4301 نیز بالای عدد 17 پوره قابل تقسیم می باشد.

$$14518 \xrightarrow{8\cdot5=40} 1451-40=1411$$
$$1411 \xrightarrow{1\cdot5=5} 141-5=136$$
$$136 \xrightarrow{6\cdot5=30} 30-13=17$$

$$14518\div17=854$$

دیده می شود که در نتیجه اجرای عملیه ها بالای عدد 14518، عدد 17 حاصل شد. پس عدد 145118 نیز بالای عدد 17 پوره قابل تقسیم می باشد.

تمرین: قابلیت تقسیم عدد 45128 را بالای عدد 17 بررسی کنید.

جواب: عدد 45128 بالای عدد17 پوره قابل تقسیم نیست.

۲.۴ طریقه عمومی تشخیص قابلیت تقسیم هرعدد برهرعدد دیگر

این طریقه برای اولین بار توسط یک تن از مؤلفین این کتاب (انجنیر عبدالله خُسرو) مطرح شد. در این شیوه، شما قادر خواهید بود تا قابلیت تقسیم هر عدد را بالای هر عدد دیگر امتحان کنید. جهت پیدا نمودن اینکه یک عدد بالای عدد دیگر پوره قابل تقسیم است و یا خیر؟ طور ذیل عمل می نماییم:

مرحله اول: ارقام اول هر دو عدد را حذف نموده و در پایین اعداد می نویسیم.

مرحله دوم: رقم حذف شده عدد اولی را با ارقام حذف ناشده عدد دومی ضرب می کنیم و رقم اول حذف شده عدد دومی را با ارقام حذف ناشده عدد اولی ضرب می کنیم.

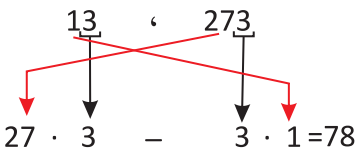
مرحله سوم: حاصل تفریق هر دو حاصل ضرب را که در مرحله دوم پیدا کرده ایم بدست می آوریم و این عملیه را تا زمانی تکرار می کنیم که صفر، عدد اولی و یا هم عددیکه بالای عدد اولی پوره قابل تقسیم باشد، حاصل گردد. در اینصورت عدد دومی بالای عدد اولی پوره قابل تقسیم است. در صورتیکه عدد مورد نظر حاصل نشود، عدد دومی بالای عدد اولی پوره قابل تقسیم نمی باشد. به مثال های ذیل توجه کنید:

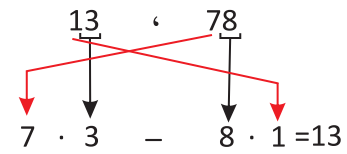
مثال ۱۴.۴

آیا عدد 273 بالای عدد 13 پوره قابل تقسیم است، یا خیر؟

حل:

برای این منظور از مراحل فوق استفاده می کنیم.





دیده می شود که عدد 13 حاصل شده است. بناءً عدد 273 بالای عدد 13 پوره قابل تقسیم می باشد.

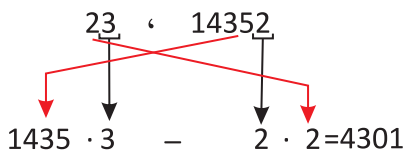
تمرین: آیا عدد 391 بالای عدد 17 پوره قابل تقسیم است یا خیر؟
جواب: عدد 391 بالای عدد 17 پوره قابل تقسیم می باشد.

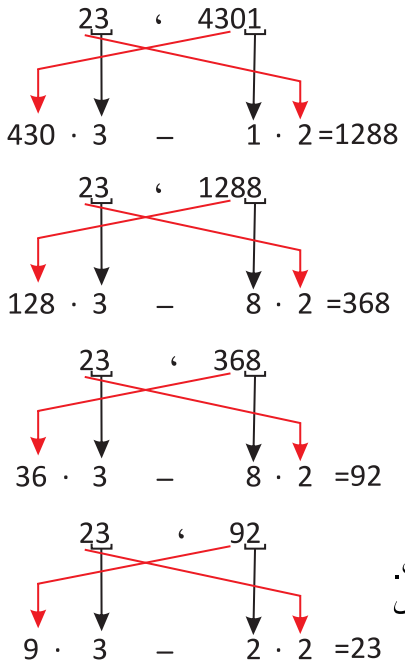
مثال ۱۵.۴

آیا عدد 14352 بالای عدد 23 پوره قابل تقسیم است، یا خیر؟

حل:

برای این منظور از مراحل فوق استفاده می کنیم.





دیده می شود که عدد 23 حاصل شده است.
بنابراین عدد 14352 بالای عدد 23 پوره قابل تقسیم می باشد.

تمرین: آیا عدد 133 بالای عدد 19 پوره قابل تقسیم است یا خیر؟
جواب: عدد 133 بالای عدد 19 پوره قابل تقسیم می باشد.

البته در اینجا قابل ذکر است که این طریقه برای بعضی اعداد بسیار طولانی می شود اما برای همه اعداد قابل تطبیق است.

۳.۴ اعداد اولیه و مرکب

اکثر اعداد را به بیش از چندین طریقه به شکل حاصل ضرب اعداد دیگر نوشته می توانیم.
مثلا: اگر عدد 24 را مطالعه نماییم، آنرا به اشکال ذیل نوشته می توانیم.

$24=1\cdot 24$
$24=2\cdot 12$
$24=3\cdot 8$
$24=4\cdot 6$
$24=2\cdot 2\cdot 2\cdot 3$

چون عدد 24 به حیث حاصل ضرب اعداد فوق نوشته شده است، بناءً عدد 24 بالای تمامی اعداد فوق پوره قابل تقسیم است. اگر این اعداد را به شکل یک گروپ در بین دو قوس (ست) بنویسیم، گروپ (ست) اعداد بکه عدد 24 بالای آن پوره قابل تقیسم است پیدا می شود که عبارت اند از:

$\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

ست فوق را بنام ست فکتور های عدد 24 نیز یاد میکنند. به طریقه فوق می توانیم ست فکتور های اعداد دیگر را نیز پیدا کنیم. به مثال های ذیل توجه کنید:

ست فکتور های عدد 8 عبارت است از: $\{1, 2, 4, 8\}$
ست فکتور های عدد 6 عبارت است از: $\{1, 2, 3, 6\}$
ست فکتور های عدد 11 عبارت است از: $\{1, 11\}$

ست فکتور های عدد 18 عبارت است از:{1 , 2, 3, 6, 9,18}
ست فکتور های عدد 23 عبارت است از:{1, 23}

اگر دقت کرده باشید، اعداد 23 و 11 تنها دو فکتور دارند که آن هم خودش و عدد 1 می باشد. ما این اعداد و اعداد امثال آن را بنام اعداد اولیه می شناسیم.

۳.۴ تعریف.....

هر عدد طبیعی که تنها بالای عدد 1 و خودش پوره قابل تقسیم باشد، عدد اولیه نامیده می شود.

در مقایسه با تعریف ۳.۴ اعدادی وجود دارند که بالای چندین عدد دیگر پوره قابل تقسیم می باشند. این چنین اعداد را اعداد مرکب می نامیم.

۴.۴ تعریف.....

هر عددیکه علاوه از یک و خودش بالای اعداد دیگر نیز پوره قابل تقسیم باشد، اعداد مرکب نامیده می شود .

همچنان اعداد اولیه را - اعدادی که ست فکتور های آنها فقط دو عدد داشته باشد - نیز تعریف کرده می توانیم. که بدین اساس:

عدد 1 عدد اولیه نیست. زیرا یگانه فکتور آن تنها خود عدد 1 می باشد.(کمتر از دو عدد)
عدد 2 عدد اولیه است. زیرا فکتور های آن فقط 1 و 2 می باشد.(دو عدد)
عدد 3 عدد اولیه است. زیرا فکتور های آن فقط 1 و 3 می باشد.(دو عدد)
عدد 4 عدد اولیه نیست. زیرا فکتور های آن 1 ,2 و 4 می باشد.(بیشتر از دو عدد)
عدد 5 عدد اولیه است. زیرا فکتور های آن فقط 1 و 5 می باشد.(دو عدد)
عدد 6 عدد اولیه نیست. زیرا فکتور های آن 1 ,2 ,3 و 6 می باشد.(بیشتر از دو عدد)

در طول تاریخ علما کوشش های فراوانی را جهت پیدا کردن یک فورمول مشخص برای پیدا کردن ست اعداد اولیه انجام داده اند که در آن زمان مورد تأیید هم قرار گرفته، ولی بعد ها تمام آن فورمول ها ناقص ثبوت شده اند. مثلاً: ریاضی دان فرانسوی بنام پییر فرمات (ت ۱.۴) فورمولی را برای پیدا کردن اعداد اولیه انکشاف داد. بعد ها فورمول مذکور توسط لیون هارد اولر(ت ۲.۴) مورد استفاده قرار گرفت و دیده شد یکی از اعدادی که از طریق این فورمول حاصل می شد بر علاوه خودش و عدد 1 بالای عدد 641 نیز پوره قابل تقسیم بود. به این معنی[1] که فورمول مذکور غلط ثابت شد.

فرض کنید میخواهید اعداد اولیه کوچکتر از عدد n را پیدا کنید، قدیمی ترین و دقیق ترین طریقه برای این منظور توسط دانشمند و ستاره شناس یونانی اراتوستن (274-194 ق م) بمیان آورده شد. این طریقه را بنام غربال (اِلک) اراتوستن یاد می کنند که به کمک آن اعداد اولیه را از اعداد دیگر جدا می کنند. در این طریقه تمام اعداد کوچکتر و یا مساوی به n را می نویسیم و تمام فکتور های اعداد اولیه را که کوچکتر از جذر عدد n باشد را با خط کشیدن روی آنها جدا می کنیم. اعدادی که باقی می ماند اعداد اولیه می باشند.

مثلاً: اعداد اولیه کوچکتر از عدد 100 را پیدا می کنیم.

اول تمام اعداد از یک الی 100 را می نویسیم.
اولین عدد اولیه عدد 2 است. تمام فکتور های عداد 2 را با خط کشیدن جدا می کنیم.
عدد اولیه بعدی عدد 3 است. تمام فکتور های عدد 3 را با خط کشیدن جدا می کنیم.
عدد اولیه بعدی عدد 5 است. تمام فکتور های عدد 5 را با خط کشیدن جدا می کنیم.
عدد اولیه بعدی عدد 7 است. تمام فکتور های عدد 7 را با خط کشیدن جدا می کنیم.
عدد اولیه بعدی عدد 11 است. تمام فکتور های عدد 11 را با خط کشیدن جدا می کنیم.
به جدول ۱.۴ مراجعه کنید.

[1] موضوع جذر اعداد را در کتاب الجبر عددی دنبال کنید.

نوت

بـه یاد داشـته باشـید که عدد صفر هرگـز یکـی از فکتـور هـای اعـداد طبـیعی شـده نمی تواند. چون هر عدد تقسیم صفر تعریف نشده است.



۴ . ۱ پییـر فرمـات ریاضـی دان فرانسوی.



۴ . ۲ لیـون هـارد اولـر ریاضـی دان سویسی.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

ج ۱.۴ جدول اعداد اولیه از یک الی صد.

هر عدد حلقه شده فوق عدد اولیه می باشد. کوچکترین عدد اولیه عدد 2 می باشد. ست اعداد اولیه را به شکل ذیل می نویسیم:

{ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47,...}

به یاد داشته باشید که تنها عدد جفت اولیه عدد 2 می باشد.

غربال اراتوستن یک طریقه خوب و ساده برای پیدا کردن اولیه بودن و یا نبودن یک عدد n می باشد. برای این منظور عدد n را بالای تمام اعداد اولیه کوچکتر از جذر خود عدد تقسیم می نماییم. اگر عدد بالای هیچ یک از اعداد اولیه کوچکتر از جذ خودش تقسیم نشد، عدد داده شده یک عدد اولیه است. مثلاً: جذر عدد 211 کوچکتر از 15 می باشد. برای ثبوت نمودن اینکه آیا عدد 211 اولیه است یا خیر؟ عدد 211 را بالای تمام اعداد اولیه کوچکتر از 15 (2, 3, 5, 7, 11, 13) تقسیم می نماییم. دیده می شود که عدد 211 بالای هیچ یک از این اعداد پوره قابل تقسیم نیست. پس دقیقاً عدد 211 یک عدد اولیه است.

۱۶.۴ مثال.....

آیا اعداد 247 و 313 اولیه است یا مرکب؟

حل:

جذرعدد 247 بین اعداد 15 و 16 قرار دارد. چون $15^2 = 225$ و $16^2 = 256$ است. اعداد اولیه کوچکتر ازعدد 16عبارت است از 2, 3, 5, 7, 11 و 13. در بین این اعداد، عدد 247 بالای عدد 13 پوره تقسیم می شود. پس 247 عدد اولیه نیست. این عدد یک عدد مرکب است.

به همین ترتیب جذر عدد 313 بین 17 و 18 قرار دارد. چون $17^2 = 289$ و $18^2 = 324$ است. اعداد اولیه کوچکتر از عدد 18 عبارت اند از: 2, 3, 5, 7, 11, 13 و 17. عدد 313 بالای هیچ یک از اعداد اولیه کوچکتر از عدد 18 پوره قابل تقسیم نیست. بناءً عدد 313 یک عدد اولیه است.

۴.۴ تجزیه اعداد مرکب به عوامل ضربی اولیه یا (Prime factorization)

نوت

عوامل ضربی یک عدد و فکتور های عدد هر دو عین معنیٰ را افاده می کنند.

1- عوامل ضربی اولیه یا (Prime factors)

طوریکه در دروس گذشته دیده شد هر عدد مرکب بیشتر از دو فکتور دارد. مثلاً: فکتور های عدد 18 عبارت بودند از {18, 9, 6, 3, 2, 1}. در این ست اعداد 2 و 3 اولیه ولی 9, 6 و 18 اعداد مرکب اند. عدد 1 نه مرکب و نه اولیه است. اعداد 2 و 3 را عوامل ضربی اولیه یا (Prime factors) می نامیم.

۵.۴ تعریف .....

عوامل ضربی اولیه یک عدد عبارت ازهمان عوامل ضربی اند که اولیه هستند.

۱۷.۴ مثال .....

عوامل ضربی اولیه اعداد ذیل را دریابید:

الف. 21 ج. 30

ب. 26 د. 70

حل:

الف. فکتور های عدد 21 عبارت اند از {21, 7, 3, 1}. دیده می شود که اعداد 3 و 7 عوامل ضربی اولیه عدد 21 می باشند.

ب. فکتور های عدد 26 عبارت اند از {26, 13, 2, 1}. دیده می شود که اعداد 2 و 13 عوامل ضربی اولیه عدد 26 می باشند.

ج. فکتور های عدد 30 عبارت اند از {30, 15, 10, 6, 5, 3, 2, 1}. دیده می شود که اعداد 3, 2 و 5 عوامل ضربی اولیه عدد 30 می باشند.

د. فکتور های عدد 70 عبارت اند از {70, 35, 14, 10, 7, 5, 2, 1}. دیده می شود که اعداد 5, 2 و 7 عوامل ضربی اولیه عدد 30 می باشند.

تمرین: عوامل ضربی اولیه اعداد ذیل را دریابید.

الف. 66 ب. 84

جواب:

الف. عوامل ضربی اولیه: {11, 3, 2}

ب. عوامل ضربی اولیه: {7, 3, 2}

2- تجزیه یک عدد به عوامل ضربی اولیه آن یا (Prime factorization)

عوامل ضربی اولیه اکثر اعداد را در عنوان فوق بررسی کردیم. این عوامل را استفاده کرده و خود عدد را به حیث حاصل ضرب این اعداد نوشته کرده می توانیم.

۶.۴ تعریف .....

نوشتن یک عدد به حیث حاصل ضرب عوامل ضربی اولیه آن بنام تجزیه به عوامل ضربی اولیه یاد می شود.

در سال 1801میلادی کارل فریدریک گاوس ثبوت نمود که یک عدد را تنها بـه یک شـیوه می توان به عوامل ضربی اولیه آن نوشت.



ت ۳.۴ ریاضـی دان آلمانـی کـارل فریدریک گاوس.

۱.۴ قضیه

هر عدد مرکب تنها به یک شیوه بـه حـاصل ضرب عوامل ضربـی اولیه آن نوشته شده می تواند.

مثلاً :عدد 12 را به عوامل ضربی اولیه آن طور ذیل تجزیه می کنیم:
فکتور های عدد12 {12, 6, 4, 3, 2, 1} می باشـد. اما عوامل ضربـی اولیه آن تنها اعداد {3, 2} می باشد.
حـالا $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$. پس عدد 12 را بـه $2^2 \cdot 3$ تجزیه نموده ایم. اگر عین عدد اولیه چندین مرتبه تکرار شد آنرا به حیث توان می نویسیم.

3- شیوه های دریافت عوامل ضربی اولیه یک عدد

برای دریافت عوامل ضربی اولیه دو طریقه وجود دارد. یکی به شکل ستونی و دیگر به شـکل شاخه یی است.

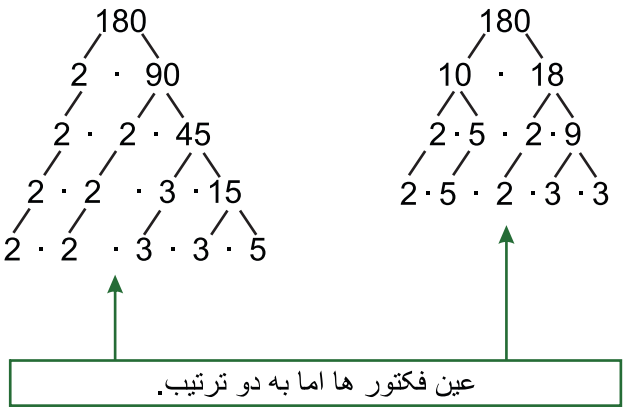
به شکل ستونی: عدد را نوشته و عوامل ضربـی را بـه طرف چپ آن می نویسیم. طوریکه از تقسـیم نمودن عدد بـالای کوچکترین عدد اولیه آغاز می کنیم. این عملیه را تا زمانی ادامه می دهیم تا اینکه به عدد 1 برسیم. مثلاً : عدد 180 را به شکل ذیل تجزیه می کنیم.

2	180	(180÷2=90)
2	90	(90÷2=45)
3	45	(45÷3=15)
3	15	(15÷3=5)
5	5	(5÷5=1)
	1	

حـاصل ضرب اعدادی که در سمت چپ واقـع شـده، عدد 180 را تجزیه نموده اسـت، و یا بـه عباره دیگر تجزیه عدد 180 را به شکل ذیل می نویسیم:

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

به شکل شاخه یی: در این شیوه عدد داده شده را بـه دو فکتور تجزیه می کنیم.اگر تمام فکتور ها اولیه بودند عدد را تجزیه نموده ایم. اگر یکی از فکتور ها مرکب بود آن را دوبـاره بـه دو فکتور دیگر تجزیه می کنیم و این عملیه را تا زمانی تکرار می کنیم که تمام فکتور ها اولیه شوند.



بطور خلاصه هدف از تجزیه تبدیل کردن یکعدد به حاصل ضرب عوامل ضربی اولیه آن می باشد. عوامل ضربی اولیه (Prime Factor) را به اختصار P.F نشان میدهیم.

۱۸.۴ مثال.....

اعداد ذیل را تجزیه نمایید:

الف. 48 ب. 72 ج. 168

حل:

الف.

2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

$P.F(48) = 2^4 \cdot 3$

ب.

2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

$P.F(72) = 2^3 \cdot 3^2$

ج.

2	168
2	84
2	42
3	21
7	7
	1

$168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$

$P.F(168) = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$

تمرین: اعداد ذیل را تجزیه نمایید:

الف. 56 ب. 108 ج. 248

جواب:

الف. $56 = 2^3 \cdot 7$

ب. $108 = 2^2 \cdot 3^3$

ج. $248 = 2^3 \cdot 31$

۱۹.۴ مثال.....

اعداد ذیل را تجزیه نمایید:

الف. 30030 ب. 360360

حل:

الف.

2	30030
3	15015
5	5005
7	1001
11	143
13	13
	1

$P.F(30030) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$

ب.

360360	2
180180	2
90090	2
45045	3
15015	3
5005	5
1001	7
143	11
13	13
1	

$360360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$

$P.F(360360) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$

تمرین: اعداد ذیل را تجزیه نمایید:

الف. 2187 ب. 1024

جواب:

الف. $2187 = 3^7$

ب. $1024 = 2^{10}$

۵.۴ بزرگترین قاسم مشترک

1- قاسم: اگر یک عدد طبیعی بالای دیگری پوره تقسیم شود، عدد دوم را قاسم عدد اولی می گویند. به طور مثال: عدد 24 بر عدد 8 پوره قابل تقسیم است. پس عدد 8 یکی از قاسم های عدد 24 می باشد.

۷.۴ تعریف.....

قاسم های یک عدد عبارت از همان اعدادی اند که عدد داده شده بالای آنها پوره قابل تقسیم است. قاسم های یک عدد همیشه از خود عدد کوچکتر ویا مساوی به خود عدد می باشند.

۲۰.۴ مثال.....

ست قاسم های اعداد ذیل را دریابید:

الف. 12 ب. 30

حل:

ست قاسم ها را با استفاده از تعریف ۷.۴ طور ذیل دریافت می کنیم:

الف. ست قاسم های عدد $12 = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

ب. ست قاسم های عدد $30 = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

تمرین: در بین قاسم های اعداد 12 و 30 کدام آنها مشترک اند؟

جواب: $\{1, 2, 3, 6\}$

2- قاسم های مشترک: اگر a و b دو عدد طبیعی باشند، و عدد d قاسم هردو عدد a و b باشد، پس عدد d را قاسم مشترک اعداد a و b می نامند. مثلاً: در مثال ۴.۲۰ قاسم های اعداد 12 و 30 را پیدا کردیم.در بین قاسم های آنها اعداد 6, 3, 2 مشترک بودند این قاسم ها را بنام قاسم های مشترک اعداد 12 و 30 یاد می کنیم. از جانب دیگر دیده می شود که هر دو عدد بالای قاسم های مشترک شان پوره قابل تقسیم اند.

۸.۴ تعریف.....

اگر دو عدد یا چندین عدد، بالای یک عدد پوره قابل تقسیم باشند این قاسم را قاسم مشترک اعداد متذکره می نامند.

۲۱.۴ مثال.....

قاسم های مشترک اعداد 24,16 و 40 را در یابید.

حل:

قاسم های عدد 16 = {1, 2, 4, 8, 16}

قاسم های عدد 24 = {1, 2, 3, 4, 6, 8,12, 24}

قاسم های عدد 40 = {1, 2, 4, 5, 8, 10,20, 40}

قاسم های مشترک عدد 40, 24,16 = {1, 2, 4, 8}

تمرین: قاسم های مشترک اعداد 45 و 30 را دریابید؟

جواب: {1, 3, 5, 15}

نوت

G.C.D = Greatest Common Divisor
H.C.F = Highest Common Factor
G.C.F= Greatest Common Factor

3- بزرگترین قاسم مشترک (G.C.D یا H.C.F یا G.C.F): بزرگترین عدد در میان قاسم های مشترک دو یا چندین عدد را بزرگترین قاسم مشترک آنها می نامند. مثلاً: در مثال ۴.۲۱ قاسم های مشترک اعداد 24,16 و 40 را پیدا کردیم.در بین قاسم های آنهاعدد 8 هم مشترک و هم بزرگترین بود بناءً این عدد (8) بزرگترین قاسم مشترک آنها می باشد. از جانب دیگر دیده می شود که هر سه عدد بالای قاسم های مشترک شان پوره قابل تقسیم اند.

۹.۴ تعریف.....

بزرگترین قاسم مشترک دو یا چندین عدد، همان عددیست که تمام اعداد داده شده بالای آن پوره قابل تقسیم است و از همه قاسم های مشترک بزرگتر است.

4- دریافت بزرگترین قاسم مشترک توسط تجزیه: برای این منظور از دو طریقه ذیل استفاده می کنیم:

طریقه اول:

اعداد داده شده را همزمان تا وقتیکه تمام آنها بالای یکعدد پوره قابل تقسیم باشند تجزیه میکنیم و در اخیر عوامل ضربی بدست آمده را با هم ضرب میکنیم.

طریقه دوم:

1- اعداد داده شده را جدا گانه به عوامل ضربی اولیه آنها تجزیه نموده و به شکل طاقت می نویسیم.

2- عوامل ضربی که هم مشترک و هم دارای کوچکترین توان باشند را با هم ضرب می کنیم. حاصل ضرب آنها بزرگترین قاسم مشترک می باشد.

۲۲.۴ مثال.....

بزرگترین قاسم مشترک اعداد 102 و 68 را دریابید.

حل:

طریقه اول:

2	68 102
17	34 51
	2 3

$G.C.D(68,102) = 2 \cdot 17 = 34$

در طریقه دوم هر دو را جدا جدا تجزیه نموده، و بشکل توان می نویسیم. بعداً عوامل ضربی که هم مشترک و هم دارای کوچکترین توان باشند را با هم ضرب می کنیم.

طریقه دوم:

2	68
2	34
17	17
	1

$68 = 2^2 \cdot 17$

2	102
3	51
17	17
	1

$102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$

$G.C.D\ (68,102) = 2 \cdot 17 = 34$

تمرین: بزرگترین قاسم مشترک اعداد 48 و 112 را دریابید؟

جواب: 16

۲۳.۴ مثال.....

بزرگترین قاسم مشترک اعداد 45, 60, 90 و 120 را دریابید.

حل:

طریقه اول:

3	45 60 90 120
5	15 20 30 40
	3 4 6 8

$G.C.D(45,60,90,102) = 3 \cdot 5 = 15$

طریقه دوم:

3	45
3	15
5	5
	1

2	60
2	30
3	15
5	5
	1

2	90
3	45
3	15
5	5
	1

2	120
2	60
2	30
3	15
5	5
	1

$45 = 3^2 \cdot 5$
$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$
$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

G.C.D (45, 60, 90, 120) = 3 · 5 = 15

تمرین: بزرگترین قاسم مشترک اعداد 132, 96,72, 48 را دریابید؟
جواب: 12

۶.۴ کوچکترین مضرب مشترک

1- مضرب: اگر یک عدد طبیعی بالای دیگری پوره تقسیم شود، عدد اول را مضرب عدد دومی می گویند. طور مثال: عدد 24 بر عدد 8 پوره قابل تقسیم است. پس عدد 24 یکی از مضرب های عدد 8 می باشد.

۱۰.۴ تعریف.....

مضرب های یک عدد عبارت از همان اعدادی اند که بالای عدد داده شده پوره قابل تقسیم اند. مضرب های یک عدد همیشه از خود عدد بزرگتر ویا مساوی به خود عدد می باشند.

۲۴.۴ مثال.....

مضرب های اعداد ذیل را دریابید:
الف. 6 ب. 4

حل:
الف. ست مضرب های عدد 6 = {6,12,18,24,30,36, ...}
ب. ست مضرب های عدد 4 = {4,8, 12, 16, 20, 24,28, ...}

تمرین: مضرب های عدد 12 را دریابید.
جواب: {12, 24, 36, 48, ...}

2- مضرب های مشترک: اگر a و b دو عدد طبیعی باشند، وعدد d بالای هر دوی آنها پوره قابل تقسیم باشد پس عدد d را مضرب مشترک اعداد a و b می نامند. مثلاً: در مثال ۲۳.۴ مضرب های اعداد 6 و 4 را پیدا کردیم. در بین مضرب های آنها اعداد 12, 24, ... مشترک بودند این مضرب ها را بنام مضرب های مشترک اعداد 4 و 6 یاد می کنیم. از جانب دیگر دیده می شود که این اعداد بالای هر دو عدد اولی پوره قابل تقسیم اند.

۱۱.۴ تعریف.....

اگر یک عدد بالای چندین عدد پوره قابل تقسیم باشد، بنام مضرب مشترک همان اعداد یاد میشود.

3- کوچکترین مضرب مشترک (L.C.M): کوچکترین عدد در میان مضرب های مشترک دو یا چندین عدد را کوچکترین مضرب مشترک آنها می نامند. مثلاً: در مثال ۲۴.۴ مضرب های مشترک اعداد 4, 6 را پیدا کردیم. در بین مضرب های آنها عدد 12 هم مشترک و هم کوچکترین بود بنابراً این عدد (12) کوچکترین مضرب مشترک آنها می باشد. از جانب دیگر دیده می شود که این عدد (12) بالای هر دو عدد پوره قابل تقسیم است.

۱۲.۴ تعریف .....

کوچکترین مضرب مشترک دو یا چندین عدد، همان عددیست که بالای تمام اعداد داده شده پوره قابل تقسیم است و از همه مضرب های مشترک کوچکتر است.

نوت

L.C.M = Least Common Multiple

4- دریافت کوچکترین مضرب مشترک توسط تجزیه: برای این منظور از دو طریقه ذیل استفاده می کنیم:

طریقه اول:

اعداد داده شده را همزمان طوری تجزیه می کنیم که در اخیر به عوض همه اعداد عدد 1 بماند. عوامل ضربی دریافت شده را با هم ضرب میکنیم، در نتیجه کوچکترین مضرب مشترک دریافت می شود.

طریقه دوم:

1- اعداد داده شده را به اجزای ضربی اولیه تجزیه نموده و آنها را به شکل طاقت می نویسیم.

2- از عوامل ضربی مشترک بلند ترین توان را انتخاب کرده و با تمام عوامل ضربی غیر مشترک ضرب می کنیم. در نتیجه کوچکترین مضرب مشترک دریافت می شود.

۲۵.۴ مثال .....

کوچکترین مضرب مشترک اعداد 12, 18 و 21 را دریابید.

حل:

طریقه اول:

2	21	18	12
2	21	9	6
3	21	9	3
3	7	3	1
7	7	1	1
	1	1	1

$L.C.M(21,18,12) = 2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot7 = 252$

طریقه دوم:

3	21	2	18	2	12
7	7	3	9	2	6
	1	3	3	3	3
			1		1

$21 = 3\cdot7$ $18 = 2\cdot3^2$ $12 = 2^2\cdot3$

$L.C.M(21,18,12) = 3^2\cdot2^2\cdot7 = 252$

تمرین: کوچکترین مضرب مشترک اعداد 14,12 و 22 را دریابید.

جواب:924

۲۶.۴ مثال.....

کوچکترین مضرب مشترک اعداد 40, 21 و 100 را دریابید.

حل:

طریقه اول:

2	100 40 21
2	50 20 21
2	25 10 21
3	25 5 21
5	25 5 7
5	5 1 7
7	1 1 7
	1 1 1

$$L.C.M(100,41,21) = 2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot5\cdot5\cdot7 = 4200$$

طریقه دوم:

2	100	2	40	3	21
2	50	2	20	7	7
5	25	2	10		1
5	5	5	5		
	1		1		

$100=2^2\cdot5^2$ $40=2^3\cdot5$ $21=3\cdot7$

$$L.C.M(100,40,21) = 2^3\cdot3\cdot5^2\cdot7 = 4200$$

تمرین:کوچکترین مضرب مشترک اعداد 48,24 و 62 را دریابید.

جواب: 1488

۲۷.۴ مثال.....

کوچکترین مضرب مشترک اعداد 36,18 و 72 را دریابید.

حل:

طریقه اول:

2	72	36	18
2	36	18	9
2	18	9	9
9	9	9	9
	1	1	1

$$L.C.M\,(72, 36, 18) = 2\cdot2\cdot2\cdot9 = 72$$

طریقه دوم:

2	72	2	36	2	18
2	36	2	18	3	9
2	18	3	9	3	3
3	9	3	3		1
3	3		1		
	1				

$72=2^3\cdot3^2$ $40=2^2\cdot3^2$ $18=2\cdot3^2$

$$L.C.M\,(72,36,18) = 2^3\cdot3^2 = 72$$

تمرین: کوچکترین مضرب مشترک اعداد 56,42 و 128 را دریابید.

جواب: 2688

اگر در بین اعداد داده شده یکی از آنها بالای سایر اعداد پوره قابل تقسیم باشد، همان عدد کوچکترین مضرب مشترک آنها میباشد.

۲۸.۴ مثال.....

در بین اعداد 4, 8, 16, 32, 64 و 128 کوچکترین مضرب مشترک را دریابید.

حل:

چون 128 بالای تمام اعداد فوق پوره قابل تقسیم است بناءً کوچکترین مضرب مشترک 128 می باشد.

تمرین: در بین اعداد 3, 4, 20, 40, 60 و 120 کوچکترین مضرب مشترک را دریابید.

جواب: 120

۲۹.۴ مثال.....

در بین اعداد 3, 4, 8, 80 و 240 کوچکترین مضرب مشترک را دریابید.

حل:

چون 240 بالای تمام اعداد فوق پوره قابل تقسیم است بناءً کوچکترین مضرب مشترک 240 می باشد.

تمرین: در بین اعداد 16, 20, 36, 45 و 720 کوچکترین مضرب مشترک را دریابید.

جواب: 720

اگر اعداد داده شده اولیه باشند، کوچکترین مضرب مشترک حاصل ضرب آنها می باشد.

۳۰.۴ مثال.....

کوچکترین مضرب مشترک اعداد 2 ,5 و 29 را دریابید.

حل:

چون تمام اعداد داده شده اولیه می باشند بنابراً کوچکترین مضرب مشترک آنها حاصل ضرب شان می باشد.

$$L.C.M\,(2,5,29) = 2\cdot 5\cdot 29 = 290$$

تمرین: کوچکترین مضرب مشترک اعداد 5,3 و 11 را دریابید.

جواب:165

در بین کوچکترین مضرب مشترک و بزرگترین قاسم مشترک رابطه ذیل وجود دارد:

۱۳.۴ قانون

اگر a و b دو عدد طبیعی باشند، رابطه ذیل درست می باشد.

$$a\cdot b = LCM(a,b)\cdot GCD(a,b)$$

۳۱.۴ مثال.....

بزرگترین قاسم مشترک و کوچکترین مضرب مشترک دو عدد، 4 و 24 می باشد. اگر یکی از اعداد 8 باشد، عدد دوم را دریابید.

حل:

$$GCD(a,b) = 4 \qquad LCM(a,b) = 24$$

$$a = 8\ ,\quad b = ?$$

$$a\cdot b = LCM\cdot GCD$$

$$8\cdot b = 24\cdot 4 \Rightarrow b = \frac{24\cdot 4}{8} = 12$$

تمرین: بزرگترین قاسم مشترک و کوچکترین مضرب مشترک دو عدد 7 و 24 می باشد. اگر یکی از اعداد 4 باشد، عدد دوم را دریابید.

جواب:42

۳۲.۴ مثال.....

یک نفر می خواهد طویل ترین ریسمان های را که دارای طول های مساوی باشند از سه بسته ریسمان که هر یک 24 متر 36 متر و 72 متر طول دارد قطع نماید، طویل ترین ریسمانی را که شخص باید قطع نماید در حالیکه از هیچ یک از بسته ها ضایعات باقی نماند، چند متر است؟

حل:

سوال فوق یکی از استفاده های اساسی بزرگترین قاسم مشترک را نشان می دهد که بشکل ذیل تحلیل و حل می گردد:

برای اینکه تمام بسته های ریسمان طوری تقسیم شود که از هیچ یک از بسته ها مقدار اضافی باقی نماند، باید عددی را پیدا کنیم که تمام بسته های فوق بالای آن پوره قابل تقسیم باشد و از جانب دیگر برای اینکه طویلترین طول را نیز دارا باشد باید این عدد بزرگترین

باشد که چنین عدد را با پیدا کردن بزرگترین قاسم مشترک طول های داده شده، پیدا کرده می توانیم زیرا بزرگترین قاسم مشترک بزرگترین عددیست که تمام اعداد داده شده بالای آن پوره قابل تقسیم است.

2	24	36	72
2	12	18	36
3	6	9	18
	2	3	6

$$G.C.D\ (24, 36, 72) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

در نتیجه طویلترین ریسمانی را که از بسته های فوق قطع نماید باید 12 متر طول داشته باشد.

تمرین: در مثال ۳۲.۴ در نتیجه چند حلقه ریسمان های 12 متره بدست می آید؟

جواب: 11 حلقه.

۳۳.۴ مثال.....

یک هواپیما فاصله 36 کیلومتر را و هواپیمای دومی فاصله 128 کیلومتر را با مصرف یک گیلن تیل می پیماید، برای اینکه هر دو هواپیما کوچکترین فاصله مساوی را طی نمایند، هر هواپیما چند چند گیلن تیل را باید داشته باشند؟ (نوت: در اینجا تیل هر هواپیما فقط به شکل گیلن های کامل داده می شود یعنی نیم گیلن و امثال آن وجود ندارد.)





حل:

هواپیمای اولی با طی کردن هر 36 کیلومتر یک گیلن تیل را مصرف می کند در حالیکه هواپیمای دومی با طی کردن هر 128 کیلومتر یک گیلن تیل را مصرف می کند. برای اینکه هر دو هواپیما فاصله مساوی را بپیمایند، باید کوچکترین عددی را پیدا کنیم که همزمان بالای هر دو فاصله مذکور پوره قابل تقسیم باشد. یا به عباره دیگر کوچکترین مضرب مشترک آنها را پیدا کنیم:

2	36	128
2	18	64
2	9	32
2	9	16
2	9	8
2	9	4
2	9	2
3	9	1
3	3	1
	1	1

$$L.C.M\ (36, 128) = 2^7 \cdot 3^2 = 128 \cdot 9 = 1152$$

عدد فوق نشان می دهد که باید فاصله 1152 کیلومتر را طی نمایند. هواپیمای اولی برای طی نمودن فاصله مذکور باید به مقدار(9 = 128 ÷ 1152) گیلن تیل را و هواپیمای دومی برای طی نمودن فاصله مذکور باید به مقدار(32 = 36 ÷ 1152) گیلن تیل را با خود بگیرد تا فاصله مذکور را پیموده بتوانند.

تمرین: یک هواپیما فاصله 126 کیلومتر را و هواپیمای دومی فاصله 162 کیلومتر را با مصرف یک گیلن تیل می پیماید، برای اینکه هر دو هواپیما کوچکترین فاصله مساوی را طی نمایند، هر هواپیما چند چند گیلن تیل را باید داشته باشند؟ (نوت: در اینجا نیز تیل هر هواپیما فقط به شکل گیلن های کامل داده می شود یعنی نیم گیلن و امثال آن وجود ندارد.)

جواب: هوا پیمای اولی 9 گیلن تیل و هواپیمای دومی 7 گیلن تیل.

۴.۳۴ مثال.....

یک ساعت زنگی هر 30 دقیقه بعد زنگ می زند و ساعت زنگی دیگر هر 40 دقیقه بعد. اگر هر دو یکجا ساعت 2:00 بعد از ظهر زنگ بزنند، بار دوم هر دو یکجا ساعت چند بعد از ظهر زنگ خواهند زد؟



حل:

برای این منظور کوچکترین مضرب مشترک اعداد فوق را پیدا می کنیم. کوچکترین مضرب مشترک اعداد فوق عبارت است از:

2	30	40
2	15	20
2	15	10
3	15	5
5	5	1
	1	1

$$L.C.M\ (30, 45) = 2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot5 = 120$$

عدد فوق نشان می دهد که 120 دقیقه بعد هر دو ساعت یکجا زنگ خواهند زد. چون 120 دقیقه معادل دو ساعت می شود، پس بار دیگر هر دو یکجا ساعت 4:00 بعد از ظهر زنگ خواهند زد.

تمرین: یک ساعت زنگی هر 45 دقیقه بعد زنگ می زند و ساعت زنگی دیگر هر 60 دقیقه بعد. اگر هر دو یکجا ساعت 4 بعد از ظهر زنگ بزنند، بار دوم هر دو یکجا ساعت چند بعد از ظهر زنگ خواهند زد؟

جواب: ساعت 7 بعد از ظهر.

۴.۱ خلاصه فصل.....

- هر عدد بالای هر عدد دیگر قابل تقسیم است.
- هر گاه در نتیجه تقسیم یک عدد بالای یک عدد دومی باقیمانده عملیه تقسیم صفر شود، عدد اولی بالای عدد دومی پوره قابل تقسیم است.
- هر عدد طبیعی که تنها بالای عدد 1 و خودش پوره قابل تقسیم باشد، عدد اولیه نامیده می شود.
- هر عدد یکه علاوه از یک و خودش بالای اعداد دیگر نیز پوره قابل تقسیم باشد، اعداد مرکب نامیده می شود.
- عوامل ضربی اولیه یک عدد عبارت از همان عوامل ضربی اند که اولیه هستند.
- نوشتن یک عدد بحیث حاصل ضرب عوامل ضربی اولیه آن بنام تجزیه به عوامل ضربی اولیه یاد می شود.
- قاسم های یک عدد عبارت از همان اعدادی اند که عدد داده شده بالای آنها پوره قابل تقسیم است. قاسم های یک عدد همیشه از خود عدد کوچکتر و یا مساوی به خود عدد می باشند.

- اگر دو یا چندین عدد بالای یک عدد پوره قابل تقسیم باشد، این عدد را قاسم مشترک اعداد متذکره می نامند.

- بزرگترین قاسم مشترک دو یا چندین عدد، همان عددیست که تمام اعداد داده شده بالای آن پوره قابل تقسیم است و از همه قاسم های مشترک بزرگتر است.

- مضرب های یک عدد عبارت از همان اعدادی اند که بالای عدد داده شده پوره قابل تقسیم اند. مضرب های یک عدد همیشه از خود عدد بزرگتر و یا مساوی به خود عدد می باشند.

- اگر یک عدد بالای چندین عدد پوره قابل تقسیم باشد، بنام مضرب مشترک همان اعداد یاد می شود.

- کوچکترین مضرب مشترک دو یا چندین عدد، همان عددیست که بالای تمام اعداد داده شده پوره قابل تقسیم است و از همه مضرب های مشترک کوچکتر است.

۱.۴ موضوع فصل در عمل.....

کریپتوگرافی

در گذشته ها انسانها جهت ارسال گزارشات و یا تبادل معلومات نیاز به یک شیوه داشتند که این معلومات را طوری انتقال دهد تا از دست رسی اشخاص غیر مسؤول به این معلومات جلوگیری کرده بتواند ویا اگر کسی به آن دست رسی حاصل نماید، قادر به تحلیل و تجزیه معلومات نباشد، مگر اشخاص مسؤول و کسانیکه مورد نظر هستند با دست رسی به این معلومات آنرا تحلیل و خوانده بتوانند. برای این منظور از علم کریپتوگرافی استفاده کردند.

کریپتوگرافی عبارت از علمیست که از مطالعه و بررسی شیوه های مختلف ارسال معلومات از یکجا به جای دیگر به شکل مرموز و پوشیده آن، بحث می کند. طوریکه اگر معلومات مذکور را در زمان انتقال اشخاص خرابکار بدست آورند، قادر به خواندن و تحلیل معلومات نباشند. اما کسانیکه مورد نظر هستند با بدست آوردن آن، قادر به خواندن آن باشند.

سوال در اینجا است که چگونه امکان دارد یک شخص (خرابکار) معلومات را خوانده نتواند ولی شخص دیگری قادر به خواندن آن باشد. برای این منظور از دو شیوهٔ ذیل استفاده صورت می گیرد:

1- با استفاده از کلید محرم : این شیوه از قدیمی ترین طریقه های انتقال معلومات می باشد که منشأ آن را روم قدیم دانسته اند. این شیوه تنها زمانی خوب و تطبیق پذیر است که تعداد اشخاص که معلومات را بین هم ارسال می کنند کم و محدود باشد. در این شیوه هر دو جانب ارسال کننده معلومات و گیرنده معلومات از یک کلید استفاده می کنند. طوریکه ارسال کننده معلومات، کلید را استفاده کرده و معلومات را رمزگذاری می کند و جانب گیرنده معلومات، دوباره عین کلید را استفاده کرده و معلومات رمزگذاری شده را می خواند. قابل تذکر است که کلید عبارت از یک صفحه از معلومات است که حروف را به اعداد و یا اشکال و اعداد و اشکال را به حروف ارتباط می دهد و ما را قادر می سازد تا حروف را به اعداد و یا اشکال و دوباره اعداد و یا اشکال را به حروف تبدیل نماییم.



کلید محرم

بطور مثال: اگر خواسته باشیم با استفاده از کلید یکه در کنار چپ صفحه وجود دارد، پیام « کابل امن است » را رمز گذاری نماییم به شکل ذیل انجام می شود:

با استفاده از کلید به عوض هر حرف عدد مترادف آنرا می نویسیم که در نتیجه پیام فوق به یک گروپ از اعداد تبدیل می شود.

پیام اصلی: « کابل امن است »
پیام اصلی به شکل رمز گذاری شده:

«19 72 24 25 78 24 16 33 24 97»

این گروپ اعداد را به شخص که می خواهیم، ارسال می کنیم. در جریان انتقال اگر اشخاص دیگری پیام فوق را بدست بیاورند، چون کلید را ندارند پیام را خوانده نمی توانند زمانی که پیام به هدف می رسد آنها نیز عین کلید را دارند و اعداد فوق را با

کلمات ارتبـــاط داده و در نتیجه پیام را می خوانند. در این جا عین کلید در نزد هر دو جانب ارســـال کننده و گیرنده معلومات موجود است. این یک شیوهٔ قدیمی و غیر قابل اعتماد است زیرا اگر کلید در نزد شخص دیگری بیفتد او نیز معلومات شما را خوانده می تواند و از جانب دیگر چون در این طریقه شرط اساسی این است که کلید ها قبلاً تبادله شده باشند، با زیاد شدن استفاده کننده های آن مجبوریم تا به هر یک آنها کلید را بدهیم که این خود از اعتبار و امنیت آن می کاهد.

2- با استفاده از کلید عام: این شیوهٔ مدرن است که اکنون اکثر معلومات ها با استفاده از این شیوه ارسال و تبادله می شود . در این شیوه اگر استفاده کننده های آن فوق العاده زیاد هم شود باز هم بسیار مطمَئن، محفوظ و قابل اعتماد است.

در شیوهٔ قبلی از یک کلید هم برای رمز گذاری پیام و هم برای رمز شکنی استفاده می شد. ولی در این شیوه دو کلید وجود دارد که یک کلید برای رمز گذاری و دیگری برای شکستن رمز استفاده می شود و یا به عباره دیگر هیچ نیازی به تبادل قبلی کلیدها بین ارسال کننده و گیرنده معلومات وجود ندارد. در ابتدا این شیوه ناممکن در نظر می آید، اما این چنین نیست. یعنی امکان دارد بدون تبادل کلید ها، پیام را بخوانیم. برای اثبات آین موضوع به مثال ذیل توجه کنید:

فرض کنید که دو استفاده کننده A و B وجود دارد که هر دو برای شان قفل ها و کلید های جداگانه دارند و کلید های شان را از قبل تبادله نکرده اند. A می خواهد پیامی را برای B ارسال نماید. در نتیجه به شکل ذیل عمل می کند:

– A پیامی را نوشته و درصندوق می گذارد و آنرا با قفل خودش (تنها A می تواند این قفل را باز کند) محکم می کند. و برای B ارسال می کند.

– B صندوق را با قفل A بدست می آورد چون صندوق را باز کرده نمی تواند او نیز قفل خودش را (تنها B می تواند این قفل را باز کند) به صندوق علاوه کرده و برای A روان می کند.

– A صندوق را مجهز با دو قفل بدست می آورد و قفل خودش را باز می کند و دوباره صندوق را با قفل B برای B ارسال می کند.

– B صندوق را با قفل خودش بدست می آورد و در نتیجه صندوق را باز نموده و پیام را می خواند.

از مثال فوق چنین ثابت می شود که معلومات بدون تبادله قبلی کلید ها نیز بین دو نفر تبادله شده می تواند.

مشابه به مثال فوق یک نسخه ریاضیکی این شیوه نیز وجود دارد که بنام (RSA Public Cryptography) یا (کریپتوگرافی عام آر اس ای) که توسط سه نفر دانشمندان کمپیوتر هر یک (Rivest, Shamir, Adleman) یا (ریوست، شامیر و ادلیمون) در سال 1978 میلادی مطرح شد و این نسخه را به نام خود آنها یعنی (RSA) نامگذاری کردند.

امنیت این نسخه ارتباط می گیرد به چند خاصیت مهم و خارق العاده اعداد اولیه و تجزیه اعداد که در این فصل به آن آشنا شدیم. یکی از خواص فوق العاده اعداد اولیه اینست که پیدا کردن اعداد اولیه بسیار بزرگ ساده است. (چنانچه لست مفصل اعداد اولیه بزرگ را از سایت اینترنتی مرکز بدست آورده می توانید) ولی تجزیه یک عدد فوق العاده بزرگ به دو عدد اولیه بسیار مشکل و حتیٰ ناممکن به نظر می آید. مثلاً : دو عدد اولیه 150 رقمی را با هم ضرب می نماییم و حاصل ضرب را پیدا می کنیم حال اگر عدد حاصله را (که حدود 300 رقم است) دوباره به دو عدد اولیه تجزیه نماییم، با محاسبات ریاضیکی که تا به حال وجود دارد بسیار مشکل و حتیٰ ناممکن است در اینجا قابل ذکر است که با تجزیه اعداد به عوامل ضربی اولیه نمی توانیم تا عدد فوق را به حاصل ضرب دو عدد اولیه تبدیل نماییم چون در این طریقه هر عدد به بیشتر از دو عوامل ضربی اولیه تجزیه می شود. خاصیت فوق اساس و بنیاد شیوهٔ (RSA) را تشکیل می دهد.

در این شیوه کسیکه می خواهد پیام را با استفاده از (RSA) تبادله نماید بشکل ذیل عمل می نماید:
- دو عدد اولیه بسیار بزرگ را انتخاب می نماید (در حدود 150 رقم) بعداً این دو عدد را با هم ضرب می نماید و حاصل ضرب را پیدا می کند و سپس این عدد را به همه بخش ها اعلام می کند و کسانی که می خواهند به این شخص پیام ارسال کنند عدد اعلام شده را پیدا کرده و با استفاده از روش های بخصوص حساب مودلار پیام را رمزگذاری نموده و برای شخص ارسال می نمایند. (در اینجا از تشریح بیشتر در مورد حساب مودلار صرف نظر نمودیم زیرا خارج از موضوع بحث کتاب می باشد. ولی کسانیکه علاقه مند به دانستن آن باشند، برای معلومات در مورد آن به سایت اینترنتی مرکز مراجعه کنند).

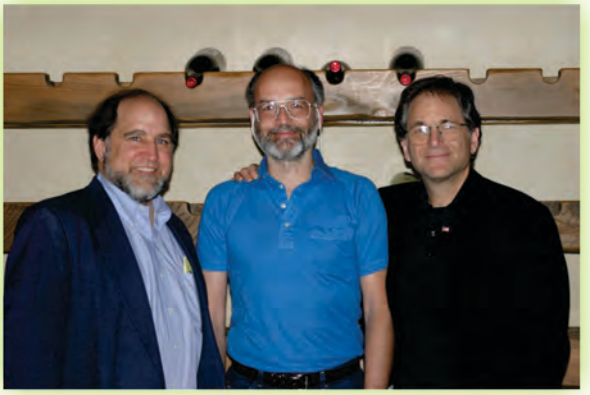
زمانی که شخص مذکور پیام را بدست می آورد با استفاده از شیوه های بخصوص حساب مودلار رمز را می شکند و پیام را می خواند. اما قبل از اینکه از حساب مودلار استفاده نماید مجبور است تا عددی را که شخص ارسال کننده با استفاده از آن پیام را رمزگذاری نموده است باید به دو عدد اولیه تجزیه نماید. (زیرا بدون تجزیه آن به دو عدد اولیه هیچ یکی از شیوه های حساب مودلار کارآیی ندارد). چون شخص قبلاً هر دو عدد را می دانست با استفاده از آن رمز را شکسته و پیام را می خواند.

امروزه تمام معلومات در شبکه های اینترنتی با استفاده از شیوه رمزگذاری (RSA) تبادله می شوند. مثلاً: رمز حساب بانکی، شماره های کریدت کارت ها و امثال آنها در شبکه های جهانی با استفاده از این شیوه تبادله می شوند.
شیوه رمزگذاری (RSA) بسیار مطمئن و بی خطر است زیرا همه می دانند که به کدام شیوه کار می کند ولی هیچ کس قادر به شکستن آن نیست در تجارب مختلفی که برای شکستن رمز (RSA) انجام شده سوپر کمپیوتر ها را با فورمول های مغلق ریاضیکی مجهز ساخته اند، تا مگر رمز (RSA) را با محاسبات بشکند اما تلاش های انجام شده تا کنون بی ثمر بوده اند و هیچ سوپر کمپیوتری نتوانسته تا یک عدد 300 رقمی را به دو عدد اولیه تجزیه نماید.

پس اعداد اولیه در زنده گی ما بسیار مهم بوده اند و اگر اعداد اولیه نمی بودند تمام سهولت های که از طریق شبکه های اینترنتی فراهم شده اند از قبیل خریداری با کارت بانکی، انتقال پول و امثال آنها امکان پذیر نبودند پس باید با شناخت آنها به ارزش آنها پی ببریم.



از چپ به راست ریوست، شامیر و ادلیمون. سال 1978 م



از چپ به راست ریوست، شامیر و ادلیمون. سال 2003 م



ماشین رمزگذاری که توسط نازی ها در جنگ جهانی دوم استفاده می شد. (1939 - 1945 م)



ماشین رمزگذاری که توسط جاپانی ها در جنگ جهانی دوم استفاده می شد. (1939 - 1945 م)

سوالات تشریحی...

1- چه زمانی یک عدد، بالای یک عدد دیگر پوره قابل تقسیم است؟

2- قابلیت تقسیم بالای عدد2 را تشریح کنید.

3- هر عددیکه بالای عدد 2 پوره قابل تقسیم نباشد، باقیمانده آن همیشه مساوی به چند است؟

4- قابلیت تقسیم بالای عدد 3 را تشریح کنید.

5- قابلیت تقسیم بالای عدد 4 را تشریح کنید.

6- هر گاه یک عدد بالای عدد 4 پوره قابل تقسیم نباشد، باقیمانده آنرا به طریقه ساده چطور پیدا کرده می توانیم؟

7- قابلیت تقسیم بالای عدد 5 را تشریح کنید.

8- هرگاه یک عدد بالای عدد 5 پوره قابل تقسیم نباشد، باقیمانده آنرا به طریقه ساده چطور پیدا کرده می توانیم؟

9- قابلیت تقسیم بالای عدد 6 را تشریح کنید.

10- قابلیت تقسیم بالای عدد 7 را تشریح کنید.

11- قابلیت تقسیم بالای عدد 8 را تشریح کنید.

12- هرگاه یک عدد بالای عدد 8 پوره قابل تقسیم نباشد، باقیمانده آنرا به طریقه ساده چطور پیدا کرده می توانیم؟

13- قابلیت تقسیم بالای عدد 9 را تشریح کنید.

14- قابلیت تقسیم بالای عدد 10 را تشریح کنید.

15- هر عددیکه بالای عدد 10 پوره قابل تقسیم نباشد، باقیمانده آن همیشه مساوی به رقم چندم عدد است؟

16- قابلیت تقسیم بالای عدد 11 را تشریح کنید.

17- قابلیت تقسیم بالای عدد 13 را تشریح کنید.

18- قابلیت تقسیم بالای عدد 17 را تشریح کنید.

19- اعداد اولیه را معرفی کنید.

20- اعداد مرکب را معرفی کینند.

21- عدد 1 اولیه است یا مرکب؟

22- چند عدد اولیه جفت را می شناسید؟

23- هدف از تجزیه اعداد چیست؟

24- یک عدد مرکب به چند شیوه به عوامل ضربی اولیه آن تجزیه شده می تواند؟

25- قاسم های یک عدد را چطور تعیین می نماییم؟

26- معنیٰ قاسم های مشترک و بزرگترین قاسم مشترک چندین عدد را واضح سازید.

27- مضرب های یک عدد را چطور تعیین می نماییم؟

28- معنیٰ مضرب مشترک و کوچکترین مضرب مشترک چندین عدد را واضح سازید.

سوالات حل شدنی...

29- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 2 بررسی کنید:

الف. 337	هـ. 24534423234
ب. 35336	و. 2453453453463
ج. 453451	ز. 71353463553488
د. 95345348	ح. 423534534534515

30- باقیمانده عملیه تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 2 پیداکنید:

الف. 2324
ب. 5612341
ج. 2341234123
د. 4123412341323

31- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 3 بررسی کنید:

الف. 342	هـ. 3454564
ب. 34253	و. 76754633
ج. 342234	ز. 335647645
د. 34514535	ح. 4526547564

32- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 4 بررسی کنید:

الف. 234	هـ. 2345434
ب. 4644	و. 53454324
ج. 67444	ز. 3243253425
د. 844609	ح. 32432563498

33- باقیمانده عملیه تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 4 پیداکنید:

الف. 3534527
ب. 45224534512
ج. 3453409486445
د. 94889347589352

34- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 5 بررسی کنید:

الف. 7845
ب. 487000
ج. 3789659
د. 787578965
ه. 78945224
و. 215485000
ز. 8897544745
ح. 458547845121

35- باقیمانده عملیه تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 5 پیداکنید:

الف. 7846
ب. 7458521
ج. 89085477
د. 789524102

36- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 6 بررسی کنید:

الف. 1404
ب. 36864
ج. 265482
د. 78954229
ه. 864521
و. 53454322
ز. 3287852412
ح. 38795413218

37- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 7 بررسی کنید:

الف. 2205
ب. 3452
ج. 5523
د. 2564
ه. 34244
و. 33545
ز. 245049
ح. 456788

38- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 8 بررسی کنید:

الف. 1440
ب. 36782
ج. 265864
د. 32154689
ه. 8487540
و. 53454320
ز. 370050536
ح. 37896452216

39- باقیمانده عملیه تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 8 پیداکنید:

الف. 7896
ب. 74502454
ج. 879520216
د. 78924015346

40- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 9 بررسی کنید:

الف. 85201
ب. 5462015
ج. 81270918
د. 25026905
ه. 995221836
و. 4812255000
ز. 360250278120
ح. 8765899554841

41- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 10 بررسی کنید:

الف. 14004
ب. 3001104
ج. 26005400
د. 789521790
ه. 800001
و. 5340000
ز. 308000025
ح. 3845820000

42- باقیمانده عملیه تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 10 پیداکنید:

الف. 7006
ب. 789200
ج. 7987985204
د. 20075456010

43- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 11 بررسی کنید:

الف. 4258
ب. 390511
ج. 4687652
د. 85521227
ه. 7852241
و. 30250462
ز. 3287852403
ح. 38795413218

44- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 13 بررسی کنید:

الف. 4914
ب. 98527
ج. 390507
د. 8552557
ه. 7852241
و. 60400678
ز. 37889955
ح. 59408388

45- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای عدد 17 بررسی کنید:

الف. 5627
ب. 34587
ج. 34944
د. 87455
ه. 67218
و. 84521
ز. 76388
ح. 78748

46- قابلیت تقسیم اعداد ذیل را بالای هر یک از اعداد داده شده بررسی کنید:

الف. 128 بالای 32
ب. 682 بالای 31
ج. 420 بالای 35
د. 845 بالای 42
هـ. 1265 بالای 55
و. 1071 بالای 51
ز. 8742 بالای 56
ح. 384 بالای 29

47- ست (گروپ) فکتور های اعداد ذیل را پیدا کنید:

الف. 24
ب. 36
ج. 38
د. 42
هـ. 64
و. 88
ز. 128
ح. 132

48- آیا اعداد ذیل اولیه هستند یا مرکب؟

الف. 13
ب. 15
ج. 21
د. 23
هـ. 41
و. 45
ز. 77
ح. 81

49- عوامل ضربی اولیه اعداد ذیل را دریابید:

الف. 15
ب. 23
ج. 34
د. 44
هـ. 77
و. 105
ز. 143
ح. 165

50- اعداد ذیل را تجزیه نمایید:

الف. 98
ب. 122
ج. 189
د. 234
هـ. 256
و. 444
ز. 514
ح. 834
ط. 609
ی. 1025
ک. 1498
ل. 2048

51- قاسم های مشترک اعداد ذیل را دریابید:

الف. 28, 12
ب. 27, 21
ج. 81, 45
د. 94, 52

52- بزرگترین قاسم مشترک اعداد ذیل را دریابید:

الف. 352, 704, 528
ب. 816, 272, 680
ج. 632, 869, 395
د. 234, 273, 507
هـ. 747, 996, 498
و. 630, 420, 840
ز. 680, 510, 340
ح. 910, 520, 650
ط. 273, 364, 819
ی. 357, 663, 459
ک. 480, 960, 372
ل. 666, 888, 444
م. 546, 364, 728
ن. 595, 850, 935
س. 132, 660, 638
ع. 932, 699, 466

53- ست (گروپ) مضرب های اعداد ذیل را پیدا کنید:

الف. 2
ب. 6
ج. 8
د. 12
هـ. 24
و. 28
ز. 34
ح. 52

54- مضرب های مشترک اعداد ذیل را دریابید:

الف. 8, 6
ب. 12, 4
ج. 15, 5
د. 24, 8

55- کوچکترین مضرب مشترک اعداد ذیل را دریابید:

الف. 150, 90, 135
ب. 100, 28, 175
ج. 138, 92, 184
د. 117, 180, 45
هـ. 60, 120, 190
و. 74, 148, 111
ز. 81, 153, 45
ح. 65, 144, 120
ط. 120, 189, 135
ی. 90, 180, 135
ک. 200, 100, 150
ل. 132, 100, 150
م. 115, 30, 105
ن. 144, 192, 96
س. 100, 120, 132
ع. 200, 120, 160

1- با استفاده از رقم های 3 ,4 و 5 شش عدد سه رقمی بنویسید که بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم باشد. (ارقام تکرار نشوند.)

2- تمام اعداد سه رقمی که فقط متشکل از ارقام 0 ,2 و 7 بوده بر 2 و 3 پوره قابل تقسیم باشند بنویسید. (ارقام تکرار نشوند.)

3- در یک صنف 36 نفر شاگرد درس می خوانند. یک روز معلم ریاضی تصمیم گرفت که کار گروهی انجام دهد و شاگردان را در گروه های مساوی تقسیم کند. معلم گروه های چند نفری را می تواند تشکیل دهد؟

4- طول، عرض و ارتفاع یک اطاق به ترتیب 910 سانتی متر، 780 سانتی متر و 390 سانتی متر می باشد. طویل ترین طول فیته را دریابید تا ابعاد این اطاق توسط آن پوره اندازه شود.

5- محیط حلقهٔ تایر کوچک تراکتور 360 سانتی متر و محیط حلقهٔ تایر بزرگ آن 600 سانتی متر است. تراکتور حد اقل چقدر فاصله را باید طی کند تا نقاط مشخص شده روی تایر ها همزمان مجدداً با هم به زمین برسند؟

6- احمد بعد از هر 4 روز و محمود بعد از هر 6 روز غرض خریداری اجناس به مغازه شهر می روند. اگر آنها به تاریخ 31 ماه سرطان در مغازه شهر با هم یکجا شده باشند، به کدام تاریخ ماه اسد آن ها بار دوم در مغازه شهر یکجا خواهند شد؟

7- شاروالی در کنار سرک در هر 4 متر یک درخت را غرس نموده و در حالی که ادارهٔ برق در هر 22 متر پایه برق را نصب کرده است. اگر در شروع سرک پایه برق در کنار درخت قرار گرفته باشد، بعد از چند متر دوباره یک درخت در کنار پایه برق قرار می گیرد؟

8- نوریه هر سه روز بعد و ملالی هر پنج روز بعد به کتابخانه می روند. اگر هر دوی آنها به تاریخ 10 ثور به کتابخانه رفته باشند، به کدام تاریخ ماه ثور آنها بار دوم در کتابخانه یکجا خواهند شد؟

9 ☆ - سه بیرل که حجم آن ها 48 لیتر، 72 لیتر و 108 لیتر می باشد، توسط سه نوع مایع مختلف پر هستند. حد اقل به چند قطی که بیشترین حجم را داشته باشند ضرورت داریم تا این مایع را به طور مساویانه و بدون اینکه با هم مخلوط کنیم، تقسیم نماییم.

10- اگر 43mn یک عدد چهار رقمی باشد که بالای عدد 4 و 5 پوره قابل تقسیم است، تمام قیمت های را که m و n گرفته می تواند دریابید.

11- اگر 3041n یک عدد پنج رقمی باشد که بالای عدد 6 پوره قابل تقسیم است، تمام قیمت های را که n گرفته می تواند دریابید.

12- اگر 304n5 یک عدد پنج رقمی باشد که بالای عدد 9 پوره قابل تقسیم است، تمام قیمت های را که n گرفته می تواند دریابید.

13☆ - اگر 3n5m8p4 یک عدد هفت رقمی باشد که بالای عدد 9 پوره قابل تقسیم است، کوچکترین قیمت مجموع n+m+p را دریابید.

14- زمانی که اعداد 41 ,47 و 53 بالای یک عدد تقسیم می شود باقیمانده هر یک مساوی به 5 می شود خود عدد را در یابید.

15☆ - طول یک مزرعه 1080 متر و عرض آن 680 متر است. دهقان می خواهد تا چندین درخت را با زیاد ترین فواصل مساوی از هم دیگر به دورادور مزرعه غرس کند. بزرگترین فاصله بین درخت ها را که برای دهقان پیشنهاد میکنید چند است؟ همچنان دریابید که به چه تعداد درخت ضرورت دارد؟

16☆☆- یک نفر برای خریداری تخم مرغ روز اول 492 افغانی و روز دوم 612 افغانی می پردازد اگر قیمت هر تخم مرغ بین 5 الیٰ 8 افغانی باشد، قیمت هر تخم چند افغانی است؟ و مجموعاً شخص چند عدد تخم خریداری نموده است؟

1- کوچکترین مضرب مشترک اعداد 2300 ,1564 و 2576 را دریابید.

الف. 1094844 ج. 1094840

ب. 1094800 د. 1094860

2- در تجزیه عدد 21600 به عوامل ضربی اولیهٔ آن کدام اعداد اولیه شامل اند.

الف. 5, 3, 2 ج. 11, 3, 2

ب. 7, 3, 2 د. 11, 3, 7

3- در تجزیه عدد 60750 به عوامل ضربی اولیهٔ آن، عدد 3 چند بار شامل است؟

الف. 6 ج. 7

ب. 5 د. 2

4- عوامل ضربی اولیهٔ عدد 30184 را دریابید.

الف. $2^3\cdot7^4\cdot11$ ج. $2^2\cdot7^3\cdot11$

ب. $2^3\cdot7^3\cdot11$ د. $2^3\cdot7\cdot11$

5- عوامل ضربی اولیهٔ عدد 4050 را دریابید.

الف. $2\cdot3^3\cdot5^2$ ج. $2\cdot3^5\cdot5^2$

ب. $2\cdot3^2\cdot5^2$ د. $2\cdot3^4\cdot5^2$

6- عوامل ضربی اولیهٔ عدد 30030 را دریابید.

الف. $11\cdot7\cdot5\cdot3\cdot2\cdot13$ ج. $11\cdot7\cdot5\cdot3\cdot2$

ب. $7\cdot5\cdot3\cdot2\cdot13$ د. $11\cdot7\cdot5\cdot2\cdot13$

7- کوچکترین مضرب مشترک اعداد 48,32 و 24 را دریابید.

الف. 69 ج. 46

ب. 96 د. 86

8- G.C.M اعداد 45, 60, 90 و 120 را دریابید.

الف. 20 ج. 25

ب. 15 د. 45

9- L.C.M اعداد 147, 77, 63 و 42 را دریابید.

الف. 9700 ج. 9702

ب. 9704 د. 9708

10- اگر a و b دو عدد طبیعی باشد، کوچکترین مضرب مشترک آنها مساوی به چند میشود؟

الف. $L.C.M=\frac{a\cdot b}{H.C.F}$ ج. $L.C.M=\frac{b}{H.C.F}$

ب. $L.C.M=\frac{a}{H.C.F}$ د. $L.C.M=(H.C.F)\cdot(a\cdot b)$

11- L.C.M اعداد 24, 16 و 48 را دریابید.

الف. 84 ج. 56

ب. 48 د. 65

12- H.C.F اعداد 49 و 8 را دریابید.

الف. 1 ج. 3

ب. 0 د. 2

13- اگر عدد 54 و 25 ضرب گردد عوامل ضربی اولیهٔ حاصل ضرب آنها عبارت است از:

الف. $2\cdot3^3\cdot5$ ج. $2\cdot3^2\cdot5^2$

ب. $2\cdot3^3\cdot5^2$ د. $2\cdot3\cdot5^2$

14- اگر بزرگترین قاسم مشترک دو عدد 15 و کوچکترین مضرب مشترک آنها 225 و یکی از اعداد 75 باشد، عدد دوم را در یابید.

الف. 45 ج. 35

ب. 25 د. 90

15- عملیه ضرب $45\cdot16\cdot672$ را به عوامل ضربی اولیهٔ آن دریافت نمایید.

الف. $2^8\cdot3^3\cdot7\cdot5$ ج. $2^7\cdot3^3\cdot7\cdot5$

ب. $2^9\cdot3^3\cdot7\cdot5$ د. $2^9\cdot3^4\cdot7\cdot5$

فصل ۵

کسرهای عام

در این فصل ...

- ۵.۱ کسرهای عام
- ۵.۲ اعداد مخلوط
- ۵.۳ انواع کسرهای معادل
- ۵.۴ انواع کسرها
- ۵.۵ دریافت کوچکترین مخرج مشترک
- ۵.۶ هم مخرج ساختن کسرها
- ۵.۷ مقایسهٔ کسرهای عام
- ۵.۸ توسعه و اختصار کسرها
- ۵.۹ عملیهٔ جمع کسرهای عام
- ۵.۱۰ عملیهٔ تفریق کسرهای عام
- ۵.۱۱ عملیهٔ ضرب کسرهای عام
- ۵.۱۲ عملیهٔ تقسیم کسرهای عام
- ۵.۱۳ توان در کسرهای عام
- ۵.۱۴ عملیه های مختلط بالای کسرهای عام
- ۵.۱۵ کسرالکسر

آیا می توانید 7 عدد کاکائو را فقط با یک بار قطع کردن برای 5 نفر طوری تقسیم کنید، که برای همه حصه های مساوی رسیده و به هیچ مقدار کاکائو ضایع نشود؟ با استفاده از کسر، سوال فوق را چطور می توان حل کرد؟ جواب این سوال را در این فصل جستجو کنید.

۱.۵ کسرهای عام (Common Fractions)

در فصل دوم با اعداد طبیعی یا اعداد شمارش آشنا شدیم. اعداد طبیعی اعدادی هستند که با آن اشیای کامل را اندازه کرده می توانیم مثلاً : سه عدد سیب، چهار عدد قلم، و به همین ترتیب یک عدد کیک، اما برای نشان دادن نصف کیک یا یک پارچه آن چطور؟ تا به حال کدام شیوه را برای نشان دادن نصف کیک، یک یا چند پارچه آن نخوانده ایم. به کمک کسر ها می توانیم این چنین مقادیر را در ریاضیات نشان دهیم.

در علم ریاضی کسر نشان دهنده حصه از یک کُل می باشد. این حصه می تواند از یک کیک، از یک پیزا و یا از یک مجموعه دیگر باشد.

نوت

کسر در لغت به معنیٰ شکستاندن است.

۱.۵ تعریف.....

کسرها عبارت از اعدادی اند که نشان دهنده یک حصه یا چندین حصه یی از یک مجموعه (کُل) می باشد.

تعریف ۱.۵ را در مثال های ذیل بررسی می کنیم:

یک عدد پیزا در تصویر ۱.۵ یک واحد (کُل) است. این پیزا به پنج حصه مساوی تقسیم شده است. اگر از پنج حصه پیزا دو حصه آنرا کسی خورده باشد، می گوییم « دو پنجم حصه پیزا خورده شده.» و در ریاضی آنرا به شکل ذیل ارایه می کنیم:

« 2/5 حصه پیزا را کسی خورده است. »

و چنین معنیٰ می شود که : از پنج حصه مساوی پیزا دو حصه آنرا کسی میل کرده است. 2/5 ، حصه های خورده شده را نشان می دهد و یک کسر است چون یک بخش از یک کُل را نشان می دهد.(در این جا دو حصه از یک پیزا)

همچنان اگر به شکل ۲.۵ توجه کنیم. دیده می شود که 1 حصه از 4 حصه کیک کم است. اگر بخواهیم حصه های کم شده را توسط یک عدد نشان دهیم آنرا طور ذیل می نویسیم:

« 1/4 حصه کیک کم است.»

و اگر مرام حصه های موجوده باشد، پس:

« 3/4 حصه کیک موجود است.»

اعداد فوق را که همه به شکل کسری هستند بنام اعداد نسبتی یاد می کنیم.

با در نظر داشت مثال های فوق عدد نسبتی یا کسری را چنین تعریف می کنیم:

۲.۵ تعریف.....

هر عددیکه به شکل $\frac{a}{b}$ $(b\neq 0)$ ارایه شده بتواند بنام عدد کسری یا نسبتی یاد می شود.

اجزای اعداد کسری را به شکل ذیل نام گذاری می کنند:

$\frac{2}{5}$

2 ← صورت کسر

— ← خط بر

5 ← مخرج کسر



ت ۱.۵ تمام پیزا را به عدد 1 نشان می دهیم. در حالیکه حصه های خورده شده آنرا توسط عدد کسری 2/5.



ت ۲.۵ حصه کم شده کیک را به 1/4 و حصه های موجوده آنرا توسط 3/4 نشان می دهیم.

نوت

به یاد داشته باشید که مخرج یک کسر هرگز صفر بوده نمی تواند.

۱.۵ مثال.....

هر یک از خانه های رنگ شده را توسط اعداد کسری نشان دهید.

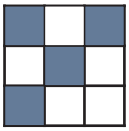
الف.



ب.



ج.



حل:

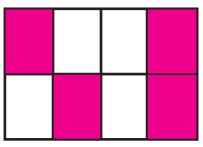
الف. دایره به 3 حصه مساوی تقسیم شده و 1 حصه آن رنگ شده است. از این رو حصه های رنگ شده را به کسر $\frac{1}{3}$ نشان می دهیم.

ب. ستون به 7 حصه مساوی تقسیم شده و 4 حصه آن رنگ شده است. از این رو حصه های رنگ شده را به کسر $\frac{4}{7}$ نشان می دهیم.

ج. مربع به 9 حصه مساوی تقسیم شده و 4 حصه آن رنگ شده است.از این رو حصه های رنگ شده را به کسر $\frac{4}{9}$ نشان می دهیم.

تمرین: هر یک از خانه های رنگ شده را توسط اعداد کسری نشان دهید.

الف.



ب.



ج.



جواب:

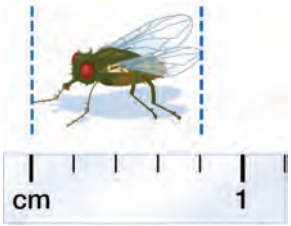
الف. $\frac{4}{8}$

ب. $\frac{3}{5}$

ج. $\frac{3}{5}$

۲.۵ مثال.....

قرار شکل طول حشره چند حصهٔ یک سانتی متر می باشد؟

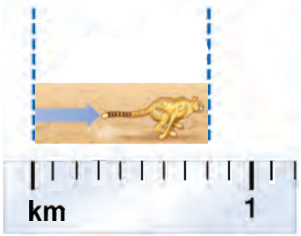


حل:

نظر به شکل داده شده طول حشره 4 حصه از 5 حصه یک سانتی متر را اشغال کرده بناءً طول حشره را به کسر ذیل نشان می دهیم:

$$\frac{4}{5}$$

تمرین: نظر به شکل داده شده حیوان چند حصه از یک کیلو متر را طی کرده است؟



جواب: $\frac{8}{10}$

۳.۵ مثال.....

به سوالات ذیل جواب دهید:

الف. یک روز چند حصه یک هفته است؟(یک هفته 7 روز است.)
ب. یک روز چند حصه یک سال است؟(یک سال را 365 روز در نظر گیرید.)
ج. یک ماه چند حصه یک سال است؟ (یک سال 12 ماه است.)

حل:

یک هفته 7 روز است. بناءً یک روز 1 حصه از 7 روز می باشد. در کسر این موضوع را چنین ارایه می کنیم:

$$\frac{1}{7}$$

یک سال 365 روز است. بناءً یک روز 1 حصه از 365 روز می باشد. در کسر این موضوع را چنین ارایه می کنیم:

$$\frac{1}{365}$$

یک سال 12 ماه است. بناءً یک ماه 1 حصه از 12 ماه می باشد. در کسر این موضوع را چنین ارایه می کنیم:

$$\frac{1}{12}$$

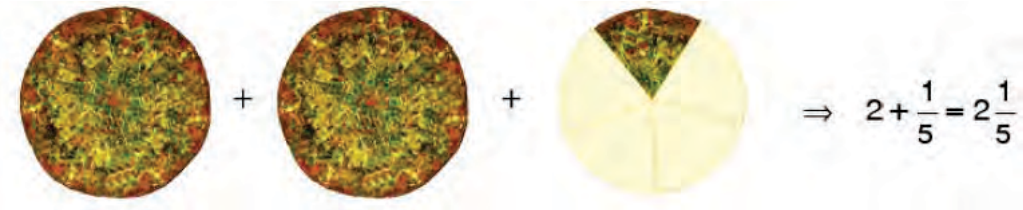
تمرین: به سوالات ذیل جواب دهید.
الف. یک هفته چند روز از یک ماه می باشد؟ (1 ماه را 4 هفته در نظر گیرید.)
ب. یک ماه چند روز از یک سال می باشد؟

جواب: الف. $\frac{7}{28}$ ب. $\frac{30}{365}$

۵.۲ اعداد مخلوط (Mixed Numbers)

فرض می کنیم که دو عدد پیزای مکمل و 1/5 حصه پیزای سوم را داریم و می خواهیم توسط یک کسر آنرا نشان دهیم. این چنین کسر ها را به شکل ذیل نشان می دهیم:

$2\frac{1}{5}$



ت ۳.۵

عدد فوق از دو بخش، یکی عدد صحیح (2) و دیگری عدد کسری ($\frac{1}{5}$) تشکیل شده است.

از این رو عدد مذکور را یک عدد مخلوط می نامند و آنرا طور ذیل می خوانیم:

«(دو صحیح یک بر پنج)»

۳.۵ تعریف .....

عددیکه از یک قسمت صحیح و یک قسمت کسری تشکیل شده باشد، عدد مخلوط نامیده می شود.

به مثال های ذیل توجه کنید:

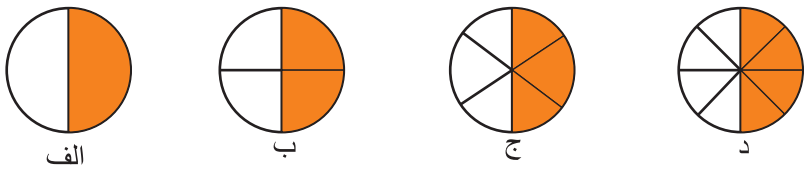
$2\frac{1}{5}$ $1\frac{3}{5}$ $19\frac{4}{15}$

نوت

اگر عدد صحیح مثبت باشد، کسر نیز مثبت و اگر عدد صحیح منفی باشد، کسر نیز منفی است.

۵.۳ کسرهای معادل (Equivalent Fraction)

به تصاویر ذیل توجه کنید:



در تصویر (الف) ساحه رنگ شده $\frac{1}{2}$ است. در تصویر (ب) ساحه رنگ شده $\frac{2}{4}$ است.

در تصویر (ج) ساحه رنگ شده $\frac{3}{6}$ است. در تصویر (د) ساحه رنگ شده $\frac{4}{8}$ است.

اما در تمام تصاویر ساحه رنگ شده با هم دیگر مساوی اند. تمام مساحت ها نشان دهنده نصف یک دایره می باشند. در حالیکه صورت ها و مخرج های شان از هم دیگر فرق دارند اما تمام شان نشان دهنده عین مقدار هستند.

۴.۵ تعریف.....

کسر های که نشان دهنده عین مقدار هستند اما صورت ها و مخرج های شان متفاوت اند بنام کسر های معادل یاد می شوند.

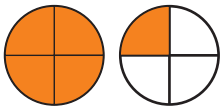
کسر های معادل به علامت (=) و بعضی اوقات به علامت (≡) نشان داده می شوند. مثلاً:
کسر های $\frac{1}{2}$، $\frac{2}{4}$، $\frac{3}{6}$، $\frac{4}{8}$ با هم دیگر معادل اند و آنها را طور ذیل نشان می دهیم:

$$\frac{1}{2} \equiv \frac{2}{4} \equiv \frac{3}{6} \equiv \frac{4}{8}$$

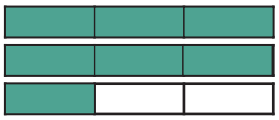
۴.۵ مثال.....

ساحه رنگ شده را توسط کسر ها نشان دهید.

الف.



ب.



ج.

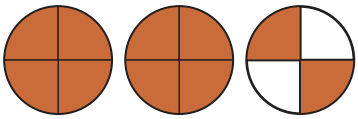


حل:

الف. $1\frac{1}{4}$ ب. $2\frac{1}{3}$ ج. $3\frac{2}{6}$

تمرین: ساحه رنگ شده را توسط کسر ها نشان دهید.

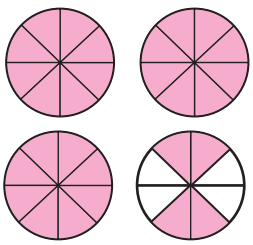
الف.



ب.



ج.



جواب:

الف. $2\frac{2}{4}$ ب. $2\frac{3}{4}$ ج. $3\frac{4}{8}$

دریافت کسر های معادل:
صورت و مخرج کسر داده شده را در یکعدد ضرب و یا بالای یکعدد تقسیم می کنیم در نتیجه کسر های معادل دریافت می شوند.

۵.۵ مثال.....

چهار کسر معادل به کسر $\frac{1}{2}$ را توسط عملیه ضرب دریابید.

حل:

$1)\ \frac{1}{2}=\frac{1\cdot 3}{2\cdot 3}=\frac{3}{6}$

$2)\ \frac{1}{2}=\frac{1\cdot 5}{2\cdot 5}=\frac{5}{10}$

$3)\ \frac{1}{2}=\frac{1\cdot 7}{2\cdot 7}=\frac{7}{14}$

$4)\ \frac{1}{2}=\frac{1\cdot 10}{2\cdot 10}=\frac{10}{20}$

تمرین: دو کسر معادل $\frac{2}{3}$ را توسط عملیه ضرب دریابید.

۶.۵ مثال.....

سه کسر معادل به کسر $\frac{12}{30}$ را توسط عملیه تقسیم دریابید.

حل:

$1)\ \frac{12}{30}=\frac{12\div 2}{30\div 2}=\frac{6}{15}$

$2)\ \frac{12}{30}=\frac{12\div 3}{30\div 3}=\frac{4}{10}$

$3)\ \frac{12}{30}=\frac{12\div 6}{30\div 6}=\frac{2}{5}$

تمرین: دو کسر معادل $\frac{192}{96}$ را توسط عملیه تقسیم دریابید.

خواص کسر های عام:

خاصیت

اگر با صورت و مخرج یک کسر یک عدد (خلاف صفر) ضرب شود، مقدار کسر تغییر نمی کند.

خاصیت

اگر صورت و مخرج یک کسر بالای یک عدد (خلاف صفر) تقسیم شود، مقدار کسر تغییر نمی کند.

۴.۵ انواع کسرها

کسر ها را به بخش های ذیل تقسیم می کنند.



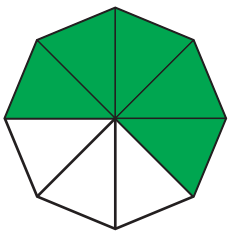
ت ۴.۵ انواع کســـــــر ها

1- کسر عام واقعی:

۵.۵ تعریف.....

اگر صورت یک کسر نسبت به مخرج آن کوچکتر باشد، کسر مذکور یک کسر واقعی می باشد.

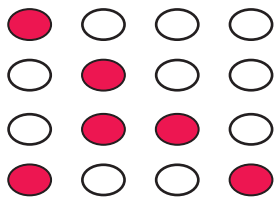
مانند کسر های ذیل:



$\frac{5}{8}$



$\frac{9}{11}$



$\frac{6}{16}$

کسر های عام واقعی همیشه کوچکتر از یک می باشند. مثلاً: در کسر های فوق دیده می شود که در هیچ یک از آنها تمام شکل رنگه نشده است.

2- کسر عام غیر واقعی:

۶.۵ تعریف.....

اگر صورت یک کسر مساوی و یا بزرگتر از مخرج آن باشد، کسر مذکور یک کسر غیر واقعی می باشد.

مانند کسر های ذیل:

$$\frac{5}{2} \qquad \frac{6}{4} \qquad \frac{15}{8}$$

آیا کسر های فوق را به صورت اشکال ارایه کرده می توانید؟ و به نظر شما کسر های عام غیر واقعی از عدد یک کوچکتر اند یا بزرگتر؟

برای جواب دادن به این سوال ها کسر های عام غیر واقعی را به اعداد مخلوط تبدیل می کنیم.

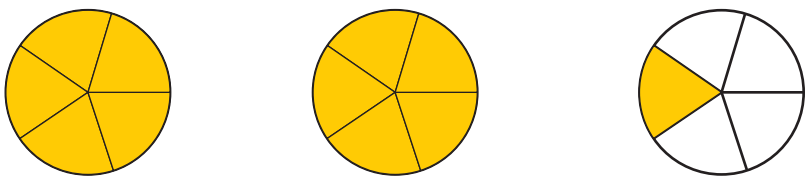
برای این منظور صورت کسر غیر واقعی را بالای مخرج آن تقسیم می کنیم. خارج قسمت را به حیث عدد صحیح و باقیمانده را در صورت عدد مخلوط می نویسیم، و مخرج را به همان حالت اولی آن می گذاریم.

مثلاً : کسر $\frac{11}{5}$ یک کسر غیر واقعی میباشد. این کسر را بحیث یک عدد مخلوط می نویسیم.

$$\begin{array}{r|l} 11 & 5 \\ \hline 10 & 2 \\ \hline 1 & \end{array}$$

خارج قسمت را به حیث عدد صحیح، باقی مانده را در صورت و مخرج اولی کسر را دوباره به حیث مخرج عدد مخلوط می نویسیم. در نتیجه کسر غیر واقعی $\frac{11}{5}$ به عدد مخلوط $2\frac{1}{5}$ تبدیل میشود.

از توضیحات بالا نتیجه می شود که کسر غیر واقعی همیشه از یک بزرگتر می باشد، و برای نشان دادن آن در اشکال، از اعداد مخلوط استفاده می کنیم. بطور مثال اگر $\frac{11}{5}$ را در اشکال نشان دهیم طور ذیل نشان داده می شود. چون $\frac{11}{5}$ مساوی به عدد مخلوط $2\frac{1}{5}$ می شود پس:



$$\frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$$

۷.۵ مثال.....

کسر های غیر واقعی ذیل را به اعداد مخلوط تبدیل کرده روی اشکال نشان دهید.

الف. $\frac{8}{3}$ ب. $\frac{9}{4}$ ج. $\frac{15}{3}$

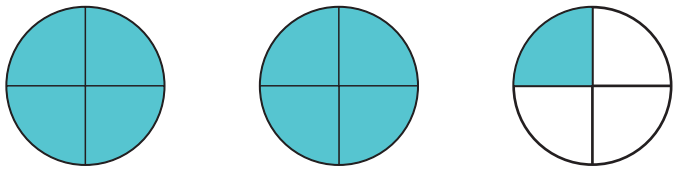
الف. صورت کسر داده شده را بالای مخرج آن تقسیم می کنیم. خارج قسمت را به حیث عدد صحیح، باقی مانده را به حیث صورت و مخرج اولی کسر را به حیث مخرج عدد مخلوط می نویسیم.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 3 \\ \hline 6 & 2 \\ \hline 2 & \end{array} \quad \Rightarrow \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$



ب.

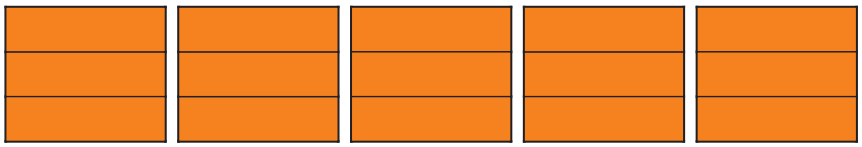
$$\begin{array}{r|l} 9 & 4 \\ \hline 8 & 2 \\ \hline 1 & \end{array} \quad \Rightarrow \frac{9}{8} = 2\frac{1}{4}$$



ج.

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ \hline 15 & 5 \\ \hline & \end{array} \quad \Rightarrow \frac{15}{3} = 5\frac{0}{3} = 5$$

این بار باقیمانده عدد صفر است که در این حالت عدد مخلوط به یک عدد صحیح تبدیل می شود بخاطریکه صورت بخش کسری آن صفر میشود.



تمرین: کسر های غیر واقعی ذیل را به اعداد مخلوط تبدیل کنید.

الف. $\frac{12}{5}$ ب. $\frac{11}{3}$ ج. $\frac{14}{8}$

جواب: الف. $2\frac{2}{5}$ ب. $3\frac{2}{3}$ ج. $1\frac{6}{8}$

۸.۵ مثال.....

کسر های غیر واقعی ذیل را به اعداد مخلوط تبدیل کنید:

الف. $\frac{25}{4}$ ب. $\frac{93}{9}$ ج. $\frac{122}{16}$

الف.

$$\begin{array}{r|l} 25 & 4 \\ \hline 24 & 6 \\ \hline 1 & \end{array} \Rightarrow \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$$

ب.

$$\begin{array}{r|l} 93 & 9 \\ \hline 9 & 10 \\ \hline 3 & \end{array} \Rightarrow \frac{93}{9} = 10\frac{3}{9}$$

ج.

$$\begin{array}{r|l} 122 & 16 \\ \hline 112 & 7 \\ \hline 10 & \end{array} \Rightarrow \frac{122}{16} = 7\frac{10}{16}$$

تمرین:کسر های غیر واقعی ذیل را به اعداد مخلوط تبدیل کنید:

الف. $\frac{124}{21}$ ب. $\frac{145}{18}$ جواب: الف. $5\frac{19}{21}$ ب. $8\frac{1}{18}$

برای تبدیل کردن یک عدد مخلوط به یک کسر غیر واقعی مخرج عدد مخلوط را با عدد صحیح ضرب نموده حاصل ضرب را با صورت آن جمع مینماییم نتیجه را در صورت کسر غیر واقعی بر همان مخرج اولی می نویسیم. این عملیه را بنام عملیه غیر واجب یاد می کنیم.

۹.۵ مثال.....

اعداد مخلوط ذیل را به کسر های غیر واقعی تبدیل کنید:

الف. $5\frac{4}{12}$ ب. $4\frac{3}{11}$ ج. $3\frac{7}{12}$

الف. $5\frac{4}{12} = \frac{5\cdot 12+4}{12} = \frac{60+4}{12} = \frac{64}{12}$

ب. $4\frac{3}{11} = \frac{4\cdot 11+3}{11} = \frac{44+3}{11} = \frac{47}{11}$

ج. $3\frac{7}{12} = \frac{3\cdot 12+7}{12} = \frac{36+7}{12} = \frac{43}{11}$

تمرین: اعداد مخلوط ذیل را به کسر های غیر واقعی تبدیل کنید.

الف. $5\frac{19}{21}$ ب. $8\frac{1}{18}$ جواب: الف. $\frac{124}{21}$ ب. $\frac{145}{18}$

۵.۵ دریافت کوچکترین مخرج مشترک یا (Least Common Denominator (LCD))

برای اجرای عملیه ها بالای کسر ها و همچنان مقایسه نمودن آنها باید با هم مخرج سازی کسر ها آشنا شویم زیرا در دروس بعدی برای اجرای عملیه ها بالای کسر ها هم مخرج سازی یک شرط اساسی است.
برای هم مخرج سازی کسر در ابتدا باید کوچکترین مخرج مشترک آنها را دریافت کنیم. کوچکترین مخرج مشترک مانند کوچکترین مضرب مشترک پیدا می شود. به مثال های ذیل توجه کنید.

۵.۱۰ مثال.....

کوچکترین مخرج مشترک کسر های ذیل را دریابید.

الف. $\frac{1}{4}, \frac{3}{10}, \frac{7}{50}$ ب. $\frac{2}{7}, \frac{3}{21}, \frac{5}{147}$

الف.

2	4	10	50
2	2	5	25
5	1	5	25
5	1	1	5
	1	1	1

$\Rightarrow L.C.D = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 100$

ب.

چون 147 بالای تمام مخرج های کسور فوق پوره قابل تقسیم است، بنا ً کوچکترین مخرج مشترک شان نیز خود عدد 147 می باشد. اگر عملیه تجزیه را بالای تمام مخرج ها هم زمان اجرا هم کنیم خود عدد147 حاصل می شود.

7	7	21	147
7	1	3	21
3	1	3	3
	1	1	1

$\Rightarrow L.C.D = 7 \cdot 7 \cdot 3 = 147$

تمرین: کوچکترین مخرج مشترک کسر های ذیل را دریابید.

الف. $\frac{5}{12}, \frac{3}{16}, \frac{5}{18}$ ب. $\frac{4}{15}, \frac{6}{12}, \frac{2}{24}$ جواب: الف. 144 ب. 120

۶.۵ هم مخرج ساختن کسرها

کوچکترین مخرج مشترک دریافت شده را بالای هر مخرج تقسیم کرده و در صورت و مخرج آنرا ضرب می کنیم. هدف از هم مخرج ساختن کسر ها دریافت کسر های است که با کسر های اولی معادل و مقدار آنها مساوی می باشد.

۱۱.۵ مثال.....

کسر های ذیل را هم مخرج سازید.

الف. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ ب. $\frac{3}{6}, \frac{2}{5}$ ج. $\frac{7}{9}, \frac{1}{3}$ د. $\frac{1}{12}, \frac{10}{4}, \frac{3}{50}$

الف.

$$L.C.D = 6$$

$$\frac{1}{2} \xrightarrow{6\div 2=3} \frac{1\cdot 3}{2\cdot 3} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{2}{3} \xrightarrow{6\div 3=2} \frac{2\cdot 2}{3\cdot 2} = \frac{4}{6}$$

ب.

$$L.C.D = 30$$

$$\frac{3}{6} \xrightarrow{30\div 6=5} \frac{3\cdot 5}{6\cdot 5} = \frac{15}{30}$$

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{30\div 5=6} \frac{2\cdot 6}{5\cdot 6} = \frac{12}{30}$$

ج.

$$L.C.D = 9$$

$$\frac{7}{9} \xrightarrow{9\div 9=1} \frac{7\cdot 1}{9\cdot 1} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{1}{3} \xrightarrow{9\div 3=3} \frac{1\cdot 3}{3\cdot 3} = \frac{3}{9}$$

د.

$$L.C.D = 300$$

$$\frac{1}{12} \xrightarrow{300\div 12=25} \frac{1\cdot 25}{12\cdot 25} = \frac{25}{300}$$

$$\frac{10}{4} \xrightarrow{300\div 4=75} \frac{10\cdot 75}{4\cdot 75} = \frac{750}{300}$$

$$\frac{3}{50} \xrightarrow{300\div 50=6} \frac{3\cdot 6}{50\cdot 6} = \frac{18}{300}$$

تمرین: کسر های ذیل را هم مخرج سازید:

الف. $\frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{4}{3}$ ب. $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{2}$ ج. $\frac{12}{30}, \frac{15}{30}, \frac{40}{30}$ د. $\frac{5}{20}, \frac{8}{20}, \frac{30}{20}$

جواب:

الف. $\frac{60}{300}, \frac{50}{300}, \frac{400}{300}$ ب. $\frac{75}{300}, \frac{120}{300}, \frac{450}{300}$ ج. $\frac{120}{300}, \frac{150}{300}, \frac{400}{300}$ د. $\frac{75}{300}, \frac{120}{300}, \frac{450}{300}$

۱۲.۵ مثال.....

کسر های مثال ۱۰.۵ را هم مخرج سازید.

الف. $\frac{1}{4}, \frac{3}{10}, \frac{7}{50}$ ب. $\frac{2}{7}, \frac{3}{21}, \frac{5}{147}$

الف.

$L.C.D = 100$

$$\frac{1}{4} \xrightarrow{100\div 4=25} \frac{1\cdot 25}{4\cdot 25} = \frac{25}{100}$$

$$\frac{3}{10} \xrightarrow{100\div 10=10} \frac{3\cdot 10}{10\cdot 10} = \frac{30}{100}$$

$$\frac{7}{50} \xrightarrow{100\div 50=2} \frac{7\cdot 2}{50\cdot 2} = \frac{14}{100}$$

ب.

$L.C.D = 147$

$$\frac{2}{7} \xrightarrow{147\div 7=21} \frac{2\cdot 21}{7\cdot 21} = \frac{42}{147}$$

$$\frac{3}{21} \xrightarrow{147\div 21=7} \frac{3\cdot 7}{21\cdot 7} = \frac{21}{147}$$

$$\frac{5}{147} \xrightarrow{147\div 147=1} \frac{5\cdot 1}{147\cdot 1} = \frac{5}{147}$$

تمرین: کسر های ذیل را هم مخرج سازید:

الف. $\frac{2}{5}, \frac{3}{12}, \frac{4}{15}$ ب. $\frac{4}{18}, \frac{5}{12}, \frac{3}{14}$

جواب:

الف. $\frac{24}{60}, \frac{15}{60}, \frac{16}{60}$ ب. $\frac{56}{252}, \frac{105}{252}, \frac{54}{252}$

۷.۵ مقایسه کسر های عام

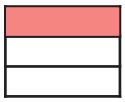
1- اگر مخرج ها یکسان باشند کسری بزرگ است که صورت آن بزرگ باشد.
2- اگر صورت ها یکسان باشند کسری بزرگ است که مخرج آن کوچک باشد.
3- اگر صورت ها و مخرج ها مختلف باشند در ابتدا کسر ها را هم مخرج میسازیم. بعداً مطابق قواعد شماره 1 ویا 2 عمل می کنیم.

۱۳.۵ مثال.....

کسر های ذیل را مقایسه کنید:

الف. $\frac{1}{3}\square\frac{2}{3}$ ب. $\frac{10}{11}\square\frac{8}{11}$ ج. $\frac{3}{4}\square\frac{3}{12}$

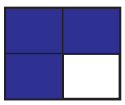
الف. $\frac{1}{3}\square\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{1}{3}<\frac{2}{3}$



ب. $\frac{10}{11}\square\frac{8}{11}\Rightarrow\frac{10}{11}>\frac{8}{11}$



ج. $\frac{3}{4}\square\frac{3}{12}\Rightarrow\frac{3}{4}>\frac{3}{12}$



تمرین: کسر های ذیل را مقایسه کنید:

الف. $\frac{2}{3}\square\frac{8}{3}$ ب. $\frac{2}{5}\square\frac{8}{5}$ ج. $\frac{7}{11}\square\frac{7}{13}$

جواب:

الف. $\frac{2}{3}<\frac{8}{3}$ ب. $\frac{2}{5}<\frac{8}{5}$ ج. $\frac{7}{11}>\frac{7}{13}$

۱۴.۵ مثال.....

از کسر های $\frac{1}{2},\frac{2}{3}$ کوچکترین کسر را دریابید.

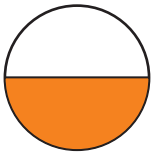
حل:

کسر ها دارای صورت ها و مخرج های مختلف هستند. ابتدا آنها را هم مخرج می سازیم.

$$L.C.D=2\cdot3=6$$

$$\frac{2}{3}\xrightarrow{6\div3=2}\frac{2\cdot2}{3\cdot2}=\frac{4}{6}\qquad \frac{1}{2}\xrightarrow{6\div2=3}\frac{1\cdot3}{2\cdot3}=\frac{3}{6}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{2}{3},\frac{1}{2}\\ \frac{4}{6},\frac{3}{6}\end{cases}\Rightarrow\frac{2}{3}>\frac{1}{2}$$



$\frac{1}{2}$



$\frac{2}{3}$

بنابراً کوچکترین کسر $\frac{1}{2}$ می باشد.

تمرین: کسر های ذیل را مقایسه کنید:

الف. $\frac{2}{3}\square\frac{1}{4}$ ب. $\frac{4}{3}\square\frac{3}{2}$ ج. $\frac{5}{12}\square\frac{2}{4}$

جواب:

الف. $\frac{2}{3}>\frac{1}{4}$ ب. $\frac{4}{3}<\frac{3}{2}$ ج. $\frac{5}{12}<\frac{2}{4}$

۱۵.۵ مثال.....

از کسر های $\frac{7}{10},\frac{3}{5}$ بزرگترین کسر را دریابید؟

حل:

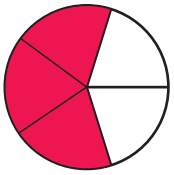
کسر ها دارای صورت ها و مخرج های مختلف هستند. ابتدا آنها را هم مخرج می سازیم.

$$L.C.D=10$$

$$\frac{7}{10}\xrightarrow{10\div10=1}\frac{7\cdot1}{10\cdot1}=\frac{7}{10}$$

$$\frac{3}{5}\xrightarrow{10\div5=2}\frac{3\cdot2}{5\cdot2}=\frac{6}{10}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{7}{10},\frac{3}{5}\\ \frac{7}{10},\frac{6}{10}\end{cases}\Rightarrow\frac{3}{5}<\frac{7}{10}$$



$\frac{3}{5}$



$\frac{7}{10}$

تمرین: کسر های ذیل را مقایسه کنید.

الف. $\frac{3}{5}\square\frac{2}{4}$ ب. $\frac{2}{3}\square\frac{4}{8}$

جواب:

الف. $\frac{3}{5}>\frac{2}{4}$ ب. $\frac{2}{3}>\frac{4}{8}$

۱۶.۵ مثال.....

کدام یکی از کسر های $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}$ کوچکترین کسر است؟

حل:

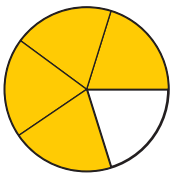
کسر ها دارای صورت ها و مخرج های مختلف هستند. ابتدا آنها را هم مخرج می سازیم.

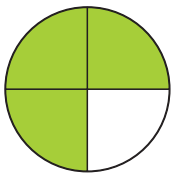
$$L.C.D = 20$$

$$\frac{4}{5} \xrightarrow{20\div5=4} \frac{4\cdot4}{5\cdot4} = \frac{16}{20}$$

$$\frac{3}{4} \xrightarrow{20\div4=5} \frac{3\cdot5}{4\cdot5} = \frac{15}{20}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{5}, \frac{3}{4} \\ \frac{16}{20}, \frac{15}{20} \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{5} > \frac{3}{4}$$





تمرین: کسر های ذیل را مقایسه کنید:

الف. $\frac{4}{14} \square \frac{3}{12}$ ب. $\frac{7}{12} \square \frac{3}{6}$

جواب: الف. $\frac{4}{14} > \frac{3}{12}$ ب. $\frac{7}{12} > \frac{3}{6}$

۱۷.۵ مثال.....

کدام یکی از کسر های $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{9}$ کوچکترین کسر است؟

حل:

$$L.C.D = 45$$

$$\frac{1}{3} \xrightarrow{45\div3=15} \frac{1\cdot15}{3\cdot15} = \frac{15}{45}$$

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{45\div5=9} \frac{2\cdot9}{5\cdot9} = \frac{18}{45}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{9} > \frac{2}{5} > \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{7}{9} \xrightarrow{45\div9} \frac{7\cdot5}{9\cdot5} = \frac{35}{45}$$

تمرین: در بین کسر های $\frac{3}{5}, \frac{7}{12}, \frac{8}{14}$ بزرگترین کسر را دریابید.

جواب: $\frac{3}{5} > \frac{7}{12} > \frac{8}{14}$

۱۸.۵ مثال.....

در بین کسر های $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{3}{4}$ بزرگترین کسر را دریابید.

حل:

$$L.C.D = 140$$

$$\frac{1}{2} \xrightarrow{140\div 2=70} \frac{1\cdot 70}{2\cdot 70} = \frac{70}{140}$$

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{140\div 5=28} \frac{2\cdot 28}{5\cdot 28} = \frac{56}{140}$$

$$\frac{4}{7} \xrightarrow{140\div 7=20} \frac{4\cdot 20}{7\cdot 20} = \frac{80}{140}$$

$$\frac{3}{4} \xrightarrow{140\div 4=35} \frac{3\cdot 35}{4\cdot 35} = \frac{105}{140}$$

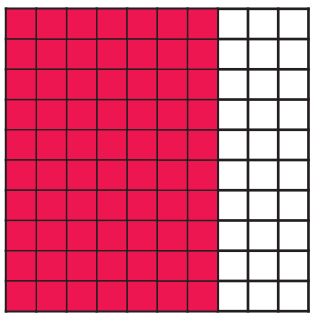
$$\boxed{\frac{3}{4}} > \frac{4}{7} > \frac{1}{2} > \frac{2}{5}$$

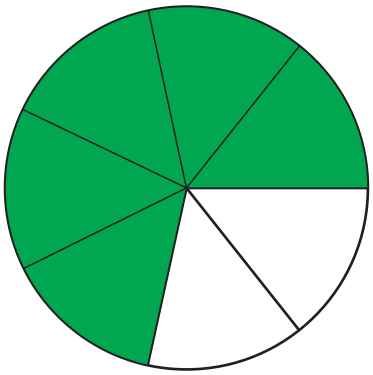
تمرین: در بین کسر های $\frac{2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{3}{5}, \frac{6}{7}$ بزرگترین کسر را دریابید.

جواب: $\boxed{\frac{8}{9}} > \frac{6}{7} > \frac{2}{3} > \frac{3}{5}$

۱۹.۵ مثال.....

قرار شکل قسمت های رنگ شده کدام شکل کسر بزرگتر را نشان می دهد؟ (مساحت هر دو شکل را یکسان مد نظر گیرید.)





حل:

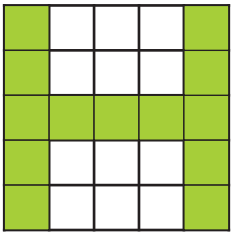
مربع نشان دهنده کسر $\frac{70}{100}$ و دایره نشان دهنده کسر $\frac{5}{7}$ میباشد. بادر نظر داشت حالت سوم مقایسه کسر ها که صورت ها و مخرج ها با هم متفاوت اند، کسر ها را طور ذیل مقایسه می کنیم.

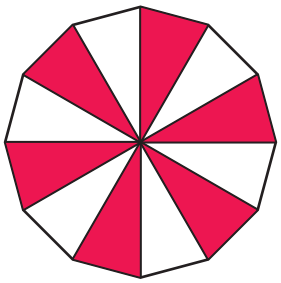
$$\frac{5}{7} \xrightarrow{700\div 7=100} \frac{5\cdot 100}{7\cdot 100} = \frac{500}{700}$$

$$\frac{70}{100} \xrightarrow{700\div 100=7} \frac{70\cdot 7}{100\cdot 7} = \frac{490}{700}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{5}{7}} > \frac{70}{100}$$

تمرین: قرار شکل قسمت های رنگ شده کدام شکل کسر بزرگتر را نشان می دهد؟ (مساحت هر دو شکل را یکسان مد نظر گیرید.)





جواب:مربع.

۸.۵ توسعه و اختصار کسرها

توسعه و اختصار کسر ها عبارت از پیدا نمودن کسر های معادل یک کسر می باشد. طوریکه صورت و مخرج کسر داده شده را بزرگ و یا کوچک می سازد اما در قیمت اصلی کسر تغییری نمی آید.

هر گاه صورت و مخرج یک کسر با عین عدد (بدون صفر) ضرب شود قیمت کسر تغییر نمی کند.

خاصیت

اگر با صورت و مخرج یک کسر یک عدد (خلاف صفر) ضرب شود، مقدار کسر تغییر نمی کند.

با استفاده از خاصیت فوق صورت و مخرج کسر را با یک عدد ضرب نموده و کسر را توسعه میدهیم.

خاصیت

اگر صورت و مخرج یک کسر بالای یک عدد (خلاف صفر) تقسیم شود، مقدار کسر تغییر نمی کند.

با استفاده از خاصیت فوق صورت و مخرج کسر را بالای یک عدد تقسیم نموده و کسر را اختصار میکنیم. اختصار نمودن عبارت از نوشتن یک کسر به ساده ترین شکل آن می باشد.

۲۰.۵ مثال.....

کسر های داده شده را ساده سازید.

الف. $\frac{6}{18}$ ج. $\frac{212}{8}$

ب. $\frac{86}{18}$ د. $\frac{200}{40}$

حل:

الف. $\frac{6}{18}=\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{3}}{\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot 3}=\frac{1}{3}$

ب. $\frac{86}{18}=\frac{\cancel{2}\cdot 43}{\cancel{2}\cdot 3\cdot 3}=\frac{43}{9}$

ج. $\frac{212}{8}=\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 53}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 2}=\frac{53}{2}$

د. $\frac{200}{40}=\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{5}\cdot 5}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{5}}=\frac{5}{1}=5$

تمرین: کسر های داده شده را اختصار کنید.

الف. $\frac{12}{36}$ ب. $\frac{45}{75}$ ج. $\frac{64}{44}$ د. $\frac{112}{16}$

جواب:

الف. $\frac{1}{3}$ ب. $\frac{3}{5}$ ج. $\frac{16}{11}$ د. 7

۲۱.۵ مثال.....

در عملیه های ذیل کدام آن درست و کدام آن غلط است؟

الف. $\frac{2\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}}$ ه. $\frac{2}{\cancel{3}}+\frac{\cancel{3}}{7}$

ب. $\frac{2+\cancel{3}}{\cancel{3}}$ و. $\frac{2}{6}+\frac{3}{\cancel{18}}-\frac{\cancel{18}}{4}$

ج. $\frac{2-\cancel{3}}{\cancel{3}}$ ز. $\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{\cancel{18}}\cdot\frac{\cancel{18}}{4}$

د. $\frac{2}{\cancel{3}}-\frac{\cancel{3}}{7}$ ح. $\frac{5}{\cancel{16}}\cdot\frac{3}{13}+\frac{\cancel{16}}{4}$

نوت

اختصار کسر ها تنها در حالت ضرب امکان پذیر می باشد.

حل:

الف. $\frac{2\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}}$ صحیح

ب. $\frac{2+\cancel{3}}{\cancel{3}}$ غلط

ج. $\frac{2-\cancel{3}}{\cancel{3}}$ غلط

د. $\frac{2}{\cancel{3}}-\frac{\cancel{3}}{7}$ غلط

ه. $\frac{2}{\cancel{3}}+\frac{\cancel{3}}{7}$ غلط

و. $\frac{2}{6}+\frac{3}{\cancel{18}}-\frac{\cancel{18}}{4}$ غلط

ز. $\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{\cancel{18}}\cdot\frac{\cancel{18}}{4}$ صحیح

ح. $\frac{5}{\cancel{16}}\cdot\frac{3}{13}+\frac{\cancel{16}}{4}$ غلط

۲۲.۵ مثال.....

کسر های داده شده را ساده سازید.

الف. $\frac{2250}{2925}$ ب. $\frac{770}{1155}$

حل:

الف. $\frac{10}{13}=\frac{\cancel{2250}}{\cancel{2925}}=\frac{2250}{2925}$

10
$\cancel{90}$
$\cancel{450}$
$\cancel{585}$
$\cancel{117}$
13

ب. $\frac{2}{3}=\frac{\cancel{770}}{\cancel{1155}}=\frac{770}{1155}$

2
$\cancel{14}$
$\cancel{154}$
$\cancel{231}$
$\cancel{21}$
3

تمرین: کسر $\frac{2160}{3780}$ را اختصار کنید.

جواب: $\frac{4}{7}$

نصف کردن یک کسر: برای این منظور مخرج کسر را ضرب 2 می سازیم. بطور مثال:

نصف کسر $\frac{1}{2}$ کسر $\frac{1}{2\cdot2}=\frac{1}{4}$ می باشد.

نصف کسر $\frac{2}{3}$ کسر $\frac{2}{3\cdot2}=\frac{2}{6}$ می باشد.

۹.۵ عملیه جمع کسرهای عام

1- جمع عدد کسری و عدد طبیعی:
اگر عدد کسری عدد صحیح نداشته باشد عدد طبیعی را به حیث عدد صحیح قرار میدهیم. اگر عدد صحیح داشته باشدعدد طبیعی را با آن جمع می کنیم. به مثال های ذیل توجه کنید.

۲۳.۵ مثال.....

عملیه های جمع داده شده را انجام دهید.

الف. $3+\frac{7}{10}$ ج. $\frac{2}{5}+3$

ب. $5+2\frac{3}{4}$ د. $12+6\frac{7}{7}$

حل:

الف. $3\frac{7}{10}$ ج. $3\frac{2}{5}$

ب. $5+2\frac{3}{4}=(5+2)\frac{3}{4}=7\frac{3}{4}$ د. $(12+6)\frac{7}{7}=18+1=19$

تمرین: عملیه های جمع داده شده را انجام دهید.

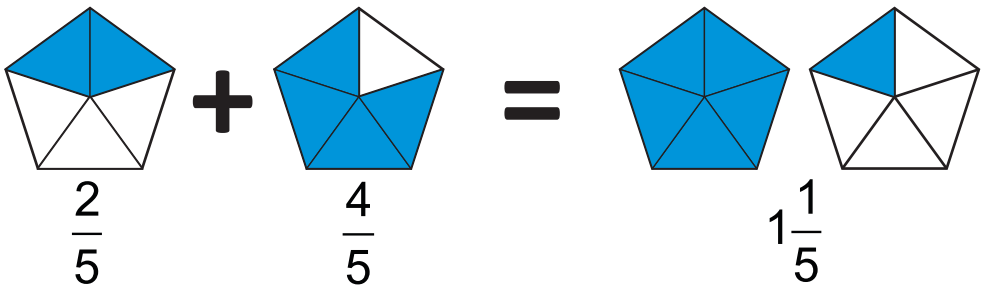
الف. $\frac{12}{5}+4$ ب. $2+1\frac{2}{3}+1$

جواب:

الف. $6\frac{2}{5}$ ب. $4\frac{2}{3}$

2- عملیه جمع کسرهای که مخرج های یکسان دارند:
برای جمع نمودن کسرهای که مخرج های یکسان دارند، تنها صورت ها را جمع نموده اما مخرج ها را جمع نمی کنیم بلکه از مخرج های یکسان تنها یکی آنها را به حیث مخرج مشترک می نویسیم. به مثال ذیل توجه کنید.

$$\frac{2}{5}+\frac{4}{5}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$$



۱.۵ قانون

اگر $\frac{a}{b}, \frac{c}{b}, \frac{d}{b}$ اعداد کسری باشند، پس: $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ و

$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}+\frac{d}{b}=\frac{a+c+d}{b}$ و به همین ترتیب.

به مثال های ذیل توجه کنید:

$$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3+2}{7}=\frac{5}{7}$$

$$\frac{7}{11}+\frac{2}{11}+\frac{3}{11}=\frac{7+2+3}{11}=\frac{12}{11}=1\frac{1}{11}$$

$$\frac{5}{9}+\frac{1}{9}+\frac{12}{9}=\frac{18}{9}=\frac{2}{1}=2$$

۲۴.۵ مثال.....

عملیه های جمع داده شده را انجام دهید.

الف. $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$ ج. $3\frac{1}{2}+4\frac{1}{2}$

ب. $4\frac{3}{8}+5\frac{1}{8}$ د. $3+1\frac{3}{4}+2\frac{1}{4}$

حل:

الف. $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3+1}{4}=\frac{\cancel{4}}{\cancel{4}}=1$

ب. $4\frac{3}{8}+5\frac{1}{8}=\frac{35}{8}+\frac{41}{8}=\frac{35+41}{8}=\frac{\cancel{76}}{\cancel{8}}=\frac{19}{2}=9\frac{1}{2}$

19

2

ویا: $4\frac{3}{8}+5\frac{1}{8}=4+5\frac{3+1}{8}=9\frac{\cancel{4}}{\cancel{8}}=9\frac{1}{2}$

1

2

ج. $3\frac{1}{2}+4\frac{1}{2}=\frac{7}{2}+\frac{9}{2}=\frac{\cancel{16}}{\cancel{2}}=8$

8

1

ویا: $3\frac{1}{2}+4\frac{1}{2}=3+4\frac{1+1}{2}=7+\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}=7+1=8$

د. $3+1\frac{3}{4}+2\frac{1}{4}=3+1+2\frac{3+1}{4}=6\frac{4}{4}=6+1=7$

تمرین: عملیه های جمع ذیل را اجرا کنید:

الف. $1\frac{1}{5}+2\frac{3}{5}$ ج. $2\frac{2}{7}+\frac{3}{7}+1\frac{1}{7}$

ب. $1\frac{1}{3}+2\frac{1}{3}$ د. $3\frac{3}{8}+\frac{1}{8}+1\frac{1}{8}$

جواب:

الف. $3\frac{4}{5}$ ب. $3\frac{2}{3}$ ج. $3\frac{6}{7}$ د. $4\frac{5}{8}$

3- عملیه جمع کسر های که مخرج های مختلف دارند.

عملیه جمع کسر های عام با مخرج های یکسان را مطالعه نمودیم. اگر کسر های داده شده دارای مخرج های مشترک نباشند آنها را چطور جمع نموده می توانیم؟

مثلاً :کسر های $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$

برای این منظور کسر های داده شده را ابتدا هم مخرج ساخته بعداً کسر ها را مانند کسر های هم مخرج جمع می کنیم. برای کسر های $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ کوچکترین مخرج مشترک عدد 6 می باشد. پس:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$$

(3) (2)

به مثال های ذیل توجه کنید:

۲۵.۵ مثال.....

عملیه های جمع داده شده را انجام دهید.

الف. $\frac{11}{15}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}$ ج. $4+\frac{2}{3}+\frac{5}{9}$ هـ. $2\frac{4}{8}+3\frac{3}{6}+1\frac{8}{16}$

ب. $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}+\frac{4}{12}$ د. $\frac{4}{7}+\frac{2}{7}+\frac{3}{14}+\frac{6}{7}$

حل:

الف. $\frac{11}{15}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}=\frac{22+24+25}{30}=\frac{71}{30}=2\frac{11}{30}$

(2) (6) (5)

ب. $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}+\frac{4}{12}=\frac{9+8+4}{12}=\frac{21}{12}=1\frac{9}{12}$

(3) (4) (1)

ج. $4+\frac{2}{3}+\frac{5}{9}=4+\frac{6+5}{9}=4+\frac{11}{9}=4+1\frac{2}{9}=5\frac{2}{9}$

(3) (1)

د. $\frac{4}{7}+\frac{2}{7}+\frac{3}{14}+\frac{6}{7}=\frac{8+4+3+12}{14}=\frac{27}{14}=1\frac{13}{14}$

(2) (2) (1) (2)

هـ.

$$2\frac{4}{8}+3\frac{3}{6}+1\frac{8}{16}=2\frac{\cancel{4}}{\cancel{8}}+3\frac{\cancel{3}}{\cancel{6}}+1\frac{\cancel{8}}{\cancel{16}}=2+3+1\frac{1+1+1}{2}=6\frac{3}{2}=6+1\frac{1}{2}=7\frac{1}{2}$$

(1 1 1 / 2 2 2)

تمرین: عملیه های جمع ذیل را اجرا نمایید:

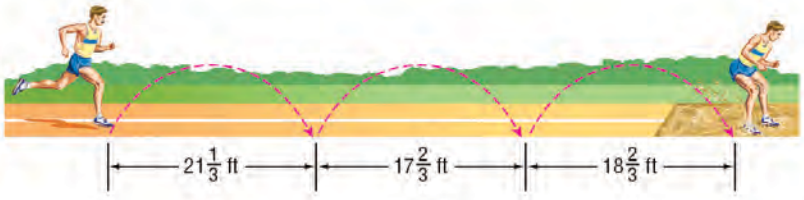
الف. $4\frac{2}{5}+\frac{5}{4}+12\frac{1}{2}$ ب. $4\frac{3}{2}+3\frac{5}{6}+4\frac{7}{8}$ ج. $\frac{3}{13}+4\frac{7}{2}+5\frac{12}{26}$

جواب:

الف. $18\frac{3}{20}$ ب. $14\frac{5}{24}$ ج. $13\frac{5}{26}$

۲۶.۵ مثال.....

قرار شکل داده شده ورزشکار سه بار خیز می زند. فاصله طی نموده را دریابید.



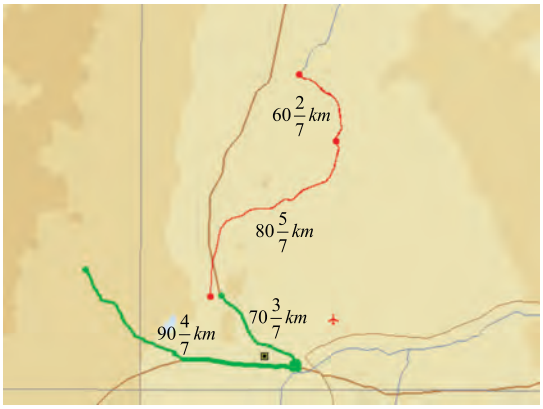
حل:

فاصله طی شده عبارت از مجموع فواصلی است که هر بار ورزشکار آنرا طی می کند.
پس به این اساس کسر های که نشان دهنده فواصل می باشند را با هم جمع می کنیم.

$$21\frac{1}{3}+17\frac{2}{3}+18\frac{2}{3}=21+17+18\frac{1+2+2}{3}=56\frac{5}{3}=57\frac{2}{3}$$

ورزشکار مجموعاً فاصله 57 فت جمع $\frac{2}{3}$ حصه یک فت را پیموده است.

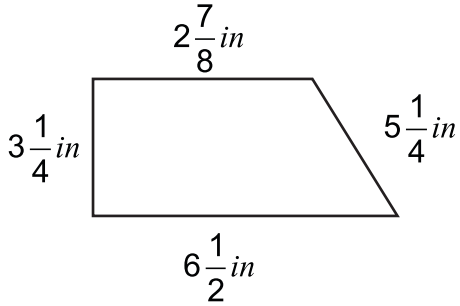
تمرین: مجموع فواصل سرخ و سبز روی نقشه را دریابید.



جواب: $302\,km$

۲۷.۵ مثال.....

قرار شکل داده شده حاصل جمع هر چهار ضلع ذوذنقه را دریابید.



حل:

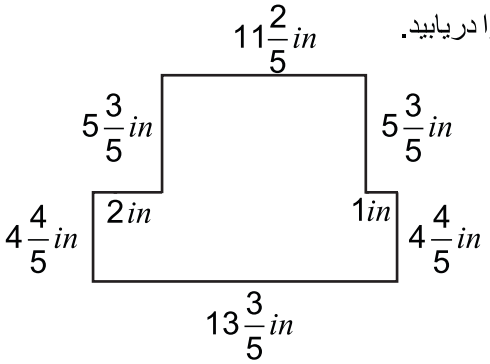
طول هر ضلع ذوذنقه داده شده است مجموع اضلاع آن را با جمع نمودن هر طول پیدا می کنیم.

$$3\frac{1}{4}+2\frac{7}{8}+5\frac{1}{4}+6\frac{1}{2}=3+2+5+6+\frac{1}{4}+\frac{7}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=$$

$$\Rightarrow 16+\frac{2+7+2+4}{8}=16+\frac{15}{8}=16+1\frac{7}{8}=17\frac{7}{8}$$

مجموع طول اضلاع ذوذنقه 17 اینچ و $\frac{7}{8}$ حصه یک اینچ می باشد.

تمرین: مجموع اضلاع شکل داده شده را دریابید.



جواب: $48\frac{4}{5}in$

۲۸.۵ مثال.....

عملیه های جمع ذیل را انجام دهید:

الف. $2\frac{3}{4}+2\frac{4}{3}$ ج. $3\frac{6}{11}+1\frac{7}{22}+4\frac{1}{2}$

ب. $5\frac{2}{7}+2\frac{3}{5}+1$ د. $12\frac{3}{8}+6\frac{7}{12}+2\frac{1}{2}$

حل:

الف. $2\frac{3}{4}+2\frac{4}{3}=2+2+\frac{3}{4}+\frac{4}{3}=4+\frac{9+16}{12}=4\frac{25}{12}=6\frac{1}{12}$

(3) (4)

ب. $5\frac{2}{7}+2\frac{3}{5}+1=5+2+1+\frac{2}{7}+\frac{3}{5}=8+\frac{10+21}{35}=8\frac{31}{35}$

(5) (7)

ج. $3\frac{6}{11}+1\frac{7}{22}+4\frac{1}{2}=3+1+4+\frac{6}{11}+\frac{7}{22}+\frac{1}{2}=8+\frac{12+7+11}{22}$

$\Rightarrow 8+\frac{30}{22}=8+1\frac{8}{22}=9\frac{4}{11}$

د. $12\frac{3}{8}+6\frac{7}{12}+2\frac{1}{2}=12+6+2+\frac{3}{8}+\frac{7}{12}+\frac{1}{2}=20+\frac{9+14+12}{24}$

(3) (2) (12)

$\Rightarrow 20\frac{35}{24}=21\frac{11}{24}$

تمرین: عملیه های جمع ذیل را انجام دهید:

الف. $3\frac{2}{5}+4\frac{7}{6}$ ب. $2\frac{1}{2}+3\frac{1}{6}+2\frac{1}{4}$

جواب: الف. $8\frac{17}{30}$ ب. $7\frac{11}{12}$

۱۰.۵ عملیه تفریق کسرهای عام

1- تفریق اعداد طبیعی از اعداد کسری:

اگر کسر عدد صحیح نداشته باشد از عملیه غیر واجب استفاده می نماییم. اگر کسر عدد صحیح داشته باشد عدد طبیعی را از آن تفریق می کنیم. قابل تذکر است که در عملیه غیر واجب، حاصل ضرب مخرج با عدد صحیح جمع می شد ولی در اینجا چون عملیه تفریق است، حاصل ضرب مخرج را از عدد صحیح تفریق می نماییم.

مثال ۲۹.۵

عملیه ها ی تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $2-\frac{11}{3}$ ج. $5-7\frac{11}{13}$

ب. $1-\frac{8}{7}$ د. $6-10\frac{1}{2}$

حل:

الف. $2-\frac{11}{3}=\frac{(3\cdot 2)-11}{3}=\frac{6-11}{2}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$

ب. $1-\frac{8}{7}=\frac{(1\cdot 7)-8}{7}=\frac{7-8}{7}=\frac{1}{7}$

ج. $5-7\frac{11}{13}=-7+\frac{11}{13}-5=-2\frac{11}{13}$

د. $6-10\frac{1}{2}=-10+\frac{1}{2}-6=-4+\frac{1}{2}=-4\frac{1}{2}$

تمرین: عملیه های تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $3-5\frac{1}{2}$ ب. $2-4\frac{3}{5}$

جواب: الف. $-2\frac{1}{2}$ ب. $-2\frac{3}{5}$

2- عملیه تفریق اعداد کسری از اعداد طبیعی:

اگر کسر عدد صحیح نداشته باشد، از عملیه غیر واجب استفاده می نماییم. اگر کسر عدد صحیح داشته باشد در ابتدا کسر را غیر واجب کرده و بعداً عملیه تفریق را انجام می دهیم.

مثال ۳۰.۵

عملیه ها ی تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $\frac{3}{4}-2$ ج. $15\frac{1}{2}-20$

ب. $\frac{3}{8}-1$ د. $4\frac{3}{5}-7$

حل:

الف. $\frac{3}{4}-2=\frac{3-(4\cdot 2)}{4}=\frac{3-8}{4}=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$

ب. $1-\frac{3}{8}=\frac{(1\cdot 8)-3}{8}=\frac{5}{8}$

ج. $20-15\frac{1}{2}=20-\frac{31}{2}=\frac{(20\cdot 2)-31}{2}=\frac{9}{2}=4\frac{1}{2}$

د. $7-4\frac{3}{5}=7-\frac{23}{5}=\frac{(7\cdot 5)-23}{5}=\frac{35-23}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$

تمرین: عملیه های تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $6-\frac{2}{3}$ ب. $4-2\frac{1}{2}$

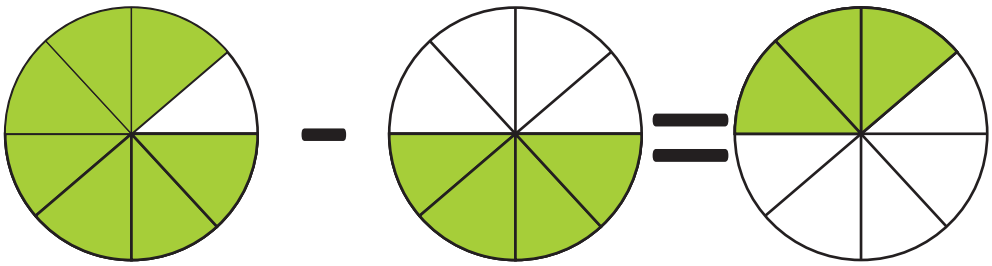
جواب:

الف. $5\frac{1}{3}$ ب. $1\frac{1}{2}$

3- عملیه تفریق کسر های که مخرج های یکسان دارند:

از مخرج های یکسان یک مخرج را به حیث مخرج مشترک گرفته و عملیه تفریق صورتها را انجام می دهیم.

به مثال ذیل توجه کنید.



$\frac{7}{8}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{3}{8}$

قانون ۲.۵

اگر $\frac{a}{b},\frac{c}{b}$ اعداد کسری باشند، پس: $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$

به مثال های ذیل توجه کنید:

$\frac{4}{7}-\frac{2}{7}=\frac{4-2}{7}=\frac{2}{7}$

$\frac{7}{11}-\frac{2}{11}=\frac{7-2}{11}=\frac{5}{11}$

$\frac{4}{5}-\frac{2}{5}-\frac{1}{5}=\frac{4-2-1}{5}=\frac{1}{5}$

$\frac{12}{18}-\frac{3}{18}=\frac{12-3}{18}=\frac{9}{18}=\frac{1}{2}$

۳۱.۵ مثال.....

عملیه ها ی تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $\frac{3}{8}-\frac{1}{8}$ ج. $6\frac{4}{5}-1\frac{3}{5}$

ب. $\frac{4}{5}-\frac{2}{5}$ د. $6\frac{3}{4}-2\frac{1}{4}$

حل:

الف. $\frac{3}{8}-\frac{1}{8}=\frac{3-1}{8}=\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{8}_{4}}=\frac{1}{4}$

ب. $\frac{4}{5}-\frac{2}{5}=\frac{4-2}{5}=\frac{2}{5}$

ج. $6\frac{4}{5}-1\frac{3}{5}=\frac{34}{5}-\frac{8}{5}=\frac{26}{5}=5\frac{1}{5}$

د. $6\frac{3}{4}-2\frac{1}{4}=\frac{27}{4}-\frac{9}{4}=\frac{18}{4}=4\frac{2}{4}=4\frac{1}{2}$

تمرین: عملیه های تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}$ ب. $3\frac{3}{7}-1\frac{2}{7}$ جواب: الف. $\frac{5}{9}$ ب. $2\frac{1}{7}$

4- عملیه تفریق کسر های که مخرج های مختلف دارند:

در ابتدا کسر ها را هم مخرج ساخته و بعداً عملیه تفریق را انجام می دهیم.

۳۲.۵ مثال.....

عملیه ها ی تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$ ج. $3\frac{3}{5}-1\frac{2}{3}-1$

ب. $\frac{4}{5}-\frac{10}{16}$ د. $4\frac{3}{7}-1\frac{1}{2}-1\frac{2}{7}$

حل:

الف. $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{3-2}{4}=\frac{1}{4}$

(1) (2)

ب. $\frac{4}{5}-\frac{10}{16}=\frac{64-50}{80}=\frac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{80}_{40}}=\frac{7}{40}$

(16) (5)

ج. $3\frac{3}{5}-1\frac{2}{3}-1=\frac{18}{5}-\frac{5}{3}-\frac{1}{1}=\frac{54-25-15}{15}=\frac{14}{15}$

(3) (5) (15)

د. $4\frac{3}{7}-1\frac{1}{2}-1\frac{2}{7}=\frac{31}{7}-\frac{3}{2}-\frac{9}{7}=\frac{62-21-18}{14}=\frac{23}{14}=1\frac{9}{14}$

(2) (7) (2)

تمرین: عملیه های تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $2\frac{1}{2}-1$ ب. $3\frac{2}{5}-\frac{3}{4}$

جواب: الف. $1\frac{1}{2}$ ب. $2\frac{13}{20}$

۳۳.۵ مثال.....

عملیه ها ی تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $\frac{7}{12}-\frac{1}{2}$ ج. $8\frac{4}{5}-1\frac{3}{4}-2$

ب. $2\frac{3}{11}-1\frac{1}{2}$ د. $12\frac{5}{6}-4\frac{5}{12}-2\frac{1}{5}$

حل:

الف. $\frac{7}{12}-\frac{1}{2}=\frac{7-6}{12}=\frac{1}{12}=\frac{1}{12}$

(1) (6)

ب. $2\frac{3}{11}-1\frac{1}{2}=\frac{25}{11}-\frac{3}{2}=\frac{50-33}{22}=\frac{17}{22}$

(2) (11)

ج. $8\frac{4}{5}-1\frac{3}{4}-2=\frac{44}{5}-\frac{7}{4}-\frac{2}{1}=\frac{176-35-40}{20}=\frac{101}{20}=5\frac{1}{20}$

(4) (5) (20)

د.

$12\frac{5}{6}-4\frac{5}{12}-2\frac{1}{5}=\frac{77}{6}-\frac{53}{12}-\frac{11}{5}=\frac{770-265-132}{60}=\frac{373}{60}=6\frac{13}{60}$

(10) (5) (12)

تمرین: عملیه های تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $3\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ ب. $3\frac{2}{5}-1\frac{3}{4}$

جواب: الف. $3\frac{1}{6}$ ب. $1\frac{13}{20}$

۱۱.۵ عملیه ضرب کسرهای عام

کسر ها را بدون هم مخرج سازی با هم ضرب نموده می توانیم. در عملیه ضرب کسر ها صورت ها را با صورت ها و مخرج ها را با مخرج ها ضرب می کنیم. اختصار کسر ها قبل از عملیه ضرب و یا بعد از عملیه ضرب امکان پذیر است. اما قبل از عملیه ضرب ترجیح داده می شود تا در ابتدا کسر ها اختصار شوند.

اگر کسر ها عدد صحیح داشته باشند ابتدا آنها را غیر واجب کرده بعداً عملیه ضرب را انجام می دهیم.

قانون ۳.۵

اگر $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ اعداد کسری باشند، پس: $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$

مثال ۳۴.۵

عملیه های ضرب ذیل را انجام دهید:

الف. $2\cdot\frac{1}{2}$ ب. $6\cdot\frac{1}{2}$ ج. $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$ د. $4\cdot4\frac{1}{2}$ هـ. $13\frac{1}{3}\cdot3\frac{1}{5}\cdot1\frac{7}{38}$

حل:

الف. $2\cdot\frac{1}{2}=\cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}=1$

ب. $6\cdot\frac{1}{2}=\overset{3}{\cancel{6}}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}=3$ (1)

ج. $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1\cdot1}{2\cdot2}=\frac{1}{4}$

د. $4\cdot4\frac{1}{2}=\overset{2}{\cancel{4}}\cdot\frac{9}{\cancel{2}}=18$ (1)

هـ. $13\frac{1}{3}\cdot3\frac{1}{5}\cdot1\frac{7}{38}=\frac{\overset{8}{\cancel{40}}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\overset{8}{\cancel{16}}}{\cancel{5}}\cdot\frac{\overset{15}{\cancel{45}}}{\cancel{38}}=\frac{8\cdot8\cdot15}{1\cdot1\cdot19}=\frac{960}{19}=50\frac{10}{19}$ (1 1 19)

تمرین: عملیه های ضرب ذیل را انجام دهید:

الف. $2\frac{2}{2}\cdot\frac{3}{4}$ ب. $4\frac{1}{5}\cdot 2\frac{4}{3}$

جواب: الف. $2\frac{1}{4}$ ب. 14

۱۲.۵ عملیه تقسیم کسرهای عام

اگر کسر عدد صحیح داشته باشد، در ابتدا آنرا غیرواجب می کنیم بعداً علامه تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و کسر دوم را معکوس میسازیم در اخیر مانند عملیه ضرب عمل می کنیم.

۴.۵ قانون

اگر $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ اعداد کسری باشند، پس: $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$

۳۵.۵ مثال.....

عملیه های تقسیم ذیل را اجرا نمایید:

الف. $\frac{9}{4}\div\frac{5}{2}$ ج. $10\div 10\frac{1}{10}$

ب. $1\div\frac{2}{3}$ د. $5\frac{1}{2}\div 2\frac{1}{2}$

حل:

الف. $\frac{9}{4}\div\frac{5}{2}=\frac{9}{\cancel{4}_{2}}\cdot\frac{\cancel{2}^{1}}{5}=\frac{9}{10}$

ب. $1\div\frac{2}{3}=1\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$

ج. $10\div 10\frac{1}{10}=10\div\frac{101}{10}=10\cdot\frac{10}{101}=\frac{100}{101}$

د. $5\frac{1}{2}\div 2\frac{1}{2}=\frac{11}{2}\div\frac{5}{2}=\frac{11}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{5}=\frac{11}{5}=2\frac{1}{5}$

تمرین: عملیه های تقسیم ذیل را انجام دهید:

الف. $\frac{5}{12}\div\frac{15}{26}$ ب. $1\frac{1}{2}\div 2$

جواب: الف. $\frac{13}{18}$ ب. $\frac{3}{4}$

۳۶.۵ مثال.....

عملیه های جمع و تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $2\frac{1}{5}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+5\frac{1}{5}$ ج. $\frac{1}{2}+3\frac{2}{3}+3\frac{5}{6}-4\frac{5}{6}$

ب. $4\frac{1}{2}-2+\frac{6}{7}+\frac{3}{7}$ د. $4\frac{1}{6}-\frac{1}{6}+1-3\frac{1}{2}$

حل:

الف. $2\frac{1}{5}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+5\frac{1}{5}=\frac{11}{5}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{26}{5}=\frac{44-5-10+104}{20}$

(4) (5) (10) (4)

$\Rightarrow \frac{133}{20}=6\frac{13}{20}$

ب. $4\frac{1}{2}-2+\frac{6}{7}+\frac{3}{7}=\frac{9}{2}-\frac{2}{1}+\frac{6}{7}+\frac{3}{7}=\frac{63-28+12+6}{14}$

(7) (14) (2) (2)

$\Rightarrow \frac{53}{14}=3\frac{11}{14}$

ج. $\frac{1}{2}+3\frac{2}{3}+3\frac{5}{6}-4\frac{5}{6}=\frac{1}{2}+\frac{11}{3}+\frac{23}{6}-\frac{29}{6}=\frac{3+22+23-29}{6}$

(3) (2) (1) (1)

$\Rightarrow \frac{19}{6}=3\frac{1}{6}$

د. $4\frac{1}{6}-\frac{1}{6}+1-3\frac{1}{2}=\frac{25}{6}-\frac{1}{6}+\frac{1}{1}-\frac{7}{2}=\frac{25-1+6-21}{6}$

(1) (1) (6) (3)

$\Rightarrow \frac{\cancel{3}^{\,3}}{\cancel{6}_{\,2}}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$

تمرین: عملیه های جمع و تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $4\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$ ب. $1\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$ جواب: الف. $4\frac{1}{4}$ ب. $1\frac{3}{20}$

۳۷.۵ مثال.....

عملیه های ضرب و تقسیم ذیل را انجام دهید:

الف. $4\frac{3}{8}\cdot 3\frac{6}{7}\cdot\frac{2}{3}$ ج. $1\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{10}$ هـ. $21\frac{3}{28}\div 2\frac{4}{25}$

ب. $2\frac{2}{9}\cdot 4\frac{1}{2}\cdot 4\frac{2}{3}$ د. $\frac{17}{9}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}$ و. $12\frac{17}{18}\div 7\frac{4}{5}$

حل:

الف. $4\frac{3}{8}\cdot 3\frac{6}{7}\cdot\frac{2}{3}=\frac{\cancel{35}^{5}}{\cancel{8}_{4}}\cdot\frac{\cancel{27}^{9}}{\cancel{7}_{1}}\cdot\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}}=\frac{45}{4}=11\frac{1}{4}$

ب. $2\frac{2}{9}\cdot 4\frac{1}{2}\cdot 4\frac{2}{3}=\frac{20}{\cancel{9}_{3}}\cdot\frac{\cancel{9}^{1}}{\cancel{2}_{1}}\cdot\frac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{3}_{1}}=\frac{140}{3}=46\frac{2}{3}$

ج. $1\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{10}=\frac{3}{2}\cdot\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{5}_{1}}\cdot\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{4}_{1}}\cdot\frac{1}{10}=\frac{3}{20}$

د. $\frac{17}{9}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}=\frac{17}{9}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{\cancel{3}_{1}}\cdot\frac{\cancel{3}^{1}}{2}=\frac{85}{72}=1\frac{13}{72}$

هـ. $21\frac{3}{28}\div 2\frac{4}{25}=\frac{591}{28}\div\frac{54}{25}=\frac{\cancel{591}^{197}}{28}\cdot\frac{25}{\cancel{54}_{18}}=\frac{4925}{504}=9\frac{389}{504}$

و. $12\frac{17}{18}\div 7\frac{4}{5}=\frac{233}{18}\div\frac{39}{5}=\frac{233}{18}\cdot\frac{5}{39}=\frac{1165}{702}=1\frac{463}{702}$

تمرین: عملیه های ذیل را انجام دهید:

الف. $2\frac{3}{4}\div 2\cdot\frac{1}{2}$ ب. $5\frac{2}{3}\div\frac{17}{5}\cdot\frac{1}{2}$

جواب: الف. $2\frac{3}{4}$ ب. $3\frac{1}{3}$

۱۲.۵ توان در کسرهای عام

برای رفع توان در کسر های عام صورت و مخرج کسر را بطور جداگانه به توان عمومی کسر نوشته و توان در کسر های عام را رفع می کنیم. به مثال های ذیل توجه کنید:

1. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1^2}{2^2} = \frac{1}{4}$
2. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$
3. $\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1^4}{4^4} = \frac{1}{256}$

۱۳.۵ عملیه های مختلط بالای کسرهای عام

انواع قوس ها: در حساب از سه نوع قوس استفاده می شود که قرار ذیل اند:

1-قوس کوچک () 2-قوس متوسط [] 3- قوس بزرگ {}

در محاسبات اکثراً چهار عملیه (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم) کسر ها همزمان واقع می شوند و برای رفع آنها هر عملیه را به نوبت و محل آن اجرا می نماییم.به ترتیب اجرای آنها در ذیل توجه کنید:

1- قوس ها را به ترتیب کوچک، متوسط و بزرگ رفع می کنیم.
2- توان را رفع می کنیم.
3- تقسیم یا ضرب را از چپ به راست انجام می دهیم.
4- در اخیر جمع و یا تفریق را از چپ به راست انجام می دهیم.

۳۸.۵ مثال.....

عملیه های مختلط ذیل را انجام دهید.

الف. $\frac{3}{4}+\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{3}$ ب. $\frac{4}{9}-\frac{1}{9}\cdot\frac{5}{4}$ ج. $2\frac{3}{5}-1\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{2}$ د. $2-1\div\frac{1}{2}$

هـ. $3\frac{1}{5}+3\frac{1}{5}\cdot3\frac{1}{5}-3\frac{1}{5}\cdot3\frac{1}{5}$ و. $2\frac{2}{5}-\frac{3}{10}\div\frac{3}{10}+4\frac{1}{2}\cdot2$

حل:

چون در تمام گزینه های فوق قوس ها و توان وجود ندارند بنااً از مراحل 1 و 2 ترتیب اجرای عملیه ها صرف نظر می کنیم و از مراحل 3 و 4 شروع می کنیم.با استفاده از مراحل 3 و 4 عملیه ها را طور ذیل اجرا می کنیم:

الف.

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{3}=\frac{3}{4}+\frac{2\cdot5}{7\cdot3}=\frac{3}{4}+\frac{10}{21}=\frac{63+40}{84}=\frac{103}{84}=1\frac{19}{84}$$

(21) (4)

ب. $\frac{4}{9}-\frac{1}{9}\cdot\frac{5}{4}=\frac{4}{9}-\frac{1\cdot5}{9\cdot4}=\frac{4}{9}-\frac{5}{36}=\frac{16-5}{36}=\frac{11}{36}$

(4) (1)

ج. $2\frac{3}{5}-1\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{2}=\frac{13}{5}-\frac{7}{5}\cdot\frac{3}{2}=\frac{13}{5}-\frac{21}{10}=\frac{26-21}{10}=\frac{\cancel{5}}{\cancel{10}}=\frac{1}{2}$

(2) (1)

د. $2-1\div\frac{1}{2}=2-1\cdot2=2-2=0$

هـ.

$3\frac{1}{5}+3\frac{1}{5}\cdot3\frac{1}{5}-3\frac{1}{5}\cdot3\frac{1}{5}=\frac{16}{5}+\frac{16}{5}\cdot\frac{16}{5}-\frac{16}{5}\cdot\frac{16}{5}=\frac{16}{5}+\frac{256}{25}-\frac{256}{25}$

$\Rightarrow\frac{16}{5}+0=\frac{16}{5}=3\frac{1}{5}$

و.

$2\frac{2}{5}-\frac{3}{10}\div\frac{3}{10}+4\frac{1}{2}\cdot2=\frac{12}{5}-\frac{\cancel{3}}{\cancel{10}}\cdot\frac{\cancel{10}}{\cancel{3}}+\frac{9}{2}\cdot\frac{2}{1}=\frac{12}{5}-\frac{1}{1}+\frac{9\cdot2}{2\cdot1}$

$\Rightarrow\frac{12}{5}-\frac{1}{1}+\frac{18}{2}=\frac{24-10+90}{10}=\frac{104}{10}=\frac{52}{5}=10\frac{2}{5}$

(2) (10) (5)

تمرین: عملیه های مختلط ذیل را اجرا کنید:

الف. $2\frac{1}{2}\div4+3$ ب. $\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{9}{7}\div\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$

جواب: الف. $3\frac{5}{8}$ ب. $1\frac{9}{14}$

۳۹.۵ مثال.....

با در نظر داشت ترتیب رفع قوس ها، کسر های داده شده را ساده سازید:

الف. $\left(3\frac{1}{5}-\frac{3}{10}\right)\div\frac{3}{10}+4\frac{2}{5}$ ج. $\frac{6}{7}\left\{1\frac{1}{3}-\left[1\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$

ب. $\left(4\frac{1}{5}-4\right)\div2\frac{3}{10}-\frac{1}{46}$ د. $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\left[2-\frac{1}{2}\left(1+2\frac{1}{3}\right)\right]+1$

حل:

چون در تمام گزینه های فوق قوس ها وجود دارند بنا ً از مرحله اول شروع می کنیم. با استفاده از مراحل فوق عملیه ها را طور ذیل اجرا می کنیم:

الف.

$$\left(3\frac{1}{5}-\frac{3}{10}\right)\div\frac{3}{10}+4\frac{2}{5}=\left(\frac{16}{5}-\frac{3}{10}\right)\div\frac{3}{10}+\frac{22}{5}=\left(\frac{32-3}{10}\right)\div\frac{3}{10}+\frac{22}{5}$$

(2) (1)

$$\Rightarrow\left(\frac{29}{10}\right)\cdot\frac{10}{3}+\frac{22}{5}=\frac{29}{\cancel{10}}\cdot\frac{\cancel{10}}{3}+\frac{22}{5}=\frac{29}{3}+\frac{22}{5}=\frac{145+66}{15}=\frac{211}{15}=14\frac{1}{15}$$

(5) (3)

ب.

$$\left(4\frac{1}{5}-4\right)\div2\frac{3}{10}-\frac{1}{46}=\left(\frac{21}{5}-\frac{4}{1}\right)\div\frac{23}{10}-\frac{1}{46}=\left(\frac{21-20}{5}\right)\div\frac{23}{10}-\frac{1}{46}$$

(1) (5)

2

$$\Rightarrow\frac{1}{5}\div\frac{23}{10}-\frac{1}{46}=\frac{1}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{10}}{23}-\frac{1}{46}=\frac{2}{23}-\frac{1}{46}=\frac{4-1}{46}=\frac{3}{46}$$

1

ج.

$$\frac{6}{7}\left\{1\frac{1}{3}-\left[1\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)\right]\right\}=\frac{6}{7}\left\{\frac{4}{3}-\left[\frac{3}{2}-\left(\frac{1+2}{4}\right)\right]\right\}=\frac{6}{7}\left\{\frac{4}{3}-\left[\frac{3}{2}-\left(\frac{3}{4}\right)\right]\right\}$$

(1) (2)

$$\Rightarrow\frac{6}{7}\left\{\frac{4}{3}-\left[\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\right]\right\}=\frac{6}{7}\left\{\frac{4}{3}-\left[\frac{6-3}{4}\right]\right\}=\frac{6}{7}\left\{\frac{4}{3}-\left[\frac{3}{4}\right]\right\}=\frac{6}{7}\left\{\frac{4}{3}-\frac{3}{4}\right\}$$

(2) (1) 1

$$\frac{6}{7}\left\{\frac{16-9}{12}\right\}=\frac{6}{7}\left\{\frac{7}{12}\right\}=\frac{\cancel{6}}{\cancel{7}}\cdot\frac{\cancel{7}}{\cancel{12}}=\frac{1}{2}$$

2

د.

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\left[2-\frac{1}{2}\left(1+2\frac{1}{3}\right)\right]+1=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\left[\frac{2}{1}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}+\frac{7}{3}\right)\right]+1$$

(3) (1)

5

$$\Rightarrow\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\left[\frac{2}{1}-\frac{1}{2}\left(\frac{3+7}{3}\right)\right]+1=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\left[\frac{2}{1}-\frac{1}{2}\left(\frac{10}{3}\right)\right]+1=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\left[\frac{2}{1}-\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{10}}{3}\right]+1$$

1

$$\Rightarrow\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\left[\frac{2}{1}-\frac{5}{3}\right]+1=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\left[\frac{6-5}{3}\right]+1=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}\right]+1=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+1$$

$$\Rightarrow\frac{2-1+6}{6}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$$

تمرین: عملیه های مختلط ذیل را انجام دهید:

الف. $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)$ ب. $\left[\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{4}{5}\div\frac{8}{25}\right)\right]+\frac{2}{3}$

جواب:

الف. $\frac{7}{18}$ ب. $\frac{3}{4}$

۱۵.۵ کسرالکسر

کسری که در صورت یا مخرج آن کسر دیگری باشد و یا هم هر دو صورت و مخرج آن کسر ها باشند کسر الکسر نامیده می شود.

۷.۵ تعریف.....

کسری که حد اقل صورت و یا مخرج آن کسر باشد کسرالکسر نامیده می شود.

نوت

در تمام کسر ها خط بر به معنیٰ تقسیم می باشد.

برای ساده ساختن کسر الکسر از قاعده ذیل استفاده می کنیم:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

دور ضـــرب دور در صـــورت و نزدیک ضرب نزدیک در مخرج!!!

در یک کسر چون خط بر به معنیٰ عملیه تقسیم می باشد بنآ در ساده ساختن کسرالکسر از این موضوع استفاده کرده کسر ها را ساده ساخته می توانیم. جهت ساده ساختن کسر الکسر صورت کسرالکسر را که خود یک کسر می باشد بالای مخرج آن که نیز یک کسر می باشد تقسیم می کنیم.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

۴۰.۵ مثال.....

کسرالکسر های داده شده را ساده سازید.

الف. $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}$ ب. $\frac{3}{\frac{2}{5}}$ ج. $\frac{3\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2}}$ د. $\frac{1\frac{3}{4}}{4\frac{3}{4}}$

حل:

الف. $\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}=\dfrac{1\cdot 3}{2\cdot 2}=\dfrac{3}{4}$ ویا: $\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{2}\div\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{2}=\dfrac{1\cdot 3}{2\cdot 2}=\dfrac{3}{4}$

ب. $\dfrac{\frac{3}{2}}{5}=\dfrac{3\cdot 5}{2}=\dfrac{15}{2}=7\dfrac{1}{2}$

ویا:

$\dfrac{\frac{3}{2}}{5}=3\div\dfrac{2}{5}=\dfrac{3}{1}\cdot\dfrac{5}{2}=\dfrac{3\cdot 5}{1\cdot 2}=\dfrac{15}{2}=7\dfrac{1}{2}$

ج. $\dfrac{3\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{7}{2}}{\frac{5}{2}}=\dfrac{7\cdot 2}{2\cdot 5}=\dfrac{14}{10}=1\dfrac{4}{10}=1\dfrac{2}{5}$

ویا:

$\dfrac{3\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{7}{2}}{\frac{5}{2}}=\dfrac{7}{2}\div\dfrac{5}{2}=\dfrac{7}{\cancel{2}}\cdot\dfrac{\cancel{2}}{5}=\dfrac{7}{5}=1\dfrac{2}{5}$

د. $\dfrac{1\frac{3}{4}}{4\frac{3}{4}}=\dfrac{\frac{7}{4}}{\frac{19}{4}}=\dfrac{7\cdot\cancel{4}}{\cancel{4}\cdot 19}=\dfrac{7}{19}$

ویا:

$\dfrac{1\frac{3}{4}}{4\frac{3}{4}}=\dfrac{\frac{7}{4}}{\frac{19}{4}}=\dfrac{7}{4}\div\dfrac{19}{4}=\dfrac{7}{4}\cdot\dfrac{4}{19}=\dfrac{7\cdot\cancel{4}}{\cancel{4}\cdot 19}=\dfrac{7}{19}$

تمرین: کسر الکسرهای ذیل را ساده سازید:

الف. $\dfrac{\frac{3}{5}}{1\frac{2}{3}}$ ب. $\dfrac{1\frac{4}{5}}{9}$ جواب: الف. $\dfrac{9}{25}$ ب. $\dfrac{1}{5}$

۵.۴۱ مثال.....

کسر الکسر های داده شده را ساده سازید:

الف. $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}}$ ج. $2+\dfrac{1\frac{2}{7}}{3+\dfrac{3}{1-\frac{1}{2}}}$ هـ. $\dfrac{2-\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}{2-\dfrac{1}{1-\frac{1}{2}}}$

ب. $\dfrac{15-\frac{1}{5}}{13+\dfrac{2}{1-\frac{1}{3}}}$ د. $\dfrac{\frac{3}{5}\diagup\frac{8}{7}}{3+\dfrac{8}{2+\frac{1}{3}}}$ و. $\dfrac{1-\dfrac{1}{4-\dfrac{1}{1-\frac{1}{2}}}}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}}$

حل:

الف.
$$\frac{1}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}=\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{1+\frac{2}{3}}=\frac{1}{\frac{5}{3}}=\frac{3}{5}$$

ویا:

$$\frac{1}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}=\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{1+1\div\frac{3}{2}}=\frac{1}{1+\frac{1}{1}\cdot\frac{2}{3}}=\frac{1}{1+\frac{2}{3}}=\frac{1}{\frac{5}{3}}=1\div\frac{5}{3}=\frac{1}{1}\cdot\frac{3}{5}=\frac{3}{5}$$

ب.
$$\frac{15-\frac{1}{5}}{13+\dfrac{2}{1-\frac{1}{3}}}=\frac{\frac{74}{5}}{13+\frac{2}{\frac{2}{3}}}=\frac{\frac{74}{5}}{13+\frac{2\cdot 3}{2}}=\frac{\frac{74}{5}}{13+3}=\frac{\frac{74}{5}}{16}=\frac{\frac{37}{74}}{5\cdot 16_{8}}=\frac{37}{40}$$

ویا:

$$\frac{15-\frac{1}{5}}{13+\dfrac{2}{1-\frac{1}{3}}}=\frac{\frac{74}{5}}{13+\frac{2}{\frac{2}{3}}}=\frac{\frac{74}{5}}{13+\frac{2}{1}\div\frac{2}{3}}=\frac{\frac{74}{5}}{13+\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}}=\frac{\frac{74}{5}}{13+3}=\frac{\frac{74}{5}}{16}=$$

$$\Rightarrow \frac{74}{5} \div 16 = \frac{74}{5} \div \frac{16}{1} = \frac{\cancel{74}^{37}}{5} \cdot \frac{1}{\cancel{16}^{8}} = \frac{37}{40}$$

ج.

$$2+\frac{1\frac{2}{7}}{3+\frac{3}{1-\frac{1}{2}}} = 2+\frac{\frac{9}{7}}{3+\frac{3}{\frac{1}{2}}} = 2+\frac{\frac{9}{7}}{3+\frac{3\cdot 2}{1}} = 2+\frac{\frac{9}{7}}{3+6} = 2+\frac{\frac{9}{7}}{9} = 2+\frac{\cancel{9}}{7}\cdot\frac{1}{\cancel{9}} = 2\frac{1}{7}$$

ویا:

$$2+\frac{1\frac{2}{7}}{3+\frac{3}{1-\frac{1}{2}}} = 2+\frac{\frac{9}{7}}{3+\frac{3}{\frac{1}{2}}} = 2+\frac{\frac{9}{7}}{3+3\div\frac{1}{2}} = 2+\frac{\frac{9}{7}}{3+3\cdot\frac{2}{1}} = 2+\frac{\frac{9}{7}}{3+6} =$$

$$2+\frac{\frac{9}{7}}{9} = 2+\frac{9}{7}\div 9 = 2+\frac{\cancel{9}}{7}\cdot\frac{1}{\cancel{9}} = 2+\frac{1}{7} = 2\frac{1}{7}$$

د.

$$\frac{\frac{\cancel{3}}{\cancel{5}}}{\frac{\cancel{8}}{\cancel{7}}} = \frac{\frac{3\cdot 7}{5\cdot 8}}{3+\frac{8}{2+\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{21}{40}}{3+\frac{8}{\frac{7}{3}}} = \frac{\frac{21}{40}}{3+\frac{8\cdot 3}{7}} = \frac{\frac{21}{40}}{3+\frac{24}{7}} = \frac{\frac{21}{40}}{\frac{45}{7}} = \frac{\frac{21}{40}}{\frac{70}{45}} = \frac{\cancel{21}\cdot\cancel{45}}{\cancel{40}\cdot\cancel{70}} = \frac{3\cdot 9}{8\cdot 10}$$

$$\Rightarrow \frac{3\cdot 9}{8\cdot 10} = \frac{27}{80}$$

ویا:

$$\frac{\frac{\cancel{3}}{\cancel{5}}}{\frac{\cancel{8}}{\cancel{7}}} = \frac{\frac{3}{5}\div\frac{8}{7}}{3+\frac{8}{2+\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{8}}{3+\frac{8}{\frac{7}{3}}} = \frac{\frac{3\cdot 7}{5\cdot 8}}{3+8\div\frac{7}{3}} = \frac{\frac{21}{40}}{3+\frac{8}{1}\cdot\frac{3}{7}} = \frac{\frac{21}{40}}{3+\frac{24}{7}} = \frac{\frac{21}{40}}{\frac{45}{7}} = \frac{\frac{21}{40}}{10\div\frac{45}{7}} =$$

$$\frac{\frac{21}{40}}{\frac{10}{1}\cdot\frac{7}{45}}=\frac{\frac{21}{40}}{\frac{10\cdot 7}{45}}=\frac{\frac{21}{40}}{\frac{70}{45}}=\frac{21}{40}\div\frac{70}{45}=\frac{\cancel{21}^{3}}{\cancel{40}^{8}}\cdot\frac{9}{\cancel{45}^{\cancel{70}^{10}}}=\frac{27}{80}$$

هـ.

$$\frac{2-\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}{2-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}=\frac{2-\frac{1}{\frac{3}{2}}}{2-\frac{1}{\frac{1}{2}}}=\frac{2-\frac{1\cdot 2}{3}}{2-\frac{1}{\frac{1}{2}}}=\frac{2-\frac{2}{3}}{2-\frac{1\cdot 2}{1}}=\frac{\frac{4}{3}}{2-2}=\frac{\frac{4}{3}}{0}=\text{تعریف نشده}$$

ویا:

$$\frac{2-\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}{2-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}=\frac{2-\frac{1}{\frac{3}{2}}}{2-\frac{1}{\frac{1}{2}}}=\frac{2-1\div\frac{3}{2}}{2-1\div\frac{1}{2}}=\frac{2-\frac{1}{1}\cdot\frac{2}{3}}{2-\frac{1}{1}\cdot\frac{2}{1}}=\frac{2-\frac{2}{3}}{2-2}=\frac{\frac{4}{3}}{0}=\text{تعریف نشده}$$

و.

$$\frac{1-\frac{1}{4-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}=\frac{1-\frac{1}{4-\frac{1}{\frac{1}{2}}}}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}}}=\frac{1-\frac{1}{4-\frac{1\cdot 2}{1}}}{1+\frac{1}{1+\frac{1\cdot 2}{3}}}=\frac{1-\frac{1}{4-2}}{1+\frac{1}{\frac{2}{3}}}=\frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{\frac{5}{3}}}=\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1\cdot 3}{5}}=$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{3}{5}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{8}{5}}=\frac{1\cdot 5}{2\cdot 8}=\frac{5}{16}$$

ویا:

$$\frac{1-\frac{1}{4-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}=\frac{1-\frac{1}{4-\frac{1}{\frac{1}{2}}}}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}}}=\frac{1-\frac{1}{4-1\div\frac{1}{2}}}{1+\frac{1}{1+1\div\frac{3}{2}}}=\frac{1-\frac{1}{4-1\cdot\frac{2}{1}}}{1+\frac{1}{1+1\cdot\frac{2}{3}}}=\frac{1-\frac{1}{4-2}}{1+\frac{1}{\frac{2}{3}}}=$$

نوت

هر عدد تقسیم صفر تعریف ناشده است.

$$\Rightarrow \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{\frac{5}{3}}}=\frac{\frac{1}{2}}{1+1\div\frac{5}{3}}=\frac{\frac{1}{2}}{1+1\cdot\frac{3}{5}}=\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{3}{5}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{8}{5}}=\frac{1}{2}\div\frac{8}{5}=\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{8}=\frac{1\cdot5}{2\cdot8}=\frac{5}{16}$$

تمرین: سوالات ذیل را حل کنید:

الف. $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}}$

ب. $1+\dfrac{1\frac{1}{2}}{1+\dfrac{\frac{2}{4}}{1\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}$

جواب:

الف. $\frac{5}{8}$ ب. $1\frac{35}{48}$

۵.۴۲ مثال.....

کسر های ذیل را ساده سازید:

الف. $1-\frac{1}{2}+\dfrac{1+\frac{1}{3}}{2-\frac{1}{6}}$

ب. $\frac{5}{6}+\dfrac{2-\frac{1}{3}}{2+\dfrac{1}{3-\frac{1}{2}}}$

ج. $1+\dfrac{1}{2-\frac{1}{3}}-\dfrac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}$

حل:

الف.

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1+\frac{1}{3}}{2-\frac{1}{6}}=1-\frac{1}{2}+\frac{\frac{4}{3}}{\frac{11}{6}}=1-\frac{1}{2}+\frac{4\cdot\cancel{6}^{2}}{\cancel{3}\cdot11}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{8}{11}=$$

(1) (2) (11) (22)

$$\Rightarrow \frac{22-11+16}{22}=\frac{27}{22}=1\frac{5}{22}$$

ب.

$$\frac{5}{6}+\frac{2-\frac{1}{3}}{2+\frac{1}{3-\frac{1}{2}}}=\frac{5}{6}+\frac{\frac{5}{3}}{2+\frac{1}{\frac{5}{2}}}=\frac{5}{6}+\frac{\frac{5}{3}}{2+\frac{1\cdot2}{5}}=\frac{5}{6}+\frac{\frac{5}{3}}{2+\frac{2}{5}}=$$

$$\frac{5}{6}+\frac{\frac{5}{3}}{\frac{12}{5}}=\frac{5}{6}+\frac{5}{3}\div\frac{12}{5}=\frac{5}{6}+\frac{5}{3}\cdot\frac{5}{12}=\frac{5}{6}+\frac{25}{36}=\frac{30+25}{36}=\frac{55}{36}=1\frac{19}{36}$$

(6) (1)

ج.

$$1+\frac{1}{2-\frac{1}{3}}-\frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{\frac{5}{3}}-\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=1+\frac{1\cdot3}{5}-\frac{1\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot3}=\frac{1}{1}+\frac{3}{5}-\frac{1}{3}=$$

(15) (3) (5)

$$\Rightarrow\frac{15+9-5}{15}=\frac{19}{15}=1\frac{4}{15}$$

تمرین: کسر های ذیل را ساده سازید:

الف. $\frac{1}{5}\cdot2\cdot3\frac{1}{2}\left(3\frac{2}{5}-1\frac{1}{3}\right)$ ب. $\left(1\frac{1}{3}+1\frac{4}{5}+1\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3}\right)\cdot1\frac{2}{3}$

جواب:

الف. $2\frac{67}{75}$ ب. 6

۵.۴۳ مثال.....

سوالات ذیل را حل کنید:

الف. $\frac{1}{2}$ حصه عدد 24 را دریابید.

ب. $\frac{3}{4}$ حصه عدد 24 را دریابید.

ج. $\frac{5}{8}$ حصه عدد 24 را دریابید.

حل:

الف. $\frac{1}{\cancel{2}_{1}}\cdot\overset{12}{\cancel{24}}=12$ ب. $\frac{3}{\cancel{4}_{1}}\cdot\overset{6}{\cancel{24}}=18$ ج. $\frac{5}{\cancel{8}_{1}}\cdot\overset{3}{\cancel{24}}=15$

تمرین: $\frac{4}{9}$ حصه عدد 36 را دریابید.

جواب: 16

۵.۴۴ مثال.....

افاده های ذیل را حل کنید:

الف. $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)...\left(1-\frac{1}{30}\right)=?$

ب. $\left(\frac{16}{17}-\frac{15}{16}\right)+\left(\frac{15}{16}-\frac{14}{15}\right)+\left(\frac{14}{15}-\frac{13}{14}\right)\ldots\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)=?$

حل:

الف. $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\ldots\frac{29}{30}=\frac{1\cdot\cancel{2\cdot3\cdots29}}{\cancel{2\cdot3\cdot4\cdots30}}=\frac{1}{30}$

ب. $\left(\frac{16}{17}-\frac{\cancel{15}}{\cancel{16}}\right)+\left(\frac{\cancel{15}}{\cancel{16}}-\frac{\cancel{14}}{\cancel{15}}\right)+\left(\frac{\cancel{14}}{\cancel{15}}-\frac{\cancel{13}}{\cancel{14}}\right)\ldots\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}-\frac{1}{\cancel{2}}\right)=\frac{16}{17}-\frac{1}{2}$

(2) (17)

$=\frac{32-17}{34}=\frac{15}{34}$

تمرین: افاده $\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\ldots\left(1+\frac{1}{8}\right)$ را ساده سازید.

جواب: $4\frac{1}{2}$

۵.۴۵ مثال.....

در یک معدن استخراج ذغال سنگ 240 نفر کار می کنند و دستمزد هر یک از آنان بطور اوسط 19 هزار افغانی می باشد. در ماه روان دستمزد $\frac{2}{3}$ حصه از این کارگران پرداخته شده است. تعداد افرادیکه دستمزد شان را نگرفته اند، به چند نفر می رسد؟ همچنان مقدار مجموع دستمزد آنها را نیز دریابید.

حل:

چون تنها $\frac{2}{3}$ حصه تمام کاریران دستمزد شان را بدست آورده اند، اگر در ابتدا تعداد کسانی را که دستمزد شان را گرفته اند بدست بیاوریم و سپس از تعداد مجموعی تفریق نماییم، تعداد افرادی پیدا می شود که دستمزد شان را نگرفته اند:

$$\text{تعداد افرادی که دستمزد شان را گرفته اند} = \frac{2}{3}\cdot240=160$$

$$\text{تعداد افرادی که دستمزد شان را نگرفته اند} = 240-160=80$$

تعداد کسانی که دستمزد شان را نگرفته اند به 80 نفر می رسد و دستمزد مجموعی آنها را به شکل ذیل پیدا می کنیم:

$$\text{دستمزد 80 نفر کاریگر افغانی} = 80\cdot19000=1520000$$

تمرین: در یک شهرک 360 آپارتمان رهایشی وجود دارد اگر $\frac{5}{6}$ حصه تمام آپارتمان ها از سهولت برق برخوردار باشند، چند آپارتمان برق ندارند؟

جواب: 60 آپارتمان.

۱.۵ خلاصه فصل.....

- کسر ها عبارت از اعدادی اند که نشان دهنده یک حصه یا چندین حصه یی از یک مجموعه (کُل) می باشند.

- هر عددی که بشکل $\frac{a}{b}(b \neq 0)$ ارایه شده بتواند، بنام عدد کسری یا نسبتی یاد می شود.

- مخرج یک کسر نباید صفر شود، زیرا هر عدد تقسیم صفر تعریف ناشده است.

- عددیکه در بالای خط کسری نوشته می شود بنام صورت و عددیکه در پایین خط کسری نوشته می شود بنام مخرج یاد می شود.

- اگر صورت یک کسر نسبت به مخرج آن کوچکتر باشد کسر مذکور یک کسر واقعی می باشد.

- اگر صورت یک کسر نسبت به مخرج آن بزرگتر باشد، کسر مذکور یک کسر غیر واقعی می باشد.

- برای تبدیل کردن یک عدد مخلوط به یک کسر غیر واقعی مخرج عدد مخلوط را با عدد صحیح ضرب نموده حاصل ضرب را با صورت آن جمع مینماییم. این عملیه را بنام عملیه غیر واجب یاد می کنند.

- برای مقایسه کسر ها حالات ذیل را مد نظر گیرید:

1- اگر مخرج ها یکسان باشند، کسری بزرگ است که صورت آن بزرگ باشد.

2- اگر صورت ها یکسان باشند کسری بزرگ است که مخرج آن کوچک باشد.

3- اگر صورت و مخرج ها مختلف باشند در ابتدا کسر ها را هم مخرج میسازیم. بعداً مطابق قواعد شماره 1 ویا 2 عمل می کنیم.

- اگر با صورت و مخرج یک کسر یک عدد ضرب شود، مقدار کسر تغییر نمی کند.

- عددیکه از یک عدد صحیح و یک عدد کسری تشکیل شده باشد بنام عدد مخلوط یاد می شود.

- کسر های که نشان دهنده عین مقدار هستند اما صورت ها و مخرج های شان متفاوت اند کسر های معادل نامیده می شوند.

- اگر با صورت و مخرج یک کسر یک عدد ضرب شود و یا هر دو بالای یک عدد تقسیم شوند، مقدار کسر تغییر نمی کند.

- اختصار کسر ها تنها در حالت ضرب درست می باشد.

- برای اجرای عملیه های جمع و تفریق در کسر ها ابتدا آنها را هم مخرج ساخته بعداً عملیه های مذکور را اجرا می کنیم.

- برای ضرب نمودن کسر ها، صورت کسر ها را با صورت کسر ها و مخرج کسر ها را با مخرج کسر ها ضرب می کنیم.

- برای تقسیم نمودن کسر ها، کسر دومی (مقسوم علیه) را معکوس نموده و سپس هر دو کسر را با هم ضرب می کنیم. در نتیجه حاصل تقسیم دریافت می شود.

- برای رفع توان در کسر های عام، صورت کسر و مخرج کسر را بطور جداگانه به توان عمومی کسر می نویسیم.

- در حساب سه نوع قوس وجود دارد:

1- قوس کوچک ( )
2- قوس متوسط [ ]
3- قوس بزرگ { }

- برای ترتیب اجرای عملیه های مختلط، مراحل ذیل را مد نظر گیرید.

1- قوس ها را به ترتیب کوچک، متوسط و بزرگ رفع می کنیم.(یعنی قبل از عملیه های بیرون قوس ها اولتر عملیه های داخل قوس ها را اجرا میکنیم.)
2- توان را رفع می کنیم.
3- تقسیم و یا ضرب را به ترتیب از چپ به راست انجام می دهیم.
4- در اخیر عملیه جمع و یا تفریق را به ترتیب از چپ به راست انجام می دهیم.

- کسری که حد اقل صورت و یا مخرج آن کسر باشد کسر الکسر نامیده می شود.

- هر عدد تقسیم صفر تعریف ناشده می باشد.

کسر در تقسیمات

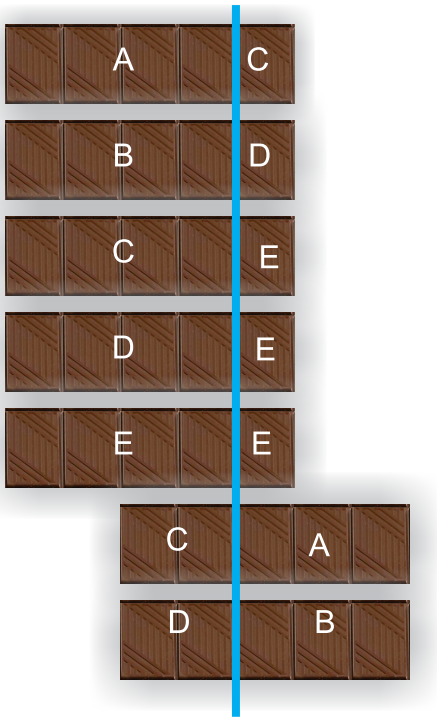
در مورد سوال ذیل فکر کنید:

تنها با حق یک بار قطع کردن؛ 7 عدد کاکائو را بالای 5 نفر مساویانه تقیسم کنید. طوریکه برای همه سهم مساوی برسد، و مقدار اضافی کاکائو باقی نماند.

(**نقل:** می توانید تمام کاکائو ها را یکجا پهلوی هم گذاشته قطع کنید. اما به یاد داشته باشید که فقط یک بار حق قطع کردن در اختیار دارید.)

حل:

با استفاده از کسر ها می دانیم که برای هر شخص $\frac{7}{5}$ حصه یا $1\frac{2}{5}$ حصه یک عدد کاکائو می رسد. اما برای اینکه مطابق به شرایط فوق (یک بار حق قطع کردن) یک کاکائو را تقسیم کنیم، راه حل ذیل را مد نظر می گیریم:



ابتدا 7 عدد کاکائو را با نشانی کردن (بدون قطع کرن) به پنج پنج حصه مساوی تقسیم می کنیم. سپس طوری آنها را تنظیم می نماییم که از 5 عدد آن $\frac{1}{5}$ حصه آن طرف راست خط آبی رنگ، و از 2 عدد آن $\frac{3}{5}$ حصه آن طرف راست خط آبی رنگ واقع شود (مطابق شکل در سمت چپ صفحه).

بعداً تمام آنها را روی خط آبی رنگ قطع می کنیم. در نتیجه 5 عدد آن به $\frac{4}{5}$ و $\frac{1}{5}$ حصه و 2 عدد آن به $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{5}$ حصه تقسیم می شود. اگر 5 نفر را به حرف های A, B, C, D, E نشان دهیم، سهم هر یک را طور ذیل تعیین می کنیم:

سهم شخص A:  = 7 حصه

سهم شخص B:  = 7 حصه

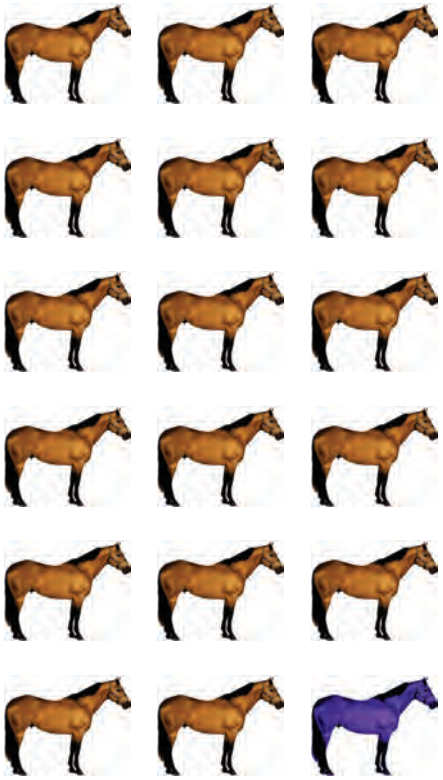
سهم شخص C:  = 7 حصه

سهم شخص D:  = 7 حصه

سهم شخص E:  = 7 حصه

در نتیجه دیده می شود که فقط با یک بار قطع کردن، بدون اینکه کدام مقدار کاکائو ضایع شود برای همه آنها مقدار مساوی رسیده است. به نظر شما بدون دانستن کسر های آیا امکان داشت چنین تقسیماتی را انجام دهیم. پس کسر ها نیز در زنده گی روزمره ما نیز اهمیت خود را دارند.

معما



آیا معما ذیل را با استفاده از کسر ها حل کرده می توانید؟

بعد از فوت یک شخص کهن سال، از او 17 رأس اسب برای 3 پسرش میراث می ماند. وی چنین وصیت می کند که $\frac{1}{2}$ حصه اسب ها برای پسر بزرگش، $\frac{1}{3}$ حصه اسب ها برای پسر دومی اش و $\frac{1}{9}$ حصه اسب ها برای پسر کوچکش داده شود.

پس از وفات پدر، آنها در می یابند که این چنین تقسیمات امکان پذیر نیست زیرا 17 رأس اسب را نه به 2 حصه، نه به 3 حصه و نه هم به 9 حصه مساوی تقسیم می توانیم تا اینکه بعد از تقسیمات، حصه هر کس را برایش بدهیم.

از این معضله کاکای آنها خبر می شود و اسب خود را سوار شده بسوی آنها حرکت می کند. زمانیکه نزد آنها می رسد، او نیز اسب خود را با آنها یکجا می کند که در نتیجه تعداد اسب ها به 18 رأس می رسد.

بعدا از آن سهم هر یک از آنها را از 18 رأس اسب حساب کرده و برای شان طور ذیل تقسیمات می کند:

سهم پسر بزرگ: $\frac{1}{2}\cdot 18 = 9$

سهم پسر دومی: $\frac{1}{3}\cdot 18 = 6$

سهم پسر کوچک: $\frac{1}{9}\cdot 18 = 2$

دیده می شود که تقسیمات موفقانه صورت گرفت. سهم پسر بزرگ 9 رأس اسب، سهم پسر دومی 6 رأس اسب و به همین ترتیب سهم پسر کوچک 9 رأس اسب شد که مجموعاً (9+6+2=17) رأس اسب که از پدر برای آنها میراث مانده بود برای شان تقسیم کرد، و در اخیر اسب خود را سوار شد و رفت ...

با استفاده از کسر ها می توانیم راز (اشتباه) در معمای فوق را پیدا کنیم. به نظر شما اشتباه در کدام مرحله تقسیمات صورت گرفته و از جانب کی صورت گرفته؟ (برای جواب کامل این معما به سایت اینترنتی مرکز مراجعه کنید).

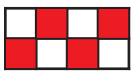
سوالات تشریحی...

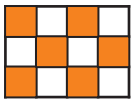
1- کسر در لغت به چه معنی[1] است؟
2- کسر را تعریف نمایید.
3- صورت و مخرج یک کسر نشان دهنده چه است؟
4- اعداد مخلوط را تعریف کنید.
5- کسر های معادل را تعریف کنید.
6- کسر ها در ابتدا به چند بخش عمده تقسیم می شوند؟
7- کسر های عام به چند نوع اند؟
8- کسر های واقعی را تعریف کنید.
9- کسر های غیر واقعی را تعریف کنید.
10- عملیه غیر واجب سازی را تشریح کنید.
11- کسر ها را چگونه هم مخرج ساخته می توانیم؟
12- کسر های عام را چگونه مقایسه کرده می توانیم؟
13- دو خاصیت اساسی کسر ها را ذکر کنید که با استفاده از آنها کسر ها را اختصار و یا توسعه داده می توانیم.
14- آیا اختصار کسر ها، در عملیه های غیر از ضرب درست است یا خیر؟
15- در عملیه جمع اعداد کسری با اعداد طبیعی چطور عمل می کنیم؟
16- در عملیه جمع کسر های که مخرج های یکسان دارند چطور عمل می کنیم؟
17- در عملیه جمع کسر های که مخرج های مختلف دارند چطور عمل می کنیم؟
18- عملیه تفریق اعداد طبیعی از اعداد کسری را چطور انجام داده می توانیم؟
19- عملیه تفریق اعداد کسری از اعداد طبیعی را چطور انجام داده می توانیم؟
20- عملیه تفریق اعداد کسری که دارای مخرج های یکسان باشند، چطور انجام می شود؟
21- عملیه تفریق اعداد کسری که دارای مخرج های یکسان نباشند، چطور انجام می شود؟
22- عملیه ضرب کسر های عام چطور انجام می شود؟
23- قانون عملیه تقسیم کسر های عام را بیان کنید.
24- توان در کسر های عام چگونه رفع می شود؟
25- ترتیب اجرای عملیه های مختلط در کسر های عام چگونه است؟
26- کسر الکسر را تعریف کنید.
27- در تمام کسر ها خط بر به کدام معنی[1] است؟
28- هر عدد تقسیم صفر مساوی به چند است؟

سوالات حل شدنی...

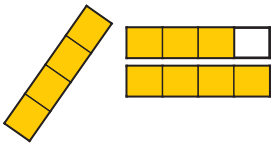
29- در اشکال ذیل ساحه رنگ شده را توسط کسر ها نشان دهید.

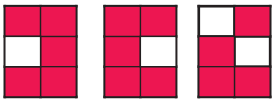
الف.

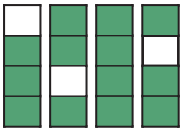

ب.


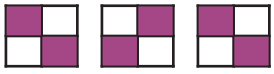
ج.


د.


ه.


و.


ز.


ح.


30- دو کسر معادل به کسر های ذیل را دریابید.

الف. $\frac{1}{3}$	ه. $\frac{4}{5}$	ط. $\frac{3}{22}$
ب. $\frac{2}{5}$	و. $\frac{3}{5}$	ی. $\frac{4}{21}$
ج. $\frac{3}{7}$	ز. $\frac{9}{13}$	ک. $\frac{26}{7}$
د. $\frac{7}{11}$	ح. $\frac{14}{15}$	ل. $\frac{18}{8}$

31- کدام یکی از کسـر های عام ذیل واقـعی و کدام آنها غیر واقعی است؟

الف. $\frac{27}{84}$ هـ. $\frac{36}{951}$

ب. $\frac{36}{45}$ و. $\frac{564}{213}$

ج. $\frac{89}{25}$ ز. $\frac{236}{7855}$

د. $\frac{5444}{2122}$ ح. $\frac{56987}{12664}$

32- کسر های ذیل را غیر واجب سازید:

الف. $1\frac{1}{2}$ هـ. $4\frac{1}{24}$

ب. $2\frac{3}{4}$ و. $6\frac{12}{13}$

ج. $4\frac{3}{5}$ ز. $18\frac{2}{3}$

د. $7\frac{11}{12}$ ح. $22\frac{7}{12}$

33- کسر های ذیل را با هم مخرج سازید:

الف. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ هـ. $\frac{5}{32}, \frac{7}{64}$

ب. $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}$ و. $\frac{6}{24}, \frac{9}{56}$

ج. $\frac{3}{14}, \frac{3}{56}$ ز. $1\frac{3}{22}, 2\frac{7}{82}$

د. $\frac{4}{15}, \frac{6}{18}$ ح. $2\frac{5}{52}, 1\frac{6}{34}$

34- کسر های ذیل را با هم مقایسه کنید:

الف. $\frac{1}{3} \ldots\ldots \frac{1}{2}$ هـ. $\frac{4}{125} \ldots\ldots \frac{7}{125}$

ب. $\frac{2}{3} \ldots\ldots \frac{2}{7}$ و. $\frac{87}{451} \ldots\ldots \frac{564}{451}$

ج. $\frac{3}{5} \ldots\ldots \frac{3}{122}$ ز. $1\frac{5}{1254} \ldots\ldots 1\frac{4}{1254}$

د. $\frac{87}{245} \ldots\ldots \frac{87}{2461}$ ح. $1\frac{387}{546} \ldots\ldots 2\frac{387}{546}$

35- کسر های ذیل را با هم مقایسه کنید:

الف. $\frac{3}{4} \ldots\ldots \frac{5}{12}$ د. $\frac{5}{14} \ldots\ldots \frac{3}{16}$

ب. $\frac{5}{12} \ldots\ldots \frac{7}{18}$ هـ. $\frac{4}{25} \ldots\ldots \frac{6}{40}$

ج. $\frac{12}{13} \ldots\ldots \frac{31}{39}$ و. $\frac{3}{32} \ldots\ldots \frac{4}{1365}$

36- کسر های ذیل را اختصار کنید:

الف. $\frac{720}{96}$ د. $\frac{243}{729}$

ب. $\frac{256}{1024}$ هـ. $\frac{4802}{7203}$

ج. $\frac{512}{1024}$ و. $\frac{6250}{9375}$

37- حاصل جمع کسر های ذیل را دریابید:

الف. $\frac{2}{8}+\frac{3}{8}+\frac{5}{8}=?$ ج. $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=?$

ب. $\frac{5}{6}+\frac{7}{8}=?$ د. $2\frac{1}{6}+3\frac{7}{12}=?$

هـ. $\frac{7}{5}+\frac{3}{26}+\frac{5}{4}=?$

ح. $2+1\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}=?$

و. $\frac{3}{4}+\frac{35}{36}+\frac{4}{3}=?$

ط. $1\frac{1}{2}+2\frac{3}{4}+3\frac{5}{8}=?$

ز. $\frac{5}{28}+\frac{4}{18}+\frac{3}{5}=?$

ی. $1\frac{2}{5}+2\frac{13}{30}+3\frac{4}{15}=?$

38- حاصل تفریق کسر های ذیل را دریابید:

الف. $\frac{8}{15}-\frac{3}{15}=?$

و. $\frac{4}{3}-1=?$

ب. $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=?$

ز. $7-\frac{2}{5}=?$

ج. $\frac{7}{18}-\frac{1}{6}=?$

ح. $5\frac{1}{4}-3\frac{1}{2}=?$

د. $\frac{11}{16}-\frac{7}{12}=?$

ط. $3\frac{2}{3}-2\frac{3}{4}=?$

هـ. $\frac{20}{25}-\frac{8}{15}=?$

ی. $12\frac{11}{15}-9\frac{3}{4}=?$

39- حاصل ضرب کسر های ذیل را دریابید:

الف. $\frac{3}{7}\cdot\frac{8}{5}=?$

و. $3\frac{1}{4}\cdot\frac{15}{26}\cdot1\frac{3}{5}=?$

ب. $\frac{18}{45}\cdot\frac{35}{24}=?$

ز. $\frac{12}{35}\cdot\frac{27}{18}\cdot\frac{7}{5}=?$

ج. $\frac{5}{8}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{10}=?$

ح. $36\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{1}{35}=?$

د. $\frac{3}{28}\cdot\frac{21}{18}\cdot\frac{6}{5}=?$

ط. $2\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{35}\cdot1\frac{1}{4}=?$

هـ. $2\frac{1}{3}\cdot4\frac{1}{2}=?$

ی. $2\frac{1}{4}\cdot\frac{36}{81}\cdot1\frac{1}{2}=?$

40- حاصل تقسیم کسر های ذیل را دریابید:

الف. $\frac{12}{5}\div\frac{8}{15}=?$

و. $\frac{5}{7}\div4=?$

ب. $\frac{18}{21}\div\frac{9}{35}=?$

ز. $\frac{14}{5}\div7=?$

ج. $\frac{16}{25}\div\frac{24}{15}=?$

ح. $2\frac{2}{3}\div3\frac{1}{2}=?$

د. $12\div\frac{18}{5}=?$

ط. $4\frac{1}{5}\div1\frac{3}{10}=?$

هـ. $2\div\frac{3}{5}=?$

ی. $3\frac{13}{8}\div2\frac{5}{16}=?$

41- افاده های ذیل را ساده سازید:

الف. $1\frac{3}{4}-1\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=?$

هـ. $2\frac{1}{4}+1\frac{1}{2}\cdot2\frac{2}{3}=?$

ب. $2+3\frac{3}{4}-3\frac{3}{2}=?$

و. $5\cdot3\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}=?$

ج. $3+\frac{1}{4}-2\frac{1}{4}+9=?$

ز. $3\frac{1}{2}\div3\frac{2}{3}\cdot3\frac{1}{3}=?$

د. $3\frac{2}{3}+3\frac{2}{3}\cdot1\frac{2}{5}=?$

ح. $1\frac{1}{3}\div3\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=?$

42- افاده های ذیل را ساده سازید:

الف. $\left(1\frac{1}{4}-1\frac{1}{4}\div3\frac{1}{2}\right)\cdot1\frac{3}{4}=?$

ب. $3\frac{1}{2}-\left(3\frac{5}{6}-3\frac{3}{5}\right)-1\frac{1}{2}=?$

ج. $3\frac{1}{6}-\left(3\frac{1}{2}-\left(3\frac{1}{3}-1\frac{1}{2}\right)\right)=?$

د. $\left(2\frac{1}{2}\right)^3-3\frac{1}{4}-1\frac{1}{4}-\left(1\frac{4}{5}+3\frac{1}{2}\right)=?$

هـ. $1\frac{2}{3}\div\left(1\frac{1}{2}+1\frac{5}{6}\right)\cdot 4^2\div 1\frac{5}{6}=?$

و. $\frac{3}{7}\div 3\frac{3}{4}\div\left[1\frac{1}{3}+3\frac{2}{5}-\frac{7}{30}+\left(2\frac{1}{2}\right)^2\right]=?$

ز. $1\frac{1}{2}\cdot 3\frac{3}{4}\cdot\left[2\frac{2}{5}\div\left(2\frac{3}{4}-2\frac{2}{3}\right)\right]=?$

ح. $\left\{\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{9}\right)^2\cdot\frac{5}{4}\right]^2-\frac{1}{9}\right\}\cdot\left\{\left[\left[\left(\frac{6}{7}-\frac{2}{3}\right)\div\frac{16}{63}\right]+\frac{2}{3}\right\}=?$

43- افاده های ذیل را ساده سازید:

الف. $\dfrac{\frac{75}{15}+\frac{1}{5}-\frac{2}{5}}{1+\frac{9}{8}-1\frac{5}{16}}=?$

ب. $\dfrac{\frac{3}{4}\cdot\frac{9}{2}-\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}-\frac{2}{3}+\frac{4}{7}}=?$

ج. $1+\dfrac{1}{5+\dfrac{4}{8+\frac{9}{5}}}=?$

د. $\dfrac{1+\frac{7}{11}}{5-\dfrac{3}{4+\dfrac{1}{2-\frac{1}{2}}}}=?$

هـ. $\dfrac{2-\frac{1}{2}}{3+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2+\frac{2}{2}}}}=?$

و. $\dfrac{\left(1-\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(3-\frac{1}{2}\right)}{1\div\dfrac{1}{2\cdot\dfrac{1}{1-\frac{1}{2}}}}=?$

ز. $\dfrac{1\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{2\frac{3}{4}-\frac{1}{2}}+\dfrac{1+\dfrac{2}{\left(3\cdot\frac{1}{2}\right)^2}}{1-\dfrac{1}{\left(2+\frac{1}{2}\right)^2}}=?$

ح. $\left(\dfrac{\dfrac{\frac{1}{2}+2\frac{1}{3}}{5}}{\dfrac{1\frac{4}{3}}{\dfrac{\frac{1}{2}\div\frac{3}{4}}{2\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}}}\right)+\left(\frac{2}{4}\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{12}{5}\right)=?$

1- اعضای یک گروپ 5 نفر مرد و 6 نفر زن است. کسری را بنویسید که نشان دهنده سهم زنان در این گروپ باشد.

2- 5 نفر از یک گروپ 11 نفری برای مسابقات انتخاب شدند. کسری را بنویسید که نشان دهنده افراد انتخاب شده از میان تمام آنها باشد.

3- احمد 1200 افغانی دارد. از آنجمله 400 افغانی را مصرف می کند. کسری را بنویسید که پول مصرف شده احمد را نشان دهد.

4- محمود در یک روز 10 ساعت را در خانه، و 6 ساعت را در مکتب کار می کند. دو کسری را بنویسید که نشان دهنده کار محمود در خانه و مکتب بشکل جداگانه باشد.

5- پرویز مسؤل ارزیابی وضعیت تخنیکی بخش های مختلف موترها در یک گاراژ است. دیروز او 54 بخش از یک موتر جدید الورود در گاراژ را بررسی می کرد. در نتیجه 9 بخش موتر ضرورت به ترمیم داشت. کسری را بنویسید که نشان دهنده بخش های سالم و ناسالم موتر جدیدالورود باشد.

6- شعیب $\frac{3}{10}$ حصه پول خود را مصرف کرده است. اگر او قبل از مصرف پولش، 20 افغانی داشته است، چه مقدار پول را حالا در نزدش دارد؟

7- طول یک مستطیل $\frac{7}{8}in$ و عرض آن $\frac{3}{8}in$ است. مساحت مستطیل فوق را دریابید. (نوت: مساحت یک مستطیل مساوی به حاصل ضرب طول و عرض مستطیل می باشد.)

8- در یک صنف از جمله 124 نفر شاگرد $\frac{28}{31}$ نفر آن حاضر هستند. تعداد غیر حاضران را دریابید.

9- از کابل الی پروان 64 کیلومتر راه است اگر یک موتر $\frac{3}{4}$ حصه این فاصله را پیموده باشد، چند کیلومتر راه برای رسیدن به پروان باقی مانده است؟

10- در مسابقات بایسکل رانی، یک بایسکل ران $\frac{21}{24}$ حصه فاصله را و بایسکل ران دومی $\frac{27}{32}$ حصه فاصله را طی نموده است. کدام یکی از آنها نسبت به دیگری پیشی گرفته است؟

11- اگر $\frac{1}{2}$ حصه آب های یک دریا از منابع مناطق شمالی، $\frac{1}{3}$ حصه آب های آن از منابع مناطق شرقی و $\frac{1}{12}$ حصه آب های آن از منابع مناطق غربی مهیا شود، چند حصه از آب های این دریا از منابع دیگر بدست می آید؟

12- $\frac{2\cdot m}{3\cdot(9-2^2)}$ یک کسر غیر واقعی است. کوچکترین قیمت عدد m را دریابید که شامل اعداد طبیعی باشد.

13- a و b دو عدد طبیعی است. طوریکه $\frac{a}{29}$ یک کسر واقعی و $\frac{24}{b}$ یک کسر غیر واقعی است. بزرگترین قیمت $a-b$ را دریابید.

14- k و p دو عدد طبیعی است. طوریکه $\frac{p+2}{13}$ یک کسر واقعی و $\frac{k+3}{13}$ یک کسر غیر واقعی است. کوچکترین قیمت $k-p$ را دریابید.

کسر های داده شده از سوال 1 الیٰ 17 را ساده سازید.

-1 $\frac{2}{3}+\frac{5}{7}=?$

الف. $\frac{29}{21}$ ج. $\frac{11}{26}$

ب. $\frac{21}{29}$ د. $\frac{26}{11}$

-2 $\frac{3}{4}+\frac{5}{3}+\frac{7}{6}=?$

الف. $2\frac{7}{12}$ ج. $4\frac{7}{12}$

ب. $3\frac{7}{12}$ د. $5\frac{7}{12}$

-3 $4\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)=?$

الف. $3\frac{1}{3}$ ج. $1\frac{1}{3}$

ب. $2\frac{1}{3}$ د. $\frac{1}{3}$

-4 $\left(\frac{8}{5}-\frac{3}{4}\right)\frac{10}{3}=?$

الف. $2\frac{5}{6}$ ج. $1\frac{1}{6}$

ب. $2\frac{1}{6}$ د. $1\frac{5}{6}$

-5 $\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}-\frac{1}{6}\right)-\left(1+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)=?$

الف. $\frac{1}{2}$ ج. $\frac{1}{3}$

ب. $1\frac{1}{2}$ د. $1\frac{1}{3}$

-6 $\left(2+\frac{1}{4}\right)\div\left(\frac{5}{7}-\frac{3}{4}+1\right)\cdot\frac{1}{3}=?$

الف. $\frac{8}{9}$ ج. $\frac{5}{9}$

ب. $\frac{7}{9}$ د. $\frac{4}{9}$

-7 $\frac{\frac{5}{6}}{5+\frac{1}{8}}=?$

الف. $\frac{20}{123}$ ج. $\frac{120}{23}$

ب. $\frac{20}{23}$ د. $\frac{120}{123}$

-8 $\frac{20-\frac{1}{6}}{14+\frac{3}{2-\frac{1}{4}}}=?$

الف. $\frac{660}{833}$ ج. $\frac{83}{66}$

ب. $\frac{833}{660}$ د. $\frac{830}{669}$

-9 $\frac{\frac{8}{7}}{3+\frac{5}{3+\frac{7}{3+\frac{1}{2}}}}=?$

الف. $\frac{2}{7}$ ج. $\frac{3}{14}$

ب. $\frac{3}{7}$ د. $\frac{3}{22}$

-10 $\left[\frac{5}{2}-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}\right]\div\left[\frac{1}{2}-\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}\right]=?$

الف. 1 ج. 3

ب. 2 د. 4

-11 $\frac{\left(\frac{1}{3}+2\right)+\left(\frac{1}{2}+3\right)}{\left(2-\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{2}+4\right)}=?$

الف. $\frac{21}{22}$ ج. $\frac{22}{21}$

ب. $\frac{33}{28}$ د. $\frac{28}{33}$

-12 $\frac{\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(3-\frac{2}{3}\right)}{\left(2+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)}=?$

الف. $\frac{12}{7}$ ج. $\frac{11}{12}$

ب. $\frac{11}{7}$ د. $\frac{7}{12}$

-13 $\frac{1}{\frac{7}{3}}\div\left(\frac{3}{\frac{7}{3}+\frac{7}{3}+\frac{7}{3}}\right)=?$

الف. 1 ج. 3

ب. 2 د. 4

-14 $\left(1-\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{2}}\right)=?$

الف. 1 ج. 3

ب. 2 د. 4

-15 $\frac{\frac{3}{2}+\frac{1+\frac{1}{2}}{2}}{1-\frac{\frac{3}{2}}{2+\frac{1}{3}}}=?$

الف. $\frac{105}{3}$ ج. $\frac{105}{7}$

ب. $\frac{105}{2}$ د. $\frac{105}{4}$

-16 $\frac{1-\frac{2}{5}}{2-\frac{3}{2-\frac{1}{5}}}\div\frac{9}{10}=?$

الف. $\frac{1}{2}$ ج. 2

ب. 1 د. 4

-17 $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{2}-\frac{4}{3}+\ldots+\frac{27}{2}-\frac{28}{3}=?$

الف. 28 ج. 38

ب. 18 د. 48

فصل ۶

کسر های اعشار

در این فصل ...

- ۱.۶ کسر اعشار
- ۲.۶ موارد استفاده از کسر اعشار
- ۳.۶ انواع اعداد اعشاری
- ۴.۶ طرز نوشتاری و طبقه بندی اعداد اعشاری
- ۵.۶ دقت در اعداد اعشاری
- ۶.۶ عملیه جمع اعداد اعشاری
- ۷.۶ عملیه تفریق اعداد اعشاری
- ۸.۶ عملیه ضرب اعداد اعشاری
- ۹.۶ عملیه تقسیم اعداد اعشاری
- ۱۰.۶ مقایسه اعداد اعشاری
- ۱۱.۶ انواع اعداد اعشاری
- ۱۲.۶ طرز ارایه اعداد اعشاری ختم ناشونده
- ۱۳.۶ تبدیل کسر های عام به اعشار
- ۱۴.۶ تبدیل کسر اعشار ختم شونده به کسر عام
- ۱۵.۶ تبدیل کسر متوالی خالص به کسر عام
- ۱۶.۶ تبدیل کسر متوالی مختلط به کسر عام
- ۱۷.۶ عملیه های جمع و تفریق کسر های اعشار متوالی
- ۱۸.۶ عملیه های مختلط در کسر های اعشار
- ۱۹.۶ مختصر ساختن اعداد اعشاری یا (Round off)

در این فصل با بهترین شیوه نوشتاری اعداد کسری که مخرج های شان عدد 10 باشد، و همچنان سهولت های که این شیوه نوشتاری برای اجرای عملیه های مختلف بالای کسر های فوق مهیا می سازد آشنا می شوید.

۱.۶ کسر اعشار

در فصل گذشته کسر های عام را که به اشکال ذیل بوده اند خوانده ایم:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{120}{127} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{27}{100}$$

اما حـالا کسـر های را می خوانیم که مخرج های شـان عدد 10 ویا هم توان های عدد 10 می باشد.

نوت

توان های عدد 10 را بـه اشـکال ذیل ارایه کرده می توانیم:

$10^1 = 10$

$10^2 = 100$

$10^3 = 1000$

۱.۶ تعریف .....

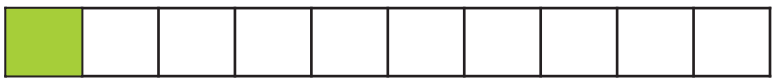
اعشار یک کلمه عربی بوده و از کلمه عشر که به معنیٰ 10 می باشد گرفته شده است. در ریاضی کسرهای اعشار کسر های اند که مخرج های آنها عدد 10 و یا یکی از توان های عدد 10 باشد.

به مثال های ذیل توجه کنید:

$$\frac{7}{10}, \frac{13}{100}, \frac{27}{1000}, \frac{29}{10000}, \frac{31}{100000}, \ldots$$

در کسر های اعشار معمولاً مخرج را نوشته نمی کنند. مثلاً:

شکل ذیل به 10 بخش مساوی تقسیم شده. حصه های گرفته شده در شکل نشان دهنده کسر اعشار می باشد. حصه رنگ شده را به کسر $\frac{1}{10}$ نشان داده می توانیم.



کسر اعشار فوق را به شکل عدد اعشاری نیز نوشته می توانیم: $\frac{1}{10} = 0.1$

در این شکل جدید نقطه (.) را به حیث علامه اعشاری استفاده نموده و با استفاده از آن قسمت صحیح و کسری عدد اعشاری را جدا می کنیم. در عدد اعشاری 0.1 عدد صفر قسمت صحیح و عدد 1 قسمت کسری آن می باشد.

$$\frac{3}{10} = 0.3 \qquad \frac{5}{100} = 0.05 \qquad \frac{341}{1000} = 0.341 \qquad \frac{153}{10000} = 0.0153$$

تمام کسر های فوق اعشاری اند. در این کتاب $\frac{3}{10}$ را به شکل یک کسر اعشاری می شناسیم. و 0.3 را به شکل یک عدد اعشاری می شناسیم.

۲.۶ موارد استفاده از کسرهای اعشار

به نظر شما چرا بـه عوض شـکل کسـری از شـکل اعشـاری اعداد اعشـاری استفاده می شـود؟ جواب واضح است بـخاطریکه شـکل اعشـاری اعداد اعشـاری سـهولت های زیادی را بـرای محاسبه نمودن و اجرای عملیه ها بالای اعداد اعشـاری فراهم می کند. مثلاً: اجرای عملیه های چهارگانه بـالای اعداد اعشـاری را بسیار سـاده می سـازد. همچنان کمپیوتر ها و ماشـین های حساب اعداد اعشاری را نسبت به کسر های اعشاری خوبتر نمایش داده می توانند.

شکل اعشاری اعداد اعشاری در زنده گی روزمره نیز استفاده های زیاد دارد مثلاً : در کشور های غیر از افغانستان واحد های پولی وجود دارند که بر علاوه کوچکترین پول که یک واحد همان پول باشد پول های کوچک مانند 25 پولی 50 پولی و حتیٰ یک پولی نیز وجود دارند.

مثلاً : در کانادا (100 cent) یا (100 سِنت) کانادایی برابر است با 1 دالر کانادایی.



به همین ترتیب 35 سِنت را به شکل 0.35 دالر، 99 سِنت را به شکل 0.99 دالر، 43 سِنت را به شکل 0.43 دالر و غیره نشان داده می توانیم.

هم چنان در سیستم متریک اندازه گیری ها به اساس توان های عدد 10 می باشد.



1m (meter ،متر) = 10dm (decimeter ،دیسی متر), یا $1dm = \frac{1}{10}$ m



1dm (decimeter ،دیسی متر) =10cm (centimeter ،سانتی متر)

ویا:

$1cm = \frac{1}{10}$ dm $= \frac{1}{100}$ m



1cm (centimeter ،سانتی متر) =10mm (millimeter ،ملی متر)

ویا:

$1mm = \frac{1}{10}$ cm $= \frac{1}{100}$ dm $= \frac{1}{1000}$ m

بناءً نوشته می توانیم که:

1m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm.

مثلاً:

5 dm = 0.5 m , 35 cm = 0.35m , 75 mm = 0.075 m

۳.۶ انواع اعداد اعشاری

اعداد اعشاری به دو نوع اند. اعداد اعشاری که عدد صحیح نداشته باشند و اعداد اعشاری که عدد صحیح داشته باشند.

نوت

اگر عدد اعشاری عدد صحیح نداشته باشد بجای عدد صحیح آن صفر می نویسیم.



ت ۱.۶ انواع کسر های اعشار

1- اعداد اعشاری که عدد صحیح نداشته باشند بنام اعداد اعشاری واقعی یاد می شوند.
2- اعداد اعشاری که عدد صحیح داشته باشد بنام اعداد اعشاری مخلوط یاد می شوند.

به مثال های ذیل توجه کنید:

اعداد اعشاری واقعی: 0.789 , 0.123 , 0.456 ...

اعداد اعشاری مخلوط: 4.789 , 2.123 , 12.125 ...

۴.۶ طرز نوشتاری و طبقه بندی اعداد اعشاری

نوت

در اعداد اعشاری نوشتن صفر ها بعد از عدد اعشاری قیمت عدد را تغییر نمی دهد. بطور مثال:

12.34 = 12.34000
= 12.34000000
= 12.3400000000000...

اعدادیکه بطرف چپ علامه اعشاری قرار دارند اعداد صحیح اند و مانند اعداد طبیعی طبقه بندی می شوند و اعدادیکه بطرف راست اعداد اعشاری قرار دارند بشکل ذیل طبقه بندی می شوند. مثلاً: 12.34



خانه اول اعشاری بنام دهم، خانه دوم اعشاری بنام صدم، خانه سوم اعشاری بنام هزارم و به همین ترتیب سایر خانه های اعشاری نام گذاری می شوند. هدف از این نام گذاری نشان دادن ارزش رقم اعشاری در ده حصه، صد حصه، هزار حصه و به همین ترتیب در حصه های بزرگتر می باشد. مثلاً: هر گاه 12.34 حصه یک شی مورد نظر باشد، به این معنی است که:

(مساوات را از سمت راست بخوانید)

12 واحد کامل همان شی+3 حصه از دهم حصه همان شی+ 4 حصه از صدم حصه همان شی = 12.34 حصه همان شی

بناءً به اساس مثال فوق در عدد 12.34 با وجودیکه رقم 4 بزرگتر از رقم 3 است اما در این جا ارزش رقم 3 زیادتر از رقم 4 می باشد. چون رقم 3 نشان دهنده 3 حصه از دهم حصه اما رقم 4 نشان دهنده 4 حصه از صدم حصه همان شی می باشد.

$$\frac{3}{10} > \frac{4}{100}$$

۱.۶ مثال.....

اعداد اعشاری ذیل را طبقه بندی نمایید:

الف. 12.45 ب. 130.123009

حل:

الف. چون عدد فوق یک عدد اعشاری می باشد بناً ارزش ارقام آن را به شکل ذیل تعیین می کنیم.

صدم	دهم	یک ها	ده ها
5	4	2	1

ب.

میلیونم	صد هزارم	ده هزارم	هزارم	صدم	دهم	یک ها	ده ها	صد ها
9	0	0	3	2	1	0	3	1

تمرین: با ارزش ترین رقم در ارقام بعد از علامه اعشاری عدد 23.10242609 کدام رقم است؟

جواب:1



ت ۲.۶ سایمون ستیون (۱۵۴۸- ۱۶۲۰ م) در قرن ۱۶ دانشمند آلمانی مردم را با طرز نوشتاری اعشاری در کتاب خود بنام دهم یا اعشار آشنا ساخت. اگر چه او بمیان آورنده اعداد اعشاری نبود. (قبلاً توسط اعراب و چینایی ها استفاده می شد.) اما در معرفی اعداد اعشاری سهم قابل ملاحظه داشت.

طرز نوشتاری اعشاری برای اولین بار توسط چینایی ها و اعراب استفاده شد. سایمون ستیون در آشنا ساختن مردم با اعداد اعشاری سهم بارز داشت.

برای نشان دادن علامه اعشاری در اروپا از علامه کامه (,) و در کشور های دیگر از نقطه استفاده می کنند. در این کتاب از نقطه برای نشان دادن علامه اعشاری استفاده می کنیم.

۵.۶ دقت در اعداد اعشاری

در یک عدد اعشاری دقت نشان دهنده تعداد ارقام اعشاری است. دقت توسط کسر عام یا کسر اعشار و یا توسط توان نشان داده می شود.

برای ارایه دقت از نام مرتبه آخرین رقم اعشاری استفاده می شود.

۲.۶ مثال.....

در اعداد اعشاری داده شده دقت آنها را تعیین کنید:

الف. 0.7 ب. 2.23 ج. 5.312445

حل:

الف.

با استفاده از نام آخرین مرتبه رقم اعشاری، دقت آنها را بطور ذیل ارایه می کنیم:

0.7 ↓ $0.1=\frac{1}{10}=10^{-1}$

نوت

$10^{1}=10$ $10^{-1}=\frac{1}{10}$

$10^{2}=100$ $10^{-2}=\frac{1}{100}$

$10^{3}=1000$ $10^{-3}=\frac{1}{1000}$

ب. $2.23 \rightarrow 0.01, \frac{1}{100}, 10^{-2}$

ج. $5.312445 \rightarrow 0.000001 = \frac{1}{1000000} = 10^{-6}$

تمرین: دقت اعداد اعشاری ذیل را تعیین کنید:

الف. 0.245

ب. 12.01234

جواب: الف. $0.001 = \frac{1}{1000} = 10^{-3}$

ب. $0.00001 = \frac{1}{100000} = 10^{-5}$

هم دقت ساختن اعداد اعشاری:

بعد از گذاشتن علامه اعشاری با استفاده از صفر میتوانیم عدد طبیعی را با عدد اعشاری هم دقت سازیم.

هم چنان با گذاشتن صفر ها بعد از ارقام اعشاری میتوانیم اعداد اعشاری را هم دقت سازیم. به مثال های ذیل توجه کنید:

۳.۶ مثال.....

اعداد اعشاری ذیل را هم دقت سازید:

الف. 12.01, 11.0004

ب. 13.21 , 112.1545512

ج. 12 , 0.0000002

د. 13.02 , 14.1235001

حل:

الف. 12.0100
11.0004

ب. 112.1545512
13.21**00000**

ج. 12.**0000000**
0.0000002

د. 13.02**00000**
14.1235001

تمرین: اعداد ذیل را هم دقت سازید:

الف. 12.0012 , 45

ب. 450.123 , 1

جواب:

الف. 12.0012
45.**0000**

ب. 450.123
1.**000**

۶.۶ عملیه جمع اعداد اعشاری

برای اجرای عملیه جمع بالای اعداد اعشاری ابتدا تمام اجزای جمع را هم دقت می سازیم. بعداً مطابق قوانین عملیه جمع در اعداد طبیعی عمل می کنیم و علامه اعشاری را در حاصل جمع با در نظر داشت دقت اجزای جمع انتقال می دهیم (علامه اعشاری را در حاصل جمع پایین می کنیم).

۴.۶ مثال.....

عملیه های جمع ذیل را اجرا نمایید:

الف. $3.2+4.5$ ج. $45.032+12.1+0.84$

ب. $32.1+12.2$ د. $111.21+23.1+0.333$

حل:

الف. $3.2+4.5=7.7$ ج. $45.032+12.100+0.840=57.972$

ب. $32.1+12.2=44.3$ د. $111.210+23.100+0.333=134.643$

تمرین: عملیه های جمع ذیل را انجام دهید:

الف. $0.012+23.45662$ جواب: الف. 23.46862

ب. $3.2102+0.00321$ ب. 3.21341

۵.۶ مثال.....

عملیه های جمع ذیل را اجرا نمایید:

الف. $21.456+2.1+14+32.1$ ج. $12.324+0.32+2.14+12$

ب. $13.215+6.54+3.012+3$ د. $14.32145+12.54+3.012+4$

حل:

الف. $21.456+2.100+14.000+32.100=69.656$

ب. $13.215+6.540+3.012+3.000=25.767$

ج. $12.324+0.320+2.140+12.000=26.784$

د. $14.32145+12.54000+3.01200+4.00000=33.87345$

تمرین: عملیه های جمع ذیل را انجام دهید:

الف. $12.3+1+0.0301$ جواب: الف. 13.3301

ب. $3.12+0.002+1$ ب. 4.122

۷.۶عملیه تفریق اعداد اعشاری

برای اجرای عملیه تفریق بالای اعداد اعشاری ابتدا مفروق و مفروق منه را هم دقت می سازیم بعداً مطابق قوانین عملیه تفریق در اعداد طبیعی عمل می کنیم و علامه اعشاری را در حاصل تفریق با در نظر داشت دقت مفروق و مفروق منه انتقال می دهیم (علامه اعشاری را در حاصل تفریق پایین می کنیم).

۶.۶ مثال.....

عملیه های تفریق ذیل را اجرا نمایید:

الف. $8.2 - 6.12$

ب. $6.622 - 0.2$

ج. $3.2 - 1.002$

د. $32.12 - 0.22222$

حل: الف.

$$\begin{array}{r} 8.20 \\ -6.12 \\ \hline 2.08 \end{array}$$

$8.20 - 6.12 = 2.08$

ب.

$$\begin{array}{r} 6.622 \\ -0.200 \\ \hline 6.422 \end{array}$$

$6.622 - 0.200 = 6.422$

ج.

$$\begin{array}{r} 3.200 \\ -1.002 \\ \hline 2.198 \end{array}$$

$3.200 - 1.002 = 2.198$

د.

$$\begin{array}{r} 32.12000 \\ -0.22222 \\ \hline 31.89778 \end{array}$$

$32.12000 - 0.22222 = 31.89778$

تمرین: عملیه های تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $6.321 - 0.221$

ب. $5.412 - 1.012$

جواب: الف. 6.1

ب. 4.4

۷.۶ مثال.....

عملیه های تفریق ذیل را اجرا نمایید:

الف. $4 - 0.12$

ب. $1 - 0.0001$

ج. $6.321 - 2$

د. $6 - 2.30101$

حل: الف.

$$\begin{array}{r} 4.00 \\ -0.12 \\ \hline 3.88 \end{array}$$

$4.00 - 0.12 = 3.88$

ب.

$$\begin{array}{r} 1.0000 \\ -0.0001 \\ \hline 0.9999 \end{array}$$

$1.0000 - 0.0001 = 0.9999$

ج. $\begin{array}{r} 6.321 \\ -2.000 \\ \hline 4.321 \end{array}$ $6.321-2.000=4.321$

د. $\begin{array}{r} 6.00000 \\ -2.30101 \\ \hline 3.69899 \end{array}$ $6.00000-2.30101=3.69899$

تمرین: عملیه های تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. $4.22-2$ جواب: الف. 2.22

ب. $24-12.456$ ب. 11.544

۸.۶ عملیه ضرب اعداد اعشاری

اعداد اعشاری داده شده را بدون در نظر داشت علامه اعشاری با هم ضرب نموده و حاصل ضرب را پیدا می کنیم. بعداً به تعداد مجموع خانه های اعشاری مضروب و مضروب فیه در حاصل ضرب ارقام اعشاری را از راست به چپ جدا کرده، می نویسیم.

۸.۶ مثال.....

عملیه های ضرب ذیل را اجرا کنید:

الف. $5\cdot0.2$ ج. $14\cdot0.5$

ب. $12\cdot2.12$ د. $16\cdot1.5$

حل:

الف. $\begin{array}{r} 0.2 \\ \times 5 \\ \hline 1.0 \end{array}$

ب. $\begin{array}{r} 2.12 \\ \times 12 \\ \hline 424 \\ 212 \\ \hline 25.44 \end{array}$

ج. $\begin{array}{r} 14 \\ \times 0.5 \\ \hline 70 \\ 00 \\ \hline 07.0 = 7 \end{array}$

د. $\begin{array}{r} 16 \\ \times 1.5 \\ \hline 80 \\ 16 \\ \hline 24.0 = 24 \end{array}$

تمرین: عملیه های ضرب ذیل را انجام دهید:

الف. $4\cdot0.5$ جواب: الف. 2

ب. $8\cdot1.2$ ب. 9.6

نوت

اگر نقطه در وسط ارقام گذاشته شود، به معنیٰ عملیه ضرب می باشد. بطور مثال:
2·4 (یعنی 2 ضرب 4)

نوت

اگر نقطه در پایین ارقام نوشته شود، به معنیٰ اعشاری می باشد.
بطور مثال:2.4 (2 اعشاریه 4)

۹.۶ مثال.....

عملیه های ضرب ذیل را اجرا کنید:

الف. $2.12 \cdot 1.2$ ج. $3.62 \cdot 1.2$

ب. $4.082 \cdot 0.02$ د. $12.41 \cdot 2.012$

حل:

الف.
$$\begin{array}{r} 2.12 \\ \times 1.2 \\ \hline 424 \\ 212 \\ \hline 2.544 \end{array}$$

ب.
$$\begin{array}{r} 4.082 \\ \times 0.02 \\ \hline 8164 \\ 0000 \\ 0000 \\ \hline 0.08164 \end{array}$$

ج.
$$\begin{array}{r} 3.62 \\ \times 1.2 \\ \hline 724 \\ 362 \\ \hline 4.344 \end{array}$$

د.
$$\begin{array}{r} 2.012 \\ \times 12.41 \\ \hline 2012 \\ 8048 \\ 4024 \\ 2012 \\ \hline 24.96892 \end{array}$$

تمرین: عملیه های ضرب ذیل را انجام دهید.

الف. $0.2 \cdot 0.12$ جواب: الف. 0.024

ب. $4.12 \cdot 2.21$ ب. 9.1052

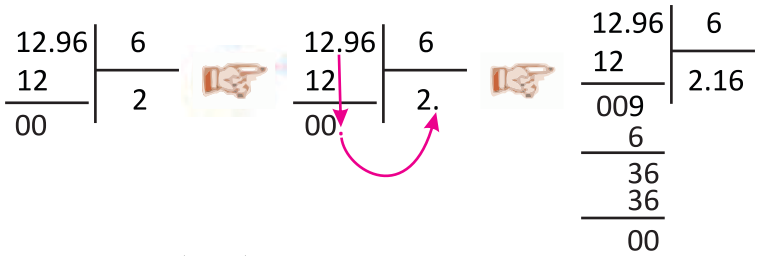
طریقه های ساده ضرب نمودن اعداد اعشاری

برای ضرب کردن اعداد اعشاری در عدد 10 و توان های عدد 10 به تعداد صفر های عدد، علامه اعشاری را به طرف راست انتقال می دهیم.

1) $0.765 \cdot 10 = 07.65 = 7.65$
2) $0.789 \cdot 100 = 078.9 = 78.9$
3) $0.456 \cdot 1000 = 0456 = 456$
4) $23.4567 \cdot 100 = 2345.67$
5) $0.0005 \cdot 100 = 000.05 = 0.05$
6) $2.45 \cdot 10000 = 24500$
7) $0.7 \cdot 1000000 = 700000$
8) $0.789 \cdot 1000000 = 789000$
9) $2.34 \cdot 20 = 46.8$
10) $6.342 \cdot 200 = 1268.4$
11) $8.342 \cdot 3000 = 25026$
12) $200.34 \cdot 5000 = 1001700$
13) $122.456 \cdot 100 = 12245.6$
14) $13.1234 \cdot 1000 = 13123.4$
15) $23.657890 \cdot 10000 = 236578.90$
16) $12.625012 \cdot 10000 = 126250.12$

۹.۶ عملیه تقسیم اعداد اعشاری

1- عملیه تقسیم اعداد اعشاری بالای اعداد طبیعی:
برای این منظور عملیه تقسیم را مانند عملیه تقسیم اعداد طبیعی بالای اعداد طبیعی اجرا می کنیم و علامه اعشاری را هر زمانی که آخرین عدد سمت راست علامه اعشاری (مرتبه دهم) را پایین کردیم، انتقال می دهیم. به مثال ذیل توجه کنید:



در صورتیکه در خارج قسمت علامه اعشاری را نوشته باشیم و اگر با گذاشتن اولین صفر در باقیمانده، باقیمانده هنوز هم کوچکتر از مقسوم علیه بماند، در این صورت در باقیمانده به تعداد دلخواه صفر های دیگر را نیز نوشته کرده می توانیم بشرطیکه همان تعداد صفر ها را در خارج قسمت نیز بنویسیم. تمام قوانین دیگر عملیه تقسیم اعداد طبیعی بالای اعداد طبیعی، در این بخش نیز قابل تطبیق می باشد.

۱۰.۶ مثال.....

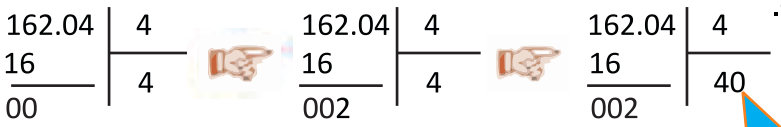
عملیه های تقسیم ذیل را اجرا کنید:

الف. $162.04 \div 4$ ج. $191.26 \div 2$ هـ. $0.0093 \div 3$

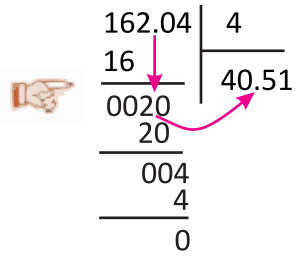
ب. $10.25 \div 2$ د. $1504.5 \div 5$ و. $0.0049 \div 7$

حل:

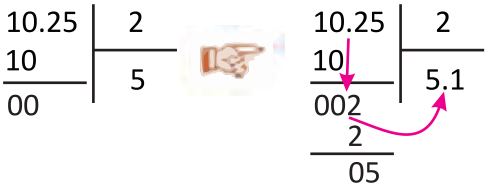
الف.



چون عدد 2 نسبت به عدد 4 کوچکتر است بناءً ابتدا در خارج قسمت صفر گذاشته و رقم بعدی را پایین می کنیم.



ب.



10.25 | 2
10 | 5.12
002
2
05
4
10

در این مرحله دیده می شود که باقی مانده، عدد1 (کوچکتر از2) است. و در مقسوم نیز کدام رقمی باقی نیست که پایین گردد. ولی علامه اعشاری در خارج قسمت قبلاً گذاشته شده است به این اساس یک صفر را در باقی مانده نوشته کرده می توانیم.

10.25 | 2
10 | 5.125
002
2
05
4
10
10
00

ج.

191.26 | 2
18 | 9
1

191.26 | 2
18 | 95
11
10
1

191.26 | 2
18 | 95.6
11
10
12
12
00

191.26 | 2
18 | 95.63
11
10
12
12
006
6
0

1504.5 | 5
15 | 3
0

1504.5 | 5
15 | 3
00

با وجود پایین کردن صفر از مقسوم هنوز هم باقی مانده نسبت به مقسوم علیه کوچکتر است.

د. 1504.5 | 5
15 | 30
004

چون در مرحله قبلی یک عدد را که همانا صفر بود پایین کردیم. ولی باز هم باقی مانده نسبت به مقسوم کوچکتر بود در این مرحله قبل از پایین کردن رقم 4 یک صفر در خارج قسمت می گذاریم.

1504.5 | 5
15 | 300
0045

برای اینکه باقی مانده هنوز هم نسبت به مقسوم کوچکتر است عدد 5 را نیز پایین می کنیم اما قبل از آن در خارج قسمت یک صفر می گذاریم.

د. 1504.5 | 5
15 | 300.9
0045
45
0

هـ.

$$\begin{array}{r|l} 0.0093 & 3 \\ \hline 9 & 0.003 \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 0.0093 & 3 \\ \hline 9 & 0.0031 \\ \hline 03 & \\ 3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

در مثال بالا دیده می شود که اولین رقم سمت چپ مقسوم عدد صفر است و بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم نمی باشد. بناءً علامه اعشاری را انتقال داده و طرف چپ آن عدد صفر را می نویسیم. صفر اولی را اگر پایین کنیم بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم نمی باشد بناءً در خارج قسمت صفر گذاشته صفر دومی را پایین کرده می توانیم. باز هم بالای عدد 3 پوره قابل تقسیم نمی باشد پس در خارج قسمت صفر دومی را گذاشته و عدد 9 را انتخاب می کنیم.

و.

$$\begin{array}{r|l} 0.0049 & 7 \\ \hline 49 & 0.0007 \\ \hline 0 & \end{array}$$

تمرین: عملیه های تقسیم ذیل را اجرا کنید:

الف. $547.2 \div 12$ جواب: الف. 45.6

ب. $10.464 \div 24$ ب. 0.436

2- عملیه تقسیم اعداد اعشاری بالای اعداد اعشاری:

برای این منظور ابتدا اعداد اعشاری را هم دقت می سازیم. بعداً بدون در نظر داشت علامه اعشاری اعداد را تقسیم می نماییم.(علامه اعشاری انتقال داده نمی شود بلکه به نسبت موجودیت عین خانه های اعشاری در مقسوم و مقسوم علیه اختصار می شود.) به مثال ذیل توجه کنید.

هر دو عدد اعشاری با دو خانه دقت.

$$\begin{array}{r|l} 16.40 & 0.08 \\ \hline & \end{array}$$

عدد اعشاری با دو خانه دقت. عدد اعشاری با یک خانه دقت.

$$\begin{array}{r|l} 16.4 & 0.08 \\ \hline & \end{array}$$

علامه اعشاری در هر دو عدد اختصار می شود.

$$\begin{array}{r|l} 1640 & 8 \\ \hline & \end{array}$$

عملیه تقسیم مانند اعداد طبیعی اجرا شده است.

$$\begin{array}{r|l} 1640 & 8 \\ 16 & 205 \\ \hline 0040 & \\ 40 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

نوت

قیمت اعشاری یک کسر را با تقسیم کردن صورت آن بالای مخرج تعیین کرده می توانیم. چون خود کسر عام با قیمت تبدیل شده ای اعشاری آن مساوی می باشد بناءً گفته می توانیم که خط بر در کسر ها نشان دهنده ای عملیه تقسیم می باشد.

۶.۱۱ مثال.....

عملیه های تقسیم ذیل را اجرا کنید:

الف. $2.56 \div 1.28$ ج. $0.001 \div 0.01$ هـ. $10.24 \div 1.6$

ب. $12.46 \div 0.002$ د. $5.12 \div 3.2$ و. $31.872 \div 2.56$

حل:

الف.

(علامه اعشاری در مقسوم و مقسوم علیه
نسبت یکسان بودن دقت شان اختصار گردیده.)

2.56	1.28
—	



256	128
256	2
000	

ب.

(مقسوم و مقسوم علیه هر دو
با سه خانه دقت اعشاری)

12.460	0.002
—	



(مقسوم دو خانه دقت اعشاری ولی
مقسوم علیه سه خانه دقت اعشاری)

12.46	0.002
—	

(علامه اعشاری در مقسوم و مقسوم علیه
نسبت یکسان بودن دقت شان اختصار گردیده.)



12460	2
12	6230
004	
4	
06	
6	
00	

ج.

(مقسوم و مقسوم علیه هر دو
با سه خانه دقت اعشاری)

0.001	0.010
—	



(مقسوم سه خانه دقت اعشاری ولی
مقسوم علیه دو خانه دقت اعشاری)

0.001	0.01
—	

(علامه اعشاری در مقسوم و مقسوم علیه
نسبت یکسان بودن دقت شان اختصار گردیده.)



10	10
10	0.1
0	

د.

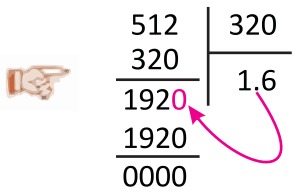
(مقسوم و مقسوم علیه هر دو
با دو خانه دقت اعشاری)

5.120	3.20
—	

(مقسوم دو خانه دقت اعشاری ولی
مقسوم علیه یک خانه دقت اعشاری)

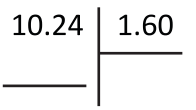
5.12	3.2
—	

(علامه اعشاری در مقسوم و مقسوم علیه
نسبت یکسان بودن دقت شان اختصار گردیده.)

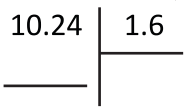


هـ.

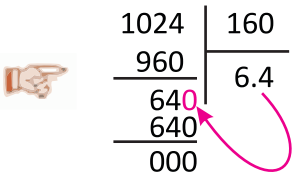
(مقسوم و مقسوم علیه هر دو
با دو خانه دقت اعشاری)



(مقسوم دو خانه دقت اعشاری ولی
مقسوم علیه یک خانه دقت اعشاری)

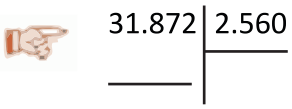


(علامه اعشاری در مقسوم و مقسوم علیه
نسبت یکسان بودن دقت شان اختصار گردیده.)

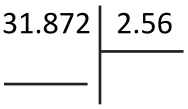


و.

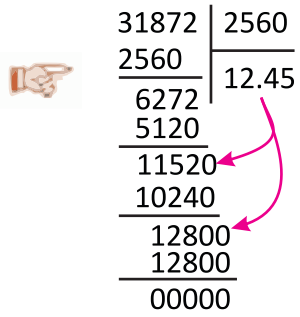
(مقسوم و مقسوم علیه هر دو
با سه خانه دقت اعشاری)



(مقسوم سه خانه دقت اعشاری ولی
مقسوم علیه دو خانه دقت اعشاری)



(علامه اعشاری در مقسوم و مقسوم علیه
نسبت یکسان بودن دقت شان اختصار گردیده.)



تمرین: عملیه های تقسیم ذیل را اجرا کنید:

الف. $319.92 \div 12.4$ جواب: الف. 25.8

ب. $535.05 \div 14.5$ ب. 36.9

نوت

به یاد داشته باشید که در تقسیم اعداد اعشاری بالای اعداد اعشاری بعد از هم دقت ساختن مقسوم و مقسوم علیه و اختصار علامه اعشاری در خارج قسمت در صورت ضرورت علامه اعشاری را گذاشته می توانیم.

3- عملیه تقسیم اعداد اعشاری بالای عدد 10 و توان های عدد 10 :

برای این منظور به تعداد صفر های مقسوم علیه علامه اعشاری در مقسوم را بطرف چپ انتقال می دهیم. به مثال های ذیل توجه کنید:

$$\begin{array}{r|l} 127.1 & 10 \\ 10 & \hline 12.71 \\ \hline 27 & \\ 20 & \\ \hline 71 & \\ 70 & \\ \hline 10 & \\ 10 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

و یا: $\frac{127.1}{10} = 12.71$

چون عدد 10 یک صفر دارد بناءً علامه اعشاری را یک خانه بطرف چپ انتقال می دهیم.

$$\begin{array}{r|l} 1200 & 1000 \\ 1000 & \hline 0.012 \\ \hline 2000 & \\ 2000 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

و یا: $\frac{12}{1000} = 0.012$

چون عدد 1000 سه صفر دارد بناءً علامه اعشاری را سه خانه بطرف چپ انتقال می دهیم.

در صورتیکه عدد دارای ارقام اعشاری نباشد از طرف راست عدد، ارقام اعشاری را حساب می کنیم.

۱۲.۶ مثال.....

عملیه های تقسیم ذیل را اجرا کنید:

الف. $34.56 \div 10$ ج. $1.786 \div 100000$

ب. $2.12 \div 100$ د. $234 \div 100$

حل:

برای آسانی حل، عملیه های تقسیم فوق را به شکل کسر نشان می دهیم.

الف. $\frac{34.56}{10} = 3.456$ ج. $\frac{1.786}{100000} = 0.00001786$

ب. $\frac{2.12}{100} = 0.0212$ د. $\frac{234}{100} = 2.34$

تمرین: عملیه های تقسیم ذیل را انجام دهید:

الف. $395 \div 1000$ جواب: الف. 0.395

ب. $65 \div 10000$ ب. 0.0065

۱۰.۶ مقایسه اعداد اعشاری

در ابتدا کسر های اعشار را هم دقت ساخته و بعداً بدون در نظر داشت علامه اعشاری کسر ها را مقایسه میکنیم. نتیجه حاصل شده برای اعداد اعشاری نیز صدق می کند. بـه یاد داشـته باشـید اگر یکی از اعداد اعشاری کوچکتر از 1 (مانند: 0.12, 0.0001, 0.0023, 0.9992) باشـد، علامه اعشاری را مد نظر گرفته و مطابق ارزش موقعیتی ارقام، اعداد را مقایسه می کنیم.

۱۳.۶ مثال.....

اعداد اعشاری ذیل را مقایسه کنید:

الف. 4.42 2.13 ج. 1.54 1.12 هـ. 3.3 3.2054

ب. 6.24 5.55 د. 2.34 2.12 و. 2.22 2.0345

حل:

الف. 2.13 , 4.42
213 , 442
213 < 442
2.13 < 4.42

ب. 5.55 , 6.24
555 , 624
555 < 624
5.55 < 6.24

ج. 1.12 , 1.54
112 , 154
112 < 154
1.12 < 1.54

د. 2.12 , 2.34
212 , 234
212 < 234
2.12 < 2.34

هـ. 3.2054 , 3.3
3.2054 , 3.3000
32054 , 33000
32054 < 33000
3.2054 < 3.3

و. 2.0345 , 2.22
2.0345 , 2.2200
20345 , 22200
20345 < 22200
2.0345 < 2.22

تمرین: اعداد ذیل را مقایسه کنید:

الف. 2.054 2.12 جواب: الف. 2.12 > 2.054

ب. 542.0100 542.0024 ب. 542.0024 < 542.0100

۱۱.۶ انواع اعداد اعشاری

قسمیکه در فصل پنجم اشاره شد اعداد اعشاری در ابتدا بدو بخش تقسیم می شوند.

1- اعداد اعشاری ختم شونده.

2- اعداد اعشاری ختم نا شوند.

کسر های اعشاری ختم ناشونده نیز به بخش های ذیل تقسیم می شوند:

1- کسر های اعشار ختم نا شونده تکراری
2- کسر های اعشار ختم نا شونده غیر تکراری
و به همین ترتیب کسر های اعشار ختم ناشونده تکراری نیز به بخش های ذیل تقسیم می شوند:
1- کسر های اعشار ختم ناشونده تکراری خالص
2- کسر های اعشار ختم ناشونده تکراری مختلط
برای خلاصه ساختن تقسیمات فوق به تصویر ۳.۶ توجه کنید.



ت ۳.۶ انواع کسر های اعشاری

انواع کسر های اعشاری با مثال های آنها ذیلاً داده شده اند:

1- کسر های اعشاری ختم شونده : اعدادی اند که قسمت کسری آنها آخر داشته باشد. مثلاً:
0.12
0.145
12.000456

2- کسر های اعشاری ختم نا شونده : اعدادی اند که قسمت کسری آنها آخر نداشته باشد. مثلاً:
0.3333333333333...
0.1266666666666...
0.2142525252525...
1.732050807568877293527446341505 9...
0.3.14159265358979323846264338327 95...

1- کسر های اعشاری ختم ناشونده تکراری: اعداد اعشاری اند که در قسمت کسری آنها حد اقل یک رقمی وجود دارد که الیٰ لایتناهی تکرار می شود. به مثال های ذیل توجه کنید:

0.33333333333...
1.22222222222...
12.13455555555...
42.45999999999...

2- کسر های اعشاری ختم نا شونده غیر تکراری : اعداد اعشاری اند که قسمت کسری آنها را الیٰ لایتناهی ارقام مختلف تشکیل می دهد. مثلاً:

3.14159265358979323846264338327 95...
1.73205080756887729352744634150 59...
2.23606797749978969640917366873 13...
3.31662479035539984911493273667 07...

1- کسر های اعشاری ختم ناشونده تکراری خالص: اعداد اعشاری اند که قسمت کسری آنها را یک عددی تشکیل می دهد که الیٰ لایتناهی تکرار می شود. به مثال های ذیل توجه کنید:

0.333333333333...
0.222222222222...
0.777777777777...
0.121212121212...
0.125125125125...

2- کسر های اعشاری ختم ناشونده تکراری مختلط: اعداد اعشاری اند که قسمت کسری آنها را چندین رقم تشکیل می دهد که بعضی آنها الیٰ لایتناهی تکرار می شوند و بعضی آنها تکرار شونده نیستند. به مثال های ذیل توجه کنید:

1.4232222222222...
12.134555555555...
42.457777777777...
12.743232323232...

۱۲.۶ طرز ارایه اعداد اعشاری ختم ناشونده تکراری

برای سهولت نوشتن کسر های اعشاری ختم ناشونده تکراری از طرز نوشتاری ذیل استفاده می شود که نوشتن آنها را ساده می سازد در این شیوه نوشتاری برای تمام انواع اعداد اعشاری ختم ناشونده تکراری یک قاعده وجود دارد که بالای ارقامی که در قسمت کسری عدد اعشاری تکراری هستند خط بر ترسیم می شود این خط بر نشان دهنده تکرار بودن همان ارقام می باشد. مثلاً: اعداد فوق را بشکل ذیل نیز نوشته می توانیم:

$0.\overline{3}$
$0.\overline{2}$
$0.\overline{7}$
$0.\overline{12}$
$0.\overline{125}$

$1.423\overline{2}$
$12.134\overline{5}$
$42.45\overline{7}$
$12.743\overline{2}$

هم چنان کسر های اعشاری را به اشکال ذیل نیز ارایه می کنیم:

1- کسر های اعشاری ختم ناشونده خالص (متوالی خالص) $x.aaaaaa\cdots$ را به شکل ذیل نیز ارایه کرده می توانیم:

$$x.aaaaaa\cdots = x.(a) = x.\dot{a}$$

2- کسر های اعشاری ختم ناشونده مخلوط (متوالی ناخالص) $x.baaaaa\cdots$ را به شکل ذیل نیز ارایه کرده می توانیم:

$$x.baaaaa = x.b(a) = x.b\dot{a}$$

۱۳.۶ تبدیل کسر های عام به اعشار

برای این منظور صورت را بالای مخرج تقسیم می کنیم. اگر عدد صحیح وجود داشته باشد در ابتدا عملیه غیر واجب را انجام میدهیم.

در تبدیل کسر عام به کسر های اعشار یکی از انواع اعداد اعشاری ذیل حاصل می شود.

1- اعداد اعشاری ختم شونده

2- اعداد اعشاری ختم ناشونده تکراری خالص

3- اعداد اعشاری ختم ناشونده تکراری مختلط

۱۴.۶ مثال.....

قیمت اعشاری کسر های عام ذیل را دریابید:

الف. $\frac{17}{40}$ ج. $3\frac{2}{3}$ هـ. $\frac{7}{100}$

ب. $7\frac{1}{80}$ د. $4\frac{5}{6}$ و. $\frac{13}{1000}$

حل:

الف.

$$\begin{array}{r|l} 170 & 40 \\ \hline 160 & 0.425 \\ \hline 100 & \\ 80 & \\ \hline 200 & \\ 200 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \frac{17}{40} = 0.425$$

ب.

$$7\frac{1}{80} = \frac{561}{80} \Rightarrow \begin{array}{r|l} 561 & 80 \\ \hline 560 & 7.0125 \\ \hline 100 & \\ 80 & \\ \hline 200 & \\ 160 & \\ \hline 400 & \\ 400 & \\ \hline 0 & \end{array} \Rightarrow 7\frac{1}{80} = 7.0125$$

نوت

هر عدد یکه دارای خانه اعشاری نباشد با گذاشتن علامه اعشاری و گذاشتن یک صفر و یا چندین صفر بطرف راست علامه اعشاری آنرا عدد اعشاری ساخته می توانیم.

مثلاً:

$12 = 12.0 = 12.00$

$123 = 123.0 = 123.00$

$1 = 1.0 = 1.00 = 1.000$

ج.

$$3\frac{2}{3}=\frac{11}{3} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r|l} 11 & 3 \\ 9 & \hline 3.66666\cdots \\ \hline 20 & \\ 18 & \\ \hline 20 & \\ 18 & \\ \hline 20 & \\ \vdots & \end{array}$$

$$\Rightarrow 3\frac{2}{3}=3.\overline{6}$$

عدد اعشاری ختم ناشونده تکراری خالص

د.

$$4\frac{5}{6}=\frac{29}{6} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r|l} 29 & 6 \\ 24 & \hline 4.83333\cdots \\ \hline 50 & \\ 48 & \\ \hline 20 & \\ 18 & \\ \hline 20 & \\ 18 & \\ \hline 20 & \\ \vdots & \end{array}$$

$$\Rightarrow 4\frac{5}{6}=4.8\overline{3}$$

عدد اعشاری ختم ناشونده تکراری مختلط

در جز های (ه) و (و)چون مخرج کسر ها را اعداد 10 و توان های عدد 10 تشکیل میدهد بنابراً کسر ها را مستقیماً به کسر اعشار تبدیل کرده می توانیم. در این جاطبق قوانین عنوان ۹.۶ بخش سوم عمل می کنیم.

ه. $\frac{7}{100} \Rightarrow \frac{7}{100}=0.07$

و. $\frac{13}{1000} \Rightarrow \frac{13}{1000}=0.013$

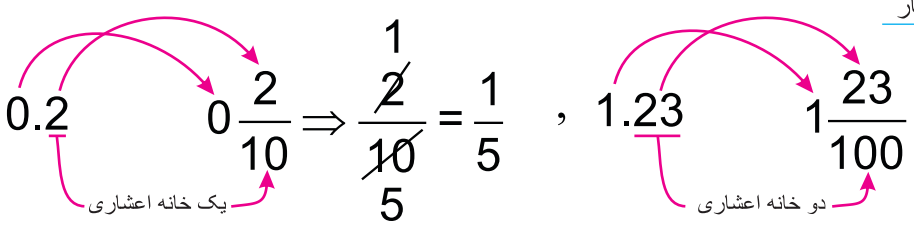
تمرین: کسر های عام ذیل را به کسر های اعشاری تبدیل کنید:

الف. $\frac{3}{8}$ جواب: الف. 0.375

ب. $\frac{17}{21}$ ب. $0.\overline{809523}$

۱۴.۶ تبدیل کسر اعشار ختم شونده به کسر عام

عدد صحیح کسر اعشار را بحیث عدد صحیح کسر عام قرار میدهیم، قسمت کسری عدد اعشاری را در صورت کسر و به تعداد خانه های اعشاری در مخرج پهلوی عدد 1 صفر ها می نویسیم. به مثال ها در صفحه بعدی توجه کنید.



مثال ۱۵.۶

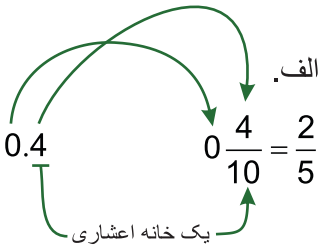
کسر های اعشاری ختم شونده ذیل را به کسر های عام تبدیل نمایید:

الف. 0.4 ج. 1.24

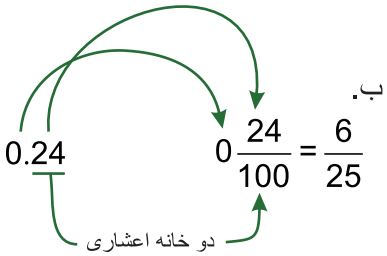
ب. 0.24 د. 12.42

حل:

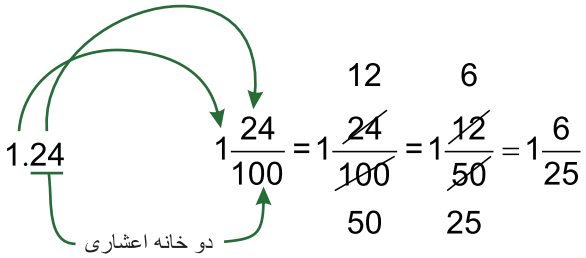
الف.



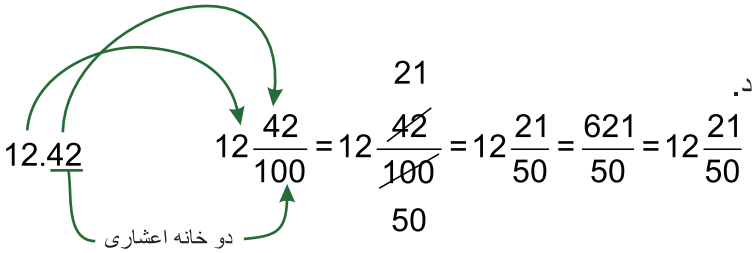
ب.



ج.



د.



تمرین: کسر های اعشاری ختم شونده ذیل را به کسر های عام تبدیل کنید:

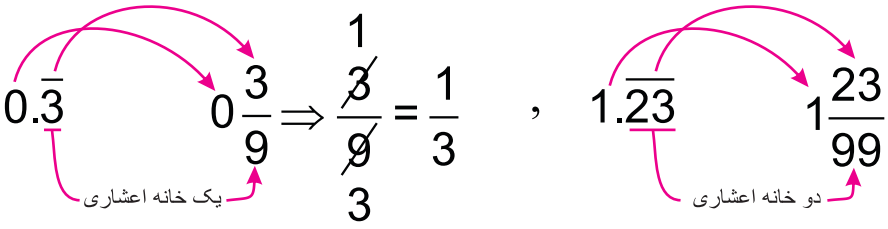
الف. 3.14

ب. 1.204

جواب: الف. $3\frac{7}{50}$ ب. $1\frac{51}{250}$

۱۵.۶ تبدیل کسر متوالی خالص به کسر عام

عدد صحیح را به حیث عدد صحیح کسر، عدد متوالی را در صورت کسر نوشته و به تعداد ارقام متوالی در مخرج رقم 9 را می نویسیم. به مثال ها در صفحه بعد توجه کنید.



۱۶.۶ مثال.....

کسر های اعشاری متوالی خالص ذیل را به کسر های عام تبدیل نمایید:

الف. $0.\overline{1}$ ب. $0.\overline{12}$ ج. $1.\overline{2}$ د. $2.\overline{14}$

حل:

الف. $0.\overline{1} \quad 0\frac{1}{9} = \frac{1}{9}$ (یک خانه اعشاری)

ب. $0.\overline{12} \quad 0\frac{12}{99} = \frac{4}{33}$ (دو خانه اعشاری)

ج. $1.\overline{2} \quad 1\frac{2}{9} = 1\frac{2}{9}$ (یک خانه اعشاری)

د. $2.\overline{14} \quad 2\frac{14}{99} = 2\frac{14}{99}$ (دو خانه اعشاری)

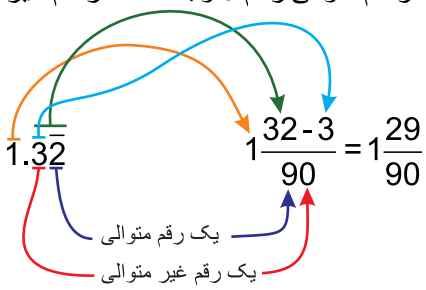
تمرین: کسر های اعشاری ختم شونده ذیل را به کسر های عام تبدیل کنید:

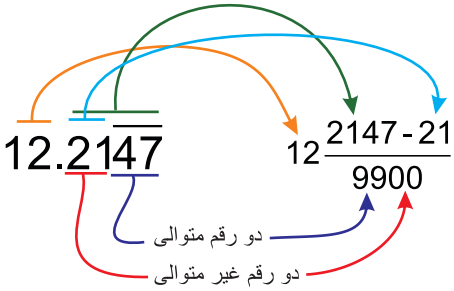
الف. $2.\overline{15}$ ب. $3.\overline{123}$

جواب: الف. $2\frac{5}{33}$ ب. $3\frac{41}{333}$

۱۶.۶ تبدیل کسر متوالی مختلط به کسر عام

برای این منظور ارقام اعشاری را در صورت نوشته و ارقام غیر متوالی اعشاری را از آن تفریق می کنیم. در مخرج به تعداد ارقام متوالی رقم 9 و به تعداد ارقام غیر متوالی اعشاری صفر ها می نویسیم. مثلاً:





$$12\frac{2147-21}{9900}=12\frac{2126}{9900}=12\frac{1063}{4950}$$

1063
4950

۱۷.۶ مثال.....

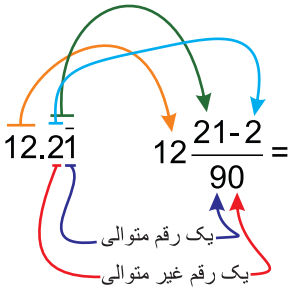
کسر های اعشاری متوالی مختلط ذیل را به کسر های عام تبدیل نمایید:

الف. $12.2\bar{1}$ ج. $17.0\overline{17}$

ب. $6.42\bar{5}$ د. $3.1\overline{2345}$

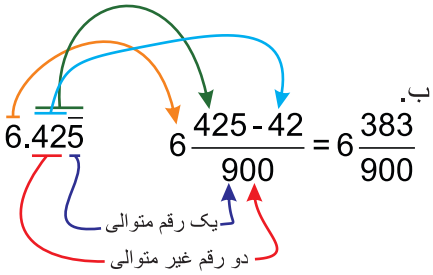
حل:

الف.



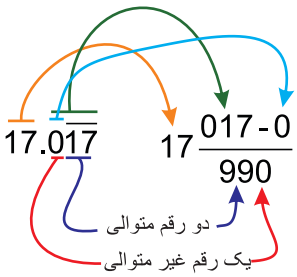
$$12\frac{21-2}{90}=12\frac{19}{90}$$

ب.



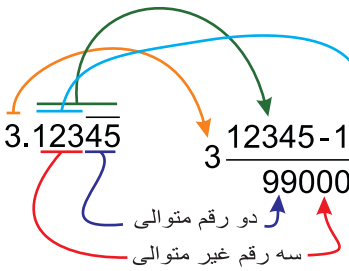
$$6\frac{425-42}{900}=6\frac{383}{900}$$

ج.



$$17\frac{017-0}{990}=17\frac{17}{990}$$

د.



$$3\frac{12345-123}{99000}=3\frac{12222}{99000}=3\frac{2037}{16500}$$

2037
16500

تمرین: کسر های اعشاری متوالی مختلط ذیل را به کسر های عام تبدیل کنید:

الف. $4.12\bar{3}$

ب. $12.12\overline{423}$

جواب: الف. $4\frac{111}{900}$ ب. $12\frac{4137}{33300}$

۱۷.۶ عملیه های جمع و تفریق کسرهای اعشار متوالی

در ابتدا کسر های اعشار متوالی را به کسر عام تبدیل کرده و بـعداً عملیه های جمع و تفریق آنها را انجام می دهیم. مانند مثال های ذیل:

۱۸.۶ مثال.....

عملیه های ذیل را اجرا کنید:

الف. $0.\overline{2}+1.\overline{4}$ ج. $6.\overline{3}-2.\overline{5}$

ب. $3.\overline{4}+6+4.25\overline{}$ د. $15.2\overline{3}-15.\overline{23}$

حل:

الف.

$$0.\overline{2}+1.\overline{4}=\frac{2}{9}+1\frac{4}{9}=\frac{2}{9}+\frac{13}{9}=\frac{2+13}{9}=\frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{9}_{3}}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}=\frac{5}{3}=1.\overline{6}$$

ب.

$$3.\overline{4}+6+4.25\overline{}=3\frac{4}{9}+6+4\frac{25-2}{90}=3\frac{4}{9}+6+4\frac{23}{90}$$

$$=3+6+4+\frac{40+23}{90}=13\frac{63}{90}=13\frac{7}{10}=\frac{137}{10}=13.7$$

ج.

$$6.\overline{3}-2.\overline{5}=6\frac{3}{9}-2\frac{5}{9}=\frac{57}{9}-\frac{23}{9}=\frac{57-23}{9}=\frac{34}{9}=3.\overline{7}$$

د.

$$15.2\overline{3}-15.\overline{23}=15\frac{23-2}{90}-15\frac{23}{99}=15\frac{21}{90}-15\frac{23}{99}$$

$$(11)\quad(10)$$

$$=\frac{1371}{90}-\frac{1508}{99}=\frac{15081-15080}{990}=\frac{1}{990}=0.00\overline{10}$$

تمرین: عملیه های ذیل را انجام دهید:

الف. $3.1\overline{2}+2.4\overline{8}$

ب. $2.3\overline{1}-2.\overline{2}$

جواب: الف. $5.6\overline{1}$ ب. $0.0\overline{8}$

۱۸.۶ عملیه های مختلط در کسرهای اعشار

انواع قوس ها را در فصل پنجم نیز مطالعه نموده ایم اما در اینجا نیز قابل ذکر است که قوس بـه سه نوع و قرار ذیل اند:

1-قوس کوچک () 2-قوس متوسط [] 3- قوس بزرگ {}

در محاسبات اکثراً چهار عملیه (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم) کسرها همزمان واقع می شوند

برای رفع آنها هر عملیه را به نوبت و محل آن اجرا می نماییم.به ترتیب اجرای آنها در پایان توجه کنید:

1- قوس ها را به ترتیب کوچک، متوسط و بزرگ رفع می کنیم.
2- توان را رفع می کنیم.
3- تقسیم یا ضرب را از چپ به راست انجام می دهیم.
4- در اخیر جمع و یا تفریق را از چپ به راست انجام می دهیم.

در این جا قابل ذکر است که جهت رفع عملیه های مختلط در تمام حالات از طریقه بیدماس (BEDMAS) استفاده کرده میتوانیم.
در صورت موجودیت کسر الکسر مطابق قوانین فصل پنجم بخش ۱۴.۵ عمل می کنیم.

۱۹.۶ مثال.....

عملیه های ذیل را اجرا کنید:

الف. $(3.2^2-2.4^2)(1.3+0.7)^2$

ب. $\dfrac{1.\bar{9}+2.\bar{9}+3.\bar{9}}{9.\bar{9}}$

ج. $\dfrac{0.002+0.02+0.2}{22.2}$

د. $\dfrac{\dfrac{4.5}{5}}{\dfrac{\left(3\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\right)}{2}}$

هـ. $1+\dfrac{1}{0.\bar{9}+\dfrac{1}{0.\bar{9}+\frac{1}{2}}}$

حل:

الف.

$$(3.2^2-2.4^2)(1.3+0.7)^2=\left[\left(\frac{32}{10}\right)^2-\left(\frac{24}{10}\right)^2\right]\left[\left(\frac{13}{10}\right)+\left(\frac{7}{10}\right)\right]^2$$

$$=\left[\left(\frac{\overset{16}{\cancel{32}}}{\underset{5}{\cancel{10}}}\times\frac{\overset{16}{\cancel{32}}}{\underset{5}{\cancel{10}}}\right)-\left(\frac{\overset{12}{\cancel{24}}}{\underset{5}{\cancel{10}}}\times\frac{\overset{12}{\cancel{24}}}{\underset{5}{\cancel{10}}}\right)\right]\left(\frac{13}{10}+\frac{7}{10}\right)^2=\left[\left(\frac{256}{25}\right)-\left(\frac{144}{25}\right)\right]\left(\frac{13+7}{10}\right)^2$$

$$=\left(\frac{256-144}{25}\right)\left(\frac{20}{10}\right)^2=\left(\frac{112}{25}\right)(2)^2=\frac{448}{25}=17\frac{23}{25}$$

ب.

$$\frac{1.\bar{9}+2.\bar{9}+3.\bar{9}}{9.\bar{9}}=\frac{1\frac{9}{9}+2\frac{9}{9}+3\frac{9}{9}}{9\frac{9}{9}}=\frac{\frac{18}{9}+\frac{27}{9}+\frac{36}{9}}{\frac{90}{9}}=\frac{2+3+4}{10}=\frac{9}{10}$$

ج.

$$\frac{0.002+0.02+0.2}{22.2}=\frac{0.002+0.020+0.200}{22.2}=\frac{0.222}{22.2}=\frac{0.222}{22.200}=\frac{\overset{1}{\cancel{222}}}{\underset{100}{\cancel{22200}}}=\frac{1}{100}$$

نوت

$0.\bar{9}=\dfrac{9}{9}=1$

$1.\bar{9}=1\dfrac{9}{9}=1+1=2$

$2.\bar{9}=3$

$12.\bar{9}=13$

د.

$$\frac{\frac{4.5}{5}}{\frac{\left(3\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\right)}{2}}=\frac{\frac{4.5}{5.0}}{\frac{\left(\frac{10}{3}\cdot\frac{1}{3}\right)}{2}}=\frac{\frac{45}{50}}{\frac{\left(\frac{10}{9}\right)}{2}}=\frac{\frac{45}{50}}{\frac{10}{9}\div\frac{2}{1}}=\frac{\frac{45}{50}}{\frac{10}{9}\cdot\frac{1}{2}}=\frac{\frac{45}{50}}{\frac{10}{18}}=\frac{45}{50}\div\frac{10}{18}$$

$$=\frac{\cancel{45}}{50}\cdot\frac{18}{\cancel{10}}=\frac{9}{50}\cdot\frac{\cancel{18}}{\cancel{2}}=\frac{9}{50}\cdot\frac{9}{1}=\frac{9\cdot9}{50}=\frac{81}{50}=1\frac{31}{50}$$

ه.

$$1+\frac{1}{0.\bar{9}+\frac{1}{0.\bar{9}+\frac{1}{2}}}=1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}=1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}}=1+\frac{1}{1+\frac{2}{3}}=1+\frac{1}{\frac{5}{3}}=1+\frac{3}{5}=1\frac{3}{5}$$

تمرین: عملیه های ذیل را اجرا کنید:

الف. $\frac{1}{2.\overline{90}}$ ب. $\frac{0.1}{0.\bar{1}}+\frac{0.2}{0.\bar{2}}+\frac{0.3}{0.\bar{3}}$

جواب: الف. $\frac{11}{32}$ ب. $\frac{27}{10}$

۱۹.۶ مختصر ساختن اعداد اعشاری (Round off)

قسمیکه ریاضیات را در فصل اول زبان قوانین طبیعت نامیده ایم.در اینجا نیز قابل ذکر است که ریاضیات با مقادیر و اندازه گیری ها سروکار دارد. در جریان اندازه گیری ها و محاسبات اکثراً با اعداد اعشاری مواجه می شویم که دارای خانه های اعشاری زیاد اند مثلاً: می خواهیم 15 کیلوگرام برنج را بالای 7 نفر مساویانه تقسیم کنیم.15 را بالای 7 تقسیم می کنیم. در نتیجه:

$$15\div7=2.142857142857142857\cdots$$

دیده می شود که برای هر نفر بقدر 2.14285714285⋯ کیلوگرام برنج می رسد. آیا با داشتن وسایل معمول که در دست داریم تا به این دقت حق را به حق دار رسانیده می توانیم؟
جواب واضح است . هر گز امکان پذیر نیست. ولی چرا؟
بخاطریکه هر خانه اعشاری از چپ به راست مقدار را در دهم حصه، صدم حصه، هزارم حصه و ... یک کمیت نشان می دهد و اگر مقدار فوق را مطالعه کنیم، نتیجه ذیل حاصل می شود:

2.1 4 2 8 5 7 1 4 2 8 5 7⋯

یک حصه در دهم حصه یک کیلوگرام
چهار حصه در صدم حصه یک کیلوگرام
دو حصه در هزارم حصه یک کیلوگرام
هشت حصه در ده هزارم حصه یک کیلوگرام
پنج حصه در صد هزارم حصه یک کیلوگرام
هفت حصه در ملیونم حصه یک کیلوگرام

. . . . . .

با وسایل دست داشته خود که روزمره با آن کار می کنیم (مثلاً:ترازو) یک کیلوگرام را تنها به هزار حصه تقسیم کرده می توانیم که هر حصه را یک گرام می نامیم. اما در مورد میلیونم حصه یک کیلو گرام چطور؟ البته که قادر به تقسیم کردن آن نخواهیم بود پس از همین جهت است که حق را کاملاً به حق دار رسانیده نمی توانیم پس راه حل چیست؟
برای این منظور در ریاضیات راه حل وجود دارد که خانه های اعشاری را محدود ساخته و جنبه عملی شدن چنین مسایل را امکان پذیر می سازد. این عملیه را روند آف می نامیم.

۲.۶ تعریف.....

با درنظرداشت یک دقت، کم کردن ارقام اعشاری را بنام عملیه روند آف یاد می کنیم.

بطور مثال : روند آف نمودن به سه خانه دقت اعشاری به این مفهوم است که عدد اعشاری باید سه رقم اعشاری داشته باشد(و رقم چهارم حذف شود). با در نظر داشت دقت داده شده ارقامی که باید حذف شوند مشخص می شوند.

۲.۴ مثال.....

با درنظرداشت دقت داده شده در اعداد ذیل اولین رقم قابل حذف را مشخص کنید:

الف. 2.14285714285 (سه خانه دقت اعشاری یا $\frac{1}{1000}=10^{-3}$.)

ب. 13.23544862146 (دو خانه دقت اعشاری یا $\frac{1}{100}=10^{-2}$.)

ج. 34.3345645459 (دو خانه دقت اعشاری یا $\frac{1}{100}=10^{-2}$.)

د. 456.12548645312 (چهار خانه دقت اعشاری یا $\frac{1}{10000}=10^{-4}$.)

حل:

الف.
داشتن سه خانه دقت اعشاری به این معنیٰ است که باید سه رقم اعشاری حفظ شود و رقم چهارم حذف شود. بناءً اولین رقم قابل حذف رقم 8 می باشد.

2.1 4 2 ⑧ ← اولین رقم قابل حذف

ب.
داشتن دو خانه دقت اعشاری به این معنیٰ است که باید دو رقم اعشاری حفظ شود و رقم سوم حذف شود. بناءً اولین رقم قابل حذف رقم 5 می باشد.

13. 2 3 ⑤ ← اولین رقم قابل حذف

ج.
داشتن دو خانه دقت اعشاری به این معنیٰ است که باید دو رقم اعشاری حفظ شود و رقم سوم حذف شود. بناءً اولین رقم قابل حذف رقم 4 می باشد.

34. 3 3 ④ ← اولین رقم قابل حذف

د.
داشتن چهار خانه دقت اعشاری به این معنیٰ است که باید چهار رقم اعشاری حفظ شود و رقم پنجم حذف شود. بناءً اولین رقم قابل حذف رقم 8 می باشد.

456. 1 2 5 4 ⑧ ← اولین رقم قابل حذف

تمرین: با درنظرداشت دقت داده شده در اعداد ذیل اولین رقم قابل حذف را مشخص کنید:

الف. 3.21456 (سه خانه دقت اعشاری یا $10^{-3}=\frac{1}{1000}$.)

ب. 5.452374 (چهار خانه دقت اعشاری یا $10^{-4}=\frac{1}{10000}$.)

جواب: الف. 5

ب. 7

شرایط روند آف:

1- اگر اولین رقم قابل حذف بزرگتر از 5 باشد، به رقم قبلی یک واحد اضافه میشود.

2- اگر اولین رقم قابل حذف کوچکتر از 5 باشد، ارقام حذف میشوند و به رقم قبلی یک واحد اضافه نمی شود.

3- اگر اولین رقم قابل حذف مساوی به عدد 5 باشد، دو حالت ذیل وجود دارد:

الف. اگر بعد از 5 ارقام دیگری موجود باشد، ارقام حذف میشوند و به رقم قبلی یک واحد علاوه می شود.

ب. اگر بعد از 5 ارقام دیگری موجود نباشد و یا هم ارقام بعدی عدد 5 صفر های باشد، ارقام حذف می شود و تنها زمانی یک واحد علاوه می گردد که رقم قبلی عدد 5، عدد طاق باشد و اگر رقم قبل از عدد 5 جفت باشد، یک واحد علاوه نمی گردد.

۶.۲۱ مثال.....

با درنظرداشت دقت داده شده اعداد ذیل را روند آف کنید:

الف. 4.62378 (چهار خانه دقت اعشاری یا $10^{-4}=\frac{1}{10000}$.)

ب. 8.46237 (سه خانه دقت اعشاری یا $10^{-3}=\frac{1}{1000}$.)

ج. 32.7867 (دو خانه دقت اعشاری یا $10^{-2}=\frac{1}{100}$.)

د. 42.3756 (دو خانه دقت اعشاری یا $10^{-2}=\frac{1}{100}$.)

هـ. 1.758852 (چهار خانه دقت اعشاری یا $10^{-4}=\frac{1}{10000}$.)

و. 4.62542 (سه خانه دقت اعشاری یا $10^{-3}=\frac{1}{1000}$.)

ح. 3.245 (دو خانه دقت اعشاری یا $10^{-2}=\frac{1}{100}$.)

ط. 4.365 (دو خانه دقت اعشاری یا $10^{-2}=\frac{1}{100}$.)

ی. 3.275 (دو خانه دقت اعشاری یا $10^{-2}=\frac{1}{100}$.)

ک. 4.355 (دو خانه دقت اعشاری یا $10^{-2}=\frac{1}{100}$.)

حل:

الف. اولین رقم قابل حذف رقم 8 می باشد و چون عدد 8 نسبت به 5 بزرگتر است. بناءً به رقم قبلی که عدد 7 می باشد یک واحد اضافه می کنیم. (در تمام جوابات اولین رقم قابل حذف به رنگ سرخ و رقم متاثر به رنگ سبز نشانی شده اند.)

4.62378 ⟶ 4.6238

ب. اولین رقم قابل حذف رقم 3 می باشد و چون عدد 3 نسبت به 5 کوچکتر است. بناءً به رقم قبلی که عدد 2 می باشد یک واحد اضافه نمی کنیم.

8.46237 ⟶ 8.462

ج. اولین رقم قابل حذف رقم 6 می باشد و چون رقم 6 نسبت به 5 بزرگتر است. بنابراً به رقم قبلی که عدد 8 می باشد یک واحد اضافه می کنیم.

$32.7867 \longrightarrow 32.79$

د. اولین رقم قابل حذف رقم 5 می باشد و چون بعد از رقم 5 ارقام دیگر نیز وجود دارد پس به رقم قبلی که عدد 7 می باشد یک واحد اضافه می کنیم.

$42.3756 \longrightarrow 42.38$

هـ. اولین رقم قابل حذف رقم 5 می باشد و چون بعد از رقم 5 ارقام دیگر نیز وجود دارد پس به رقم قبلی که عدد 8 می باشد یک واحد اضافه می کنیم.

$1.758852 \longrightarrow 1.7589$

و. اولین رقم قابل حذف رقم 4 می باشد و چون رقم 4 نسبت به عدد 5 کوچکتر می باشد. پس به عدد قبلی که عدد 5 می باشد یک واحد اضافه نمی کنیم.

$4.62542 \longrightarrow 4.625$

ح. اولین رقم قابل حذف رقم 5 می باشد و چون بعد از رقم 5 ارقام دیگروجود ندارد پس به رقم قبلی که عدد 4 می باشد یک واحد اضافه نمی کنیم.

$3.245 \longrightarrow 3.24$

ط. اولین رقم قابل حذف رقم 5 می باشد و چون بعد از رقم 5 ارقام دیگر وجود ندارد پس به رقم قبلی که عدد 6 می باشد یک واحد اضافه نمی کنیم.

$4.365 \longrightarrow 4.36$

ی. اولین رقم قابل حذف رقم 5 می باشد و چون بعد از رقم 5 ارقام دیگروجود ندارد و رقم قبلی یک عدد طاق می باشد پس به رقم قبلی که عدد 7 است یک واحد اضافه می کنیم.

$3.275 \longrightarrow 3.28$

ک. اولین رقم قابل حذف رقم 5 می باشد و چون بعد از رقم 5 ارقام دیگروجود ندارد و رقم قبلی یک عدد طاق می باشد پس به رقم قبلی که عدد 5 است یک واحد اضافه می کنیم.

$4.355 \longrightarrow 4.36$

تمرین: با در نظر داشت دقت داده شده اعداد ذیل را روند آف کنید:

الف. 3.2546 (سه خانه دقت اعشاری یا $\frac{1}{1000} = 10^{-3}$.)

ب. 22.735 (دو خانه دقت اعشاری یا $\frac{1}{100} = 10^{-2}$.)

جواب: الف. 3.255

ب. 22.74

۶.۲۲ مثال.....

با در نظر داشت دقت داده شده اعداد ذیل را روند آف کنید:

الف. $2.\overline{6}$ (سه خانه دقت اعشاری یا $\frac{1}{1000} = 10^{-3}$.)

ب. $2.\overline{6}$ (یک خانه دقت اعشاری یا $\frac{1}{10} = 10^{-1}$.)

ج. $7.\overline{4367}$ (سه خانه دقت اعشاری یا $\frac{1}{1000} = 10^{-3}$.)

د. $7.\overline{4367}$ (یک خانه دقت اعشاری یا $\frac{1}{10} = 10^{-1}$.)

حل:

الف. $2.\overline{6} = 2.66666\cdots = 2.667$

ب. $2.\overline{6} = 2.66666\cdots = 2.7$

ج. $7.\overline{4367} = 7.436743674367\cdots = 7.437$

د. $7.\overline{4367} = 7.436743674367\cdots = 7.4$

تمرین: عدد 0.4747 را به دقت سه خانه اعشاری و بعداً حاصل آنرا به دقت دو خانه اعشاری مختصر کنید.

جواب: مرحله اول: 0.475 مرحله دوم: 0.48

۱.۶ خلاصه فصل.....

- اعشار یک کلمه عربی بوده و از کلمه عشر که به معنیٰ 10 می باشد گرفته شده است. در ریاضی کسر های اعشار کسر های اند که مخرج های آنها عدد 10 و یا یکی از توان های عدد 10 باشد.

- اعداد اعشاری دو نوع اند:
1- اعداد اعشاری واقعی (عدد صحیح ندارند)
2- اعداد اعشاری مخلوط (با عدد صحیح)

- اعداد با دقت های مختلف را با گذاشتن صفر ها بعد از ارقام اعشاری (قسمت کسری)، هم دقت ساخته می توانیم.

- برای اجرای عملیه جمع و تفریق در اعداد اعشار، تمام اعداد داده شده را ابتدا هم دقت ساخته و سپس عملیه ها را مانند اعداد طبیعی اجرا می کنیم و علامه اعشاری را به نوبت آن می نویسیم.

- برای اجرای عملیه ضرب اعداد اعشاری، اعداد داده شده را بدون در نظر داشت علامه اعشاری با هم ضرب می نماییم و در اخیر به قدر مجموع خانه های اعشاری تمام اعداد داده شده، در حاصل ضرب علامه اعشاری را از طرف راست حساب کرده، می نویسیم.

- برای اجرای عملیه تقسیم در اعداد اعشاری، ابتدا تمام اعداد داده شده را هم دقت می سازیم و سپس چون تمام اعداد هم دقت شده اند، علامه اعشاری مقسوم و مقسوم علیه را اختصار می نماییم.
عملیه تقسیم را مانند عملیه تقسیم در اعداد طبیعی اجرا می کنیم.
قابل یاد آوری است که طریقه فوق یک طریق کلی بوده و در تمام حالت قابل تطبیق می باشد.

- برای مقایسه اعداد اعشاری، تمام اعداد داده شده را هم دقت ساخته و بعداً بدون در نظر داشت علامه اعشاری، اعداد را با هم مقایسه می کنیم. قابل یاد آوری است اگر یکی از اعداد اعشاری کوچکتر از 1 (مانند: 0.001, 0.3, 0.2) باشد، علامه اعشاری را مد نظر می گیریم.

- اعداد اعشاری (کسر های اعشار) از نگاه دیگر بدو نوع اند:
1- اعداد اعشاری ختم شونده
2- اعداد اعشاری ختم نا شونده

- اعداد اعشاری ختم ناشونده بدو نوع اند:
1- اعداد اعشاری ختم ناشونده تکراری
2- اعداد اعشاری ختم نا شونده غیر تکراری

- اعداد اعشاری ختم ناشونده تکراری بدو نوع اند:
1- اعداد اعشاری ختم ناشونده تکراری خالص
2- اعداد اعشاری ختم نا شونده تکراری مختلط

- برای تبدیل کسر های عام به کسر های اعشار، صورت کسر داده شده را بالای مخرج آن تقسیم می کنیم.

- برای تبدیل کسر های اعشار ختم شونده به کسر های عام، عدد صحیح کسر اعشار را بحیث عدد صحیح و قسمت کسری عدد اعشاری را در صورت کسر و به تعداد خانه های اعشاری در مخرج پهلوی عدد 1 صفر ها می نویسیم.

- برای تبدیل کسر های اعشاری متوالی خالص به کسر عام، عدد صحیح را به حیث عدد صحیح، عدد متوالی را در صورت و به تعداد ارقام متوالی در مخرج رقم 9 را می نویسیم.

- برای تبدیل کسر های اعشاری متوالی مختلط به کسر های عام، عدد صحیح را به حیث عدد صحیح نوشته، ارقام اعشاری (قسمت کسری) را در صورت می نویسیم و سپس اعداد غیر متوالی اعشاری را از آن تفریق می کنیم. در مخرج نیز به تعداد ارقام متوالی رقم 9 را و به تعداد ارقام غیر متوالی اعشاری، صفر ها می نویسیم.

- برای اجرای عملیه های جمع، تفریق، ضرب و تقسیم بالای اعداد اعشاری متوالی، تمام اعداد داده شده را ابتدا به کسر های عام تبدیل کرده و سپس عملیه های فوق را اجرا می کنیم.

- در حساب سه نوع قوس وجود دارد:
۱- قوس بزرگ { }
۲- قوس متوسط [ ]
۳- قوس کوچک ( )

- برای ترتیب اجرای عملیه ها به شکل ذیل عمل می کنیم:
1- قوس ها را به ترتیب کوچک، متوسط و بزرگ رفع می کنیم.
2- توان را رفع می کنیم.
3- تقسیم یا ضرب را از چپ به راست انجام می دهیم.
4- جمع و یا تفریق را از چپ به راست انجام می دهیم.

- با در نظر داشت یک دقت، کم کردن ارقام اعشاری را بنام عملیه روند آف یاد می کنیم.

1- اگر اولین رقم قابل حذف بزرگتر از 5 باشد، به رقم قبلی یک واحد اضافه میشود.

2- اگر اولین رقم قابل حذف کوچکتر از 5 باشد، ارقام حذف میشوند و به رقم قبلی یک واحد اضافه نمی شود.

3- اگر اولین رقم قابل حذف مساوی به عدد 5 باشد، دو حالت ذیل وجود دارد:

الف.اگر بعد از 5 ارقام دیگری موجود باشد، ارقام حذف میشوند و به رقم قبلی یک واحد علاوه می شود.

ب. اگر بعد از 5 ارقام دیگری موجود نباشد و یا هم ارقام بعدی عدد 5 صفر های باشد، ارقام حذف می شود و تنها زمانی یک واحد علاوه می گردد که رقم قبلی عدد 5، عدد طاق باشد و اگر رقم قبل از عدد 5 جفت باشد، یک واحد علاوه نمی گردد.

سوالات تشریحی...

1- کسر اعشار به چه معنی است؟
2- اعداد اعشاری واقعی را تعریف کنید.
3- اعداد اعشاری مخلوط چگونه اعداد هستند؟
4- آیا نوشتن صفر ها بعد از عدد اعشاری، قیمت آن را تغییر می دهد یا خیر؟
5- طرز نوشتاری و طبقه بندی اعداد اعشاری چگونه می باشد با مثال واضح سازید.
6- دقت در اعداد اعشاری چیست؟
7- دقت در اعداد اعشاری را به چند طریقه نشان داده می توانیم؟
8- اعداد اعشاری را چگونه هم دقت ساخته می توانیم؟
9- عملیه جمع اعداد اعشاری چگونه اجرا می شود؟
10- عملیه تفریق اعداد اعشاری چگونه اجرا می شود؟
11- عملیه ضرب اعداد اعشاری چگونه اجرا می شود؟
12- عملیه تقسیم اعداد اعشاری چگونه اجرا می شود؟
13- اعداد اعشاری را چگونه با هم مقایسه می کنیم؟
14- اعداد اعشاری ختم شونده و ختم ناشونده را تعریف نموده با مثال واضح سازید.
15- اعداد اعشاری ختم ناشونده به چند شکل اند؟
16- اعداد اعشاری ختم ناشونده تکراری به چند شکل اند، هر یک را تعریف نموده با مثال واضح سازید.
17- اعداد اعشاری ختم ناشونده را به کدام شکل ارایه می کنیم؟
18- کسر های عام را چگونه به کسر های اعشاری تبدیل می کنیم؟
19- برای تبدیل کسر اعشار ختم شونده به کسر عام کدام مراحل را باید اجرا نماییم؟
20- برای تبدیل کسر متوالی خالص به کسر عام کدام مراحل را باید اجرا نماییم؟
21- برای تبدیل کسر متوالی مختلط به کسر عام کدام مراحل را باید اجرا نماییم؟
22- ترتیب اجرای عملیه ها مختلط در کسر های اعشار را بیان کنید.
23- مختصر ساختن اعداد اعشاری یا روند آف چیست؟
24- شرایط روند آف را شرح دهید.

سوالات حل شدنی...

25- اعداد اعشاری ذیل را طبقه بندی نمایید:

الف. 1.45	هـ. 4578.21
ب. 1.456	و. 4.000321
ج. 1.4567	ز. 7040.4503
د. 1.4	ح. 4005.50012

26- دقت اعشاری اعداد ذیل را تعیین کنید:

الف. 2.4
ب. 2.001
ج. 2.00010
د. 2.110001

27- اعداد اعشاری ذیل را هم دقت سازید:

الف. 4.65 و 2.3	هـ. 45.02 و 87.04500
ب. 2.31 و 2.0	و. 23.100 و 0.23100
ج. 0.12 و 11.4	ز. 7.00000 و 700000
د. 1111.1 و 1.1111	ح. 12.2013و 12201.3

28- عملیه های جمع ذیل را انجام دهید:

الف. 12.01+1.12	هـ. 6.30+0.004
ب. 2.30+1.22	و. 46.0005+2.310
ج. 11.12+3.1	ز. 6.5201+0.00354
د. 3.060+4.52	ح. 45.5200+10.0002

29- عملیه های تفریق ذیل را انجام دهید:

الف. 3.21 - 2.01	هـ. 15.5 - 0.00001
ب. 4.526 - 0.216	و. 45.2005 - 0.1
ج. 22.06 - 11.410	ز. 6 - 3.210
د. 3.0220 - 1.050	ح. 7 - 3.5020

30- عملیه های ضرب ذیل را اجرا کنید:

الف. $12 \cdot 0.5$
ب. $14 \cdot 0.2$
ج. $150 \cdot 0.25$
د. $2.40 \cdot 1.21$
هـ. $0.002 \cdot 0.002$
و. $5.231 \cdot 0.001$
ز. $100 \cdot 0.02$
ح. $10000 \cdot 0.04$

31- عملیه های تقسیم ذیل را اجرا کنید:

الف. $13.5 \div 3$
ب. $12.12 \div 4$
ج. $125.25 \div 5$
د. $0.00099 \div 9$
هـ. $32.22 \div 0.4$
و. $5.231 \div 0.001$
ز. $3.456 \div 1000$
ح. $0.0256 \div 10000$

32- اعداد اعشاری ذیل را مقایسه کنید:

الف. 4.65 و 4.3
ب. 2.32 و 14.0
ج. 0.120 و 2.031
د. 2.1 و 2
هـ. 5.9 و 6
و. 8.720 و 8
ز. 1.1 و 0.002
ح. 0.0043 و 0.01

33- کسر های عام ذیل را به کسر های اعشاری تبدیل کنید.

الف. $\frac{1}{2}$
ب. $\frac{3}{4}$
ج. $\frac{4}{5}$
د. $\frac{1}{6}$
هـ. $\frac{1}{3}$
و. $\frac{5}{7}$
ز. $\frac{13}{3}$
ح. $\frac{22}{5}$

34- کسر های اعشار ذیل را به کسر های عام تبدیل کنید:

الف. 0.5
ب. 0.75
ج. 1.12
د. 2.14
هـ. 5.001
و. 22.025
ز. 3.0000
ح. 2.0000

35- کسر های اعشار ذیل را به کسر های عام تبدیل کنید:

الف. $1.\overline{3}$
ب. $1.\overline{18}$
ج. $2.\overline{6}$
د. $2.\overline{9}$

36- کسر های اعشار ذیل را به کسر های عام تبدیل کنید:

الف. $2.1\overline{2}$
ب. $6.0\overline{12}$
ج. $3.2\overline{3}$
د. $4.22\overline{43}$

37- عملیه های ذیل را اجرا کنید:

الف. $0.\overline{2}+1.1$
ب. $3.\overline{213}-1.\overline{2}$
ج. $4.1\overline{23}+2.44\overline{5}$
د. $3.1\overline{25}+1.12\overline{3}$

38- عملیه های مختلط ذیل را اجرا کنید:

الف. $0.12+0.13-1.25$
ب. $(3.2^2-0.01)\cdot(0.01)$
ج. $(2.\overline{9}-0.12)\div 2$
د. $\left[(0.\overline{3})^2-0.001\right]\cdot 0.05+0.1$
هـ. $\frac{2+0.2}{1-0.9}-\frac{0.2-0.02}{0.03}$
و. $\frac{4.\overline{2}-3.4}{0.22}$
ز. $\frac{0.\overline{7}}{0.\overline{07}}\cdot\frac{0.\overline{11}}{1.\overline{1}}$
ح. $3+\frac{2}{0.\overline{9}+\frac{2}{0.\overline{9}+1}}$

39- اعداد اعشاری ذیل را به دقت های داده شده روند آف کنید:

الف. $(10^{-3})\ 5.4563$
ب. $(10^{-2})\ 3.2534$
ج. $(10^{-3})\ 4.7899$
د. $(10^{-4})\ 4.32154$
هـ. $(10^{-2})\ 6.457$
و. $(10^{-1})\ 5.502$
ز. $(10^{-4})\ 3.2135$
ح. $(10^{-3})\ 6.2352$
ط. $(10^{-2})\ 9.8500$
ی. $(10^{-1})\ 8.654$
ک. $(10^{-2})\ 23.260$
ل. $(10^{-4})\ 6.32155$
م. $(10^{-5})\ 6.32566$
ن. $(10^{-5})\ 5.55555$

فصل ۷

نسبت و تناسب

در این فصل ...

- ۱.۷ نسبت
- ۲.۷ انواع نسبت
- ۳.۷ میزان
- ۴.۷ دریافت نسبت های معادل
- ۵.۷ تقسیم یک کمیت به یک نسبت معین
- ۶.۷ تناسب
- ۷.۷ دریافت حد مجهول در تناسب
- ۸.۷ وسط تناسب
- ۹.۷ وسط حسابی و اوسط حسابی
- ۱۰.۷ وسط هندسی
- ۱۱.۷ انواع تناسب
- ۱۲.۷ تناسب مستقیم
- ۱۳.۷ ثابت تناسب
- ۱۴.۷ طریقه نوشتن رابطه تناسب مستقیم
- ۱۵.۷ تناسب معکوس
- ۱۶.۷ طریقه نوشتن رابطه تناسب معکوس
- ۱۷.۷ تناسب مرکب
- ۱۸.۷ طریقه نوشتن رابطه تناسب مرکب
- ۱۹.۷ دریافت جز از کُل و کُل از جز
- ۲۰.۷ احدیت

در این فصل محاسبات مالی را که روزمره با آن بیشتر مواجه می شویم مورد مطالعه و بررسی قرار می دهیم.

۱.۷ نسبت

قد علی 1 متر و 20 سانتی متر و قد کاکایش 1 متر و 80 سانتی متر است. برای مقایسه قد علی و کاکایش یک حاصل تقسیم را می نویسیم.

$$\frac{\text{قد علی}}{\text{قد کاکایش}} = \frac{120\text{ cm}}{180\text{ cm}} = \frac{2}{3}$$

از محاسبات فوق چنین نتیجه می شود که قد علی دو سوم قد کاکایش می باشد. عدد فوق هم یک حاصل تقسیم است و هم یک نسبت می باشد.

۱.۷ تعریف.....

نسبت عبارت از مقایسه دو کمیت می باشد. نسبت را با تقسیم کردن و یا تفریق کردن دو کمیت هم جنس بدست می آوریم.

نسبت را در بعضی کتب چنین نیز تعریف می کنند:

۲.۷ تعریف.....

نسبت نشان می دهد که یک کمیت چند مرتبه شامل یک کمیت دیگر می باشد. ویا نسبت رابطه بین دو کمیت را نشان می دهد.

با وجود تعریف های مختلف اما مفهوم تمام آنها یکسان می باشد. نسبت به طور خلاصه مقایسه دو کمیت می باشد. نسبت را در تعریفات و مثال های ذیل نیز توضیح می توانیم:

1- نسبت حاصل تفریق دو کمیت است که نشان میدهد کمیت اولی چه مقدار از کمیت دومی بزرگتر و یا کوچکتر می باشد.
بطور مثال: 4 = 2-6 میباشد. عدد 4 نسبت بین اعداد 6 و 2 است. همچنان نشان دهنده بزرگ بودن عدد 6 بقدر 4 واحد نسبت به 2 می باشد.
2- نسبت حاصل تقسیم دو کمیت است که نشان میدهد کمیت اولی چند برابر کمیت دومی است.
بطور مثال: $\frac{6}{3} = 2$ می باشد. عدد 2 نسبت بین اعداد 6 و 3 است. همچنان نشان می دهد که عدد 6 دو برابر عدد 3 می باشد.

۲.۷ انواع نسبت

نسبت ها به دو نوع تقسیم شده اند.



1- نسبت حسابی: عبارت از حاصل تفریق اعداد داده شده است. نسبت حسابی را به حرف d نشان می دهند.

۱.۷ مثال.....

نسبت حسابی بین اعداد ذیل را دریابید:

الف. 16 و 8

ب. 14 و 5

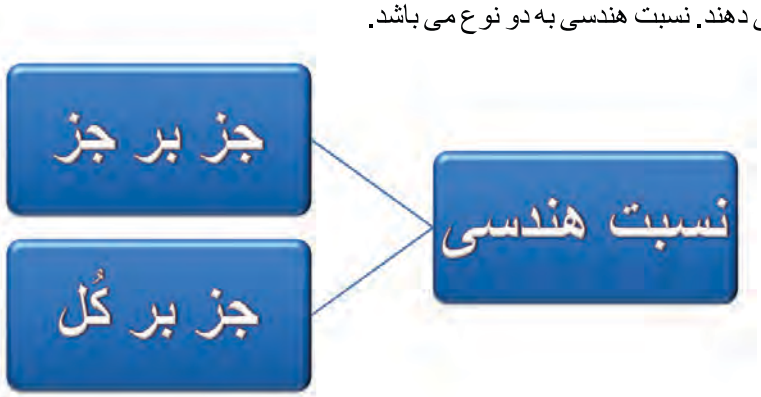
حل:

الف. 16 - 8 = 8 ب. 14 - 5 = 9

تمرین: نسبت حسابی بین اعداد 8 و 3 را دریابید.

جواب: 5

2- نسبت هندسی: عبارت از حاصل تقسیم اعداد داده شده است. نسبت هندسی را به حرف r نشان می دهند. نسبت هندسی به دو نوع می باشد.



الف. نسبت هندسی جز بر جز: نسبت هندسی است که هر دو اجزای آن یک بخش از یک مجموعه بزرگ می باشد. مثلاً :نسبت بین نفوس کابل و پاریس یک نسبت جز بر جز می باشد. چون نفوس کابل و پاریس هردو اجزای نفوس جهان هستند.

ب. نسبت هندسی جز بر کل: نسبت هندسی است که یک جز آن در جز دیگرشامل می باشد. مثلاً :نسبت بین نفوس کابل و نفوس تمام جهان یک نسبت جز بر کل می باشد. چون تمام نفوس کابل در نفوس جهان شامل است.

نسبت هندسی نشان می دهد که یک کمیت چند برابر یک کمیت دیگر است. اگر a کمیت اولی و b کمیت دومی باشد (b خلاف صفر)، برای مقایسه آنها نسبت بین آنها را از روابط ذیل بدست می آوریم:

$$\frac{a}{b}\ (b \neq 0) \qquad \text{یا:} \qquad a : b\ (b \neq 0)$$

و طور ذیل خوانده می شود: « نسبت بین a و b »

مثلاً :نسبت بین اعداد 15 و 45 را دریافت می کنیم:

نسبت بین اعداد 15 و 45 : $\frac{15}{45}$ ویا: $15 : 45$ و همچنان: $\frac{1}{3}$

نوت

در حساب زمانیکه تنها کلمه نسبت ذکر شود هدف آن نسبت هندسی می باشد.

نوت

نسبت هندسی واحد ندارد.

نوت

نسبت هندسی را به خط بر (——) و یا علامه شارحه (:) نشان می دهند.

همیشه در محاسبات با نسبت ها، بسیار خوب است که نسبت ها را به ساده ترین شکل آن داشته باشیم. در نسبت فوق ساده ترین شکل آن کسر $\frac{1}{3}$ است.

۳.۷ تعریف .....

یک نسبت زمانی به ساده ترین شکل آن ارایه می شود که هردو اجزای نسبت نظر به همدیگر اولیه باشند.

نوت

هرگاه بزرگترین قاسم مشترک دو عدد، عدد 1 باشد، اعداد نظر به همدیگر اولیه می باشند.

چون نسبت خود یک کسر است بناً تمام قوانین در کسر ها را بالای نسبت ها نیز تطبیق کرده می توانیم. مثلاً: تقسیم و ضرب نسبت ها را به اساس قوانین کسر ها انجام داده می توانیم.

۲.۷ مثال .....

در یک مرکز آموزشی 300 نفر شاگرد از طبقه ذکور، 50 نفر از طبقه اناث، 20 نفر استاد از طبقه ذکور و 5 نفر استاد از طبقه اناث می باشد. نسبت های ذیل را به ساده ترین شکل آن پیدا کرده، معنیٰ و نوعیت هر کدام را واضح سازید.

الف. نسبت بین تعداد شاگردان ذکور و اناث.

ب. نسبت بین تعداد شاگردان اناث و تمام شاگردان.

ج. نسبت بین تعداد استادان ذکور و اناث.

د. نسبت بین تعداد استادان ذکور و تمام استادان.

ه. نسبت بین تعداد تمام شاگردان و استادان.

حل:

برای ساده ساختن حل سوال، معلومات ذیل را جداگانه می نویسیم.

تعداد شاگردان ذکور = 300 تعداد استادان ذکور = 20

تعداد شاگردان اناث = 50 تعداد استادان اناث = 5

تعداد تمام شاگردان = 350 تعداد تمام استادان = 25

الف. نسبت را به شکل ذیل پیدا می کنیم:

$$\frac{\text{تعداد شاگردان ذکور}}{\text{تعداد شاگردان اناث}} = \frac{300}{50} = \frac{6}{1} = 6 \quad (\text{ویا}) \quad 6:1$$

نسبت فوق یک نسبت جز بر جز می باشد ومعنیٰ ذیل را افاده می کند:
تعداد شاگردان ذکور شش برابر تعداد شاگردان اناث است.

ب. نسبت را به شکل ذیل پیدا می کنیم:

$$\frac{\text{تعداد شاگردان اناث}}{\text{تعداد تمام شاگردان}} = \frac{50}{350} = \frac{1}{7} \quad (\text{ویا}) \quad 1:7$$

نسبت فوق یک نسبت جز بر کل می باشد و معنیٰ ذیل را افاده می کند:
تعداد شاگردان اناث یک هفتم حصه تمام شاگردان است. و یا تعداد تمام شاگردان هفت برابر تعداد شاگردان اناث می باشد.

ج. نسبت را به شکل ذیل پیدا می کنیم:

$$\frac{\text{تعداد استادان ذکور}}{\text{تعداد استادان اناث}} = \frac{20}{5} = \frac{4}{1} = 4 \quad \text{(ویا)} \quad 4:1$$

نسبت فوق یک نسبت جز بر جز می باشد. معنیٰ ذیل را افاده می کند:
تعداد استادان ذکور چهار برابر تعداد استادان اناث است.

د. نسبت را به شکل ذیل پیدا می کنیم:

$$\frac{\text{تعداد استادان ذکور}}{\text{تعداد تمام استادان}} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5} \quad \text{(ویا)} \quad 4:5$$

نسبت فوق یک نسبت جز بر کل می باشد. معنیٰ ذیل را افاده می کند:
تعداد استادان ذکور چهارپنجم حصه تعداد تمام استادان می باشد. و یا اگر تعداد تمام استادان را به پنج حصه مساوی تقسیم کنیم چهار حصه آنرا استادان ذکور و یک حصه آنرا استادان اناث تشکیل می دهد.

هـ. نسبت را به شکل ذیل پیدا می کنیم:

$$\frac{\text{تعداد تمام شاگردان}}{\text{تعداد تمام استادان}} = \frac{350}{25} = \frac{14}{1} = 14 \quad \text{(ویا)} \quad 14:1$$

نسبت فوق یک نسبت جز بر جز می باشد. چون تعداد یکی شامل تعداد دیگری نمی باشد ومعنیٰ ذیل را افاده می کند:
تعداد تمام شاگردان چهارده برابر تعداد تمام استادان است. و یا هم بطور غیر حقیقی یا فرضی برای هر چهارده نفر شاگرد یک نفر استاد تدریس می کند.

تمرین: نسبت بین اعداد 22 و 16 را دریابید.
جواب: $\frac{11}{8}$

۱.۷ رهنمای حل سوالات.....

برای حل سوالات نسبت نکات ذیل را در نظر گیرید:
1- کمیت که اولاً ذکر می شود در صورت کسر و کمیت که ثانیاً ذکر می شود در مخرج کسر می نویسیم.
2- برای اینکه نسبت بین کمیت ها پیدا شود واحد اندازه گیری آنها باید یکسان باشد (بطور مثال واحدات زمان به ساعت، دقیقه و ثانیه می باشد. برای دریافت نسبت آنها باید همه از جنس عین واحد نوشته شوند).

۳.۷ مثال.....

نسبت بین 2 ساعت و 90 دقیقه را دریابید.

حل:
چون واحدات هر دو اجزای نسبت یکسان نمی باشد، بناءً 2 ساعت را به دقیقه و یا 90 دقیقه را به ساعت تبدیل کرده و نسبت را پیدا می کنیم.

مرحله اول: 120دقیقه = 2 ساعت

مرحله دوم: چون در ابتدا دو ساعت ذکر شده بنابراً 2 ساعت (120 دقیقه) را در صورت می نویسیم.

$$\frac{120\ \text{دقیقه}}{90\ \text{دقیقه}} = \frac{4}{3}$$

همچنان اگر 90 دقیقه را به ساعت تبدیل نموده و نسبت را پیدا نماییم باز هم نتیجه عین نسبت می شود.

مرحله اول: 1.5 ساعت = 90 دقیقه

مرحله دوم:

$$\frac{2\ \text{ساعت}}{1.5\ \text{ساعت}} = \frac{2}{\frac{15}{10}} = \frac{2}{1} \cdot \frac{10}{15} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

تمرین: نسبت بین 1 kg آرد و 200 g آرد را دریابید.

جواب: 5

۴.۷ مثال.....

نسبت بین 500 cc و 2 liter را دریابید. (1 liter = 1000 cc)

حل:

چون واحدات اندازه گیری مختلف اند. در ابتدا 2 لیتر را به سی سی تبدیل نموده بعداً نسبت آنها را پیدا می کنیم.

مرحله اول: 2 liter = 2000 cc

مرحله دوم :

$$\frac{500\ cc}{2000\ cc} = \frac{1}{4}$$

و یا:

مرحله اول: 500 cc = 0.5 liter

مرحله دوم :

$$\frac{0.5\ \text{liter}}{2\ \text{liter}} = \frac{0.5}{2.0} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

تمرین: نسبت بین 50 cm و 4 m متر را دریابید.(1m = 100 cm)

جواب: $\frac{1}{8}$

۳.۷ میزان

گاهی اوقات چنین واقع می شود که برای مقایسه نمودن کمیت ها نسبت های را باید تشکیل دهیم که اجزای آن دارای واحدات یکسان نمی باشند. به جملات ذیل توجه کنید:
" احمد فاصله 10 km را در 2 ساعت طی نمود." ویا:
" مسعود 12 قلم را به 24 افغانی خرید."
واحدات فوق مثل کیلومتر، ساعت، تعداد قلم و پول همه واحدات مختلف اند. در بالا واحدات مختلف را با هم مقایسه نموده ایم. مقایسه دو کمیت مختلف را میزان می نامیم.

۴.۷ تعریف.....

میزان عبارت از مقایسه دو کمیت غیر متجانس می باشد.

چون در پیدا کردن میزان واحدات یکسان نمی باشند. بناءً برای نوشتن میزان بر علاوه ذکر قیمت عددی میزان (به شکل عدد اعشاری یا کسری) واحدات آن را نیز ذکر می کنیم. میزان را اکثراً در فی واحد می نویسند. مثلاً: سرعت که یک نوع میزان می باشد. معمولاً در فی واحد ساعت و یا ثانیه محاسبه می شود (نوشتن سرعت به شکل 60 km / 2 h معمول نمی باشد.)

۵.۷ تعریف.....

میزان واحد عبارت از میزانی است که کمیت اولی را با یک واحد کمیت دومی مقایسه می نماید.

مثلاً: مثال فوق را به شکل میزان واحد می نویسیم.
« احمد با سرعت 5 km/h فاصله را طی نمود » (مقایسه فاصله فی واحد زمان) ویا:
« قیمت قلم های مسعود، قلم / افغانی 2 می باشد » (مقایسه قیمت فی واحد قلم)
سرعت 10 km / 2 h یک میزان واحد نمی باشد. چون هر دو کمیت در بزرگتر از یک واحد مقایسه شده اند.

۵.۷ مثال.....

تمام میزان های ذیل را به شکل میزان واحد بنویسید:

الف. احمد 150 km را در 5 ساعت طی نمود.

ب. موتر محمود در 100 km ، 16 liter تیل مصرف نمود.

ج. احمد درشش ماه 90000 افغانی عاید نمود.

د. قیمت یک جوره کتابچه 80 افغانی می باشد.

حل:

الف. $\frac{150\ km}{5\ h} = 30\ km/h$ و چنین خوانده می شود: « 30 کیلومتر فی ساعت»

30

1

ب. $\frac{\cancel{100}\ km}{\cancel{16}\ liter} = \frac{25\ km}{4\ h} = 6.25\ km/liter$ و چنین خوانده می شـود: « 6.25 کیلومتر فی لیتر »

ج. $\frac{\text{افغانی } \cancel{90000}}{\text{ماه } \cancel{6}} = 15000$ افغانی/ماه و چنین خوانده می شـود: « 15000 افغانی فی ماه»

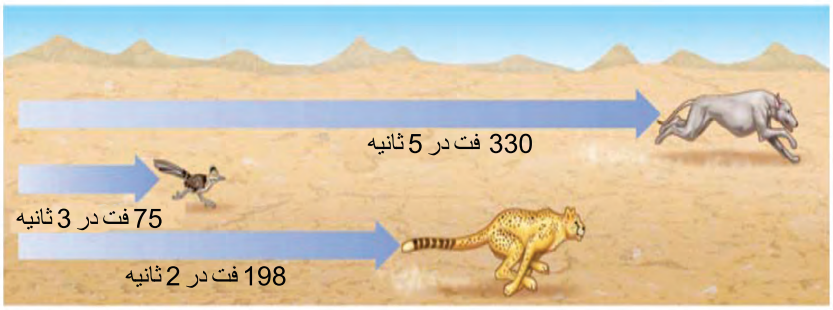
د. $\frac{\text{افغانی } \cancel{80}}{\text{کتابچه } \cancel{2}} = 40$ افغانی/کتابچه و چنین خوانده می شود: « 40 افغانی فی کتابچه»

تمرین : با 3200 افغانی 4 عدد قالین خریداری شده می تواند. موضوع فوق را بـه شـکل میزان واحد بنویسید.

جواب: 8000 افغانی/قالین

۶.۷ مثال.....

قرار شکل سریعترین حیوان کدام است؟



حل:

برای اینکه فهمیده شود کدام حیوان سرعت زیاد دارد، باید میزان فاصله بـر زمان را پیدا کنیم. هر میزانی که بزرگترین باشد زیاد ترین سرعت را نشان می دهد.

$$\frac{330\ ft}{5\ s} = 66\ ft/s \qquad \frac{75\ ft}{3\ s} = 25\ ft/s \qquad \frac{198\ ft}{2\ s} = 99\ ft/s$$

از نسبت های فوق معلوم می شود که سریعترین حیوان پلنگ می باشد.

نوت

$ft =$ فت

$s =$ ثانیه

تمرین: با 7800 افغانی 12 متر تکه خریداری شده می تواند. موضوع فوق را به شکل میزان واحد بنویسید.

جواب: $\frac{650 \text{ افغانی}}{\text{متر تکه}}$

۴.۷ دریافت نسبت های معادل

1- دریافت نسبت ها ی معادل نظر به مجموع حدود:

برای دریافت نسبت های معادل به یک نسبت داده شده نظر به مجموع حدود آن ، مجموع حدود نسبت معادل (خواسته شده) را بالای مجموع حدود نسبت داده شده تقسیم می کنیم و حاصل تقسیم را در صورت و مخرج ضرب می نماییم.

نوت

نسبت معادل به یک نسبت داده شده نسبتی را گویند که صورت و مخرج آن از نسبت اولی فرق داشته ولی در صورت اختصار هر دو نسبت عین عدد را نشان دهد.

۷.۷ مثال.....

یک نسبت معادل به $\frac{3}{5}$ را دریابید که مجموع حدود آن 16 باشد.

حل:

$$\text{نسبت داده شده} = \frac{3}{5}$$

$$\text{مجموع حدود نسبت داده شده} = 3+5 = 8$$

$$\text{مجموع حدود نسبت معادل (خواسته شده)} = 16$$

برای اینکه نسبت معادل به نسبت داده شده را در حالی دریابیم که مجموع حدودش یا اجزای آن 16 شود طور ذیل عمل می کنیم:

$$\frac{\text{مجموع حدود نسبت معادل}}{\text{مجموع حدود نسبت داده شده}} = \frac{16}{8} = 2$$

$$\text{نسبت معادل} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$$

دیده می شود که مجموع حدود نسبت معادل 16 می شود.

تمرین: یک نسبت معادل به $\frac{3}{5}$ را دریابید که مجموع حدود آن 160 باشد.

جواب: $\frac{60}{100}$

۸.۷ مثال.....

یک نسبت معادل به $\frac{2}{7}$ را دریابید که مجموع حدود آن 36 باشد.

حل:

$$\text{نسبت داده شده} = \frac{2}{7}$$

$$\text{مجموع حدود نسبت داده شده} = 2+7 = 9$$

$$\text{مجموع حدود نسبت معادل (خواسته شده)} = 36$$

در اینجا نیز باید نظر به مجموع حدود، نسبت معادل را پیدا کنیم. برای این منظور از مراحل ذیل استفاده نموده نسبت معادل را پیدا می کنیم:

$$\frac{\text{مجموع حدود نسبت معادل}}{\text{مجموع حدود نسبت داده شده}} = \frac{36}{9} = 4$$

$$\text{نسبت معادل} = \frac{2\cdot 4}{7\cdot 4} = \frac{8}{28}$$

مجموع حدود نسبت دقیقاً 36 می شود.

تمرین : یک نسبت معادل به $\frac{7}{8}$ را دریابید که مجموع حدود آن 180 باشد.

جواب: $\frac{84}{96}$

2- دریافت نسبت ها ی معادل نظر به تفاضل حدود:

برای دریافت نسبت های معادل به یک نسبت داده شده نظر به تفاضل حدود آن ، تفاضل حدود نسبت معادل (خواسته شده) را بالای تفاضل حدود نسبت داده شده تقسیم می کنیم و حاصل تقسیم را در صورت و مخرج ضرب می نماییم.

۹.۷ مثال.....

یک نسبت معادل به $\frac{3}{5}$ را دریابید که تفاضل حدود آن 30 باشد.

حل:

$$\text{نسبت داده شده} = \frac{3}{5}$$

$$\text{تفاضل حدود نسبت داده شده} = 5-3 = 2$$

$$\text{تفاضل حدود نسبت معادل (خواسته شده)} = 30$$

برای اینکه نسبت معادل به نسبت داده شده را طوری پیدا کنیم که تفاضل حدود آن 30 شود طور ذیل عمل می کنیم:

$$\frac{\text{تفاضل حدود نسبت معادل}}{\text{تفاضل حدود نسبت داده شده}} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\text{نسبت معادل} = \frac{3\cdot 15}{5\cdot 15} = \frac{45}{75}$$

تفاضل هر دو اجزای نسبت مساوی به 30 می شود.

$$75 - 45 = 30$$

تمرین: یک نسبت معادل به $\frac{3}{7}$ را دریابید که تفاضل حدود آن 40 باشد.

جواب: $\frac{30}{70}$

۱۰.۷ مثال.....

یک نسبت معادل به $\frac{3}{8}$ را دریابید که تفاضل حدود آن 45 باشد.

حل:

$$\text{نسبت داده شده} = \frac{3}{8}$$

$$\text{تفاضل حدود نسبت معادل (خواسته شده)} = 45 \text{ ، } 8 - 3 = 5 = \text{تفاضل حدود نسبت داده شده}$$

$$\frac{\text{تفاضل حدود نسبت معادل}}{\text{تفاضل حدود نسبت داده شده}} = \frac{45}{5} = 9$$

$$\text{نسبت معادل} = \frac{3\cdot 9}{8\cdot 9} = \frac{27}{72}$$

تفاضل حدود نسبت 45 می باشد.

$$72 - 27 = 45$$

تمرین: یک نسبت معادل به $\frac{5}{11}$ را دریابید که تفاضل حدود آن 108 باشد.

جواب: $\frac{90}{198}$

3- دریافت نسبت ها ی معادل نظر به حاصل ضرب حدود:

برای دریافت نسبت های معادل به یک نسبت داده شده نظر به حاصل ضرب حدود آن ، حاصل ضرب حدود نسبت معادل (خواسته شده) را بالای حاصل ضرب حدود نسبت داده شده تقسیم نموده. سپس جذر حاصل تقسیم را پیدا می کنیم و در صورت و مخرج ضرب می نماییم.

۱۱.۷ مثال.....

یک نسبت معادل به $\frac{2}{3}$ را دریابید که حاصل ضرب حدود آن 150 باشد.

حل:

$$\text{نسبت داده شده} = \frac{2}{3}$$

$$\text{حاصل ضرب حدود نسبت داده شده} = 2\cdot 3 = 6$$

$$\text{حاصل ضرب حدود نسبت معادل (خواسته شده)} = 150$$

نسبت معادل به نسبت داده شده را طوری پیدا می کنیم که حاصل ضرب حدود آن 150 شود.

$$\frac{\text{حاصل ضرب حدود نسبت معادل}}{\text{حاصل ضرب حدود نسبت داده شده}} = \frac{150}{6} = 25$$

$$\text{جذر حاصل تقسیم.} = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{نسبت معادل} = \frac{2\cdot 5}{3\cdot 5} = \frac{10}{15}$$

حاصل ضرب حدود نسبت معادل مساوی به 150 می شود.

$$10\cdot 15 = 150$$

تمرین: یک نسبت معادل به $\frac{4}{3}$ را دریابید که حاصل ضرب حدود آن 432 باشد.

جواب: $\frac{24}{18}$

۲.۷ رهنمای حل سوالات.....

برای دریافت نسبت معادل به یک نسبت داده شده نظر به مجموع حدود، تفاضل حدود و یا حاصل ضرب حدود از مراحل ذیل استفاده می کنیم.

1- تمام معلومات ذیل را در ابتدا جداگانه و واضح می نویسیم.

الف - مجموع، تفاضل و یا حاصل ضرب حدود نسبت معادل.

ب - مجموع، تفاضل و یا حاصل ضرب حدود نسبت داده شده.

ج - حاصل تقسیم (الف) بالای (ب).

د - در صورتیکه نسبت معادل را نظر به حاصل ضرب حدود پیدا کنیم بعد از تقسیم (الف) بالای (ب) جذر حاصل تقسیم را نیز پیدا کرده و جداگانه می نویسیم.

2- بعد از پیدا کردن حاصل تقسیم (الف) بالای (ب)، عدد حاصله را در صورت و مخرج نسبت داده شده ضرب نموده و نسبت معادل را پیدا می کنیم. در صورتیکه نسبت معادل نظر به حاصل ضرب حدود خواسته شده باشد، حاصل جذر را در صورت و مخرج ضرب کرده و نسبت معادل را پیدا می کنیم.

۵.۷ تقسیم یک کمیت به یک نسبت معین

اگر 18 عدد سیب را به 2 نفر بطور مساویانه تقسیم نماییم برای هر نفر 9 عدد سیب می رسد. ولی در صورتیکه 18 عدد سیب را به 2 نفر طوری تقسیم نماییم که سهم یکی از آنها دو برابر سهم دیگری باشد در این حال از عملیه تقسیم معمول استفاده کرده نمی توانیم.

برای حل چنین مسایل از تقسیم یک کمیت به یک نسبت معین استفاده می کنیم. به کمک مراحلی که در این نوع تقسیم وجود دارد یک عدد را به حصه های غیر مساوی تقسیم می نماییم.

در صورتیکه خواسته باشیم یک کمیت را به چند بخش متفاوت از هم تقسیم کنیم از نسبت استفاده می کنیم. برای این منظور ابتدا مجموع حدود نسبت را پیدا کرده و سپس کمیت داده شده را بالای آن تقسیم می کنیم و حاصل آنرا در هردو جز نسبت ضرب کرده سهم هر جز را مشخص می سازیم.

۱۲.۷ مثال.....

عدد 18 را به نسبت 2:1 تقسیم نمایید.

حل:

مجموع حدود نسبت داده شده = 2+1= 3

عدد داده شده = 18

برای اینکه عدد فوق را به نسبت داده شده تقسیم نماییم در ابتدا عدد را بالای مجموع حدود نسبت تقسیم می نماییم. بعداً حاصل تقیسم را با هر یک از حدود نسبت ضرب می کنیم در نتیجه سهم هر یک از حدود تعین می گردد.

$$\frac{\text{عدد داده شده}}{\text{مجموع حدود نسبت}} = \frac{18}{3} = 6$$

سهم هر یک از حدود. =
$$\begin{cases} 2 \cdot 6 = 12 \\ 1 \cdot 6 = 6 \end{cases}$$

اگر عدد 18 تعداد سیب ها را و نسبت 2:1 سهم هر یکی افراد فوق الذکر را نشان دهد، پس برای یکی 12 عدد سیب و برای دیگری 6 عدد سیب می رسد. که دقیقاً سهم شخص اول دو برابر شخص دوم می باشد.

تمرین : عدد 36 را به نسبت 3:1 تقسیم نموده سهم هر جز را مشخص نمایید.

جواب: سهم جز اول : 27

سهم جز دوم : 9

۱۳.۷ مثال.....

عدد 45 را به نسبت 4:3:2 تقسیم نمایید.

حل:

مجموع حدود نسبت داده شده = 4+3+2= 9

عدد داده شده = 45

برای اینکه عدد فوق را به نسبت داده شده تقسیم نماییم در ابتدا عدد را بالای مجموع حدود نسبت تقسیم می نماییم. بعداً حاصل تقیسم را با هر یک از حدود نسبت ضرب نموده و سهم هر یک از حدود را مشخص می کنیم.

$$\frac{\text{عدد داده شده}}{\text{مجموع حدود نسبت}} = \frac{45}{9} = 5$$

سهم هر یک از حدود =
- $4 \cdot 5 = 20$
- $3 \cdot 5 = 15$
- $2 \cdot 5 = 10$

تمرین : عدد 144 را به نسبت 6:3:2:1 تقسیم نموده سهم هر جز را مشخص نمایید.

جواب: سهم جز اول: 72 سهم جز دوم: 36 سهم جز سوم: 24 سهم جز چهارم: 12

۱۴.۷ مثال.....

سه عدد بین خود نسبت های 3، 4 و 5 را دارند. اگر مجموع آنها 240 باشد. کوچکترین عدد کدام است؟

حل:

مجموع حدود نسبت = 3+4+5 = 12

عدد داده شده (مجموع اعداد خواسته شده) = 240

اگر این مثال را با مثال های فوق مقایسه نماییم، زمانیکه عدد داده شده را به نسبت داده شده تقسیم می نمودیم، مجموع تمام سهم ها مساوی به خود عدد می شد پس در اینجا نیز از مراحل مثال های فوق استفاده می کنیم. هر سه عدد نظر به یک عدد چهارمی پنج چند، چهار چند و سه چند آن می باشند. اگر عدد مطلوب را پیدا کنیم، پس تمام اعداد را با ضرب کردن آنها با این عدد پیدا کرده و کوچکترین آنها را مشخص ساخته می توانیم.

$$\frac{\text{عدد داده شده}}{\text{مجموع حدود نسبت}} = \frac{240}{12} = 20$$

سهم هر یک از حدود =
- $a = 5 \cdot 20 = 100$
- $b = 4 \cdot 20 = 80$
- $c = 3 \cdot 20 = 60$

پس کوچکترین آنها عدد 60 می باشد.

به یاد داشته باشید که هر عدد در اینجا یک سهم را نشان می دهد.

تمرین : سه عدد بین خود نسبت های 1، 2 و 3 را دارند. اگر مجموع آنها 180 باشد، کوچکترین عدد کدام است؟

جواب: 30

نوت

به یاد داشته باشید که کسر خود یک طرز ارایه نسبت می باشد.

$$\frac{a}{b} = a : b$$

۷.۱۵ مثال.....

نسبت صورت و مخرج یک کسر $\frac{5}{3}$ است. اگر مجموع صورت و مخرج 24 باشد، حاصل ضرب صورت و مخرج چند می شود؟

حل:

چون مجموع صورت و مخرج کسر مطلوب معلوم است و از جانب دیگر نسبت بین آنها نیز معلوم می باشد. پس با جمع نمودن صورت و مخرج کسر مذکور مجموع حدود نسبت را پیدا کرده می توانیم. با تقسیم نمودن مجموع صورت و مخرج کسر مطلوب (24) بالای مجموع حدود نسبت (8=3+5) و ضرب نمودن حاصل تقسیم با هر یک از اجزای نسبت، کسر مطلوب را پیدا می کنیم.

$$\frac{\text{عدد داده شده}}{\text{مجموع حدود نسبت}} = \frac{24}{8} = 3$$

$$\text{سهم هر یک از نسبت ها.} = \begin{cases} a = 5 \cdot 3 = 15 \\ b = 3 \cdot 3 = 9 \end{cases}$$

پس کسر مطلوب $\frac{15}{9}$ می باشد و حاصل ضرب صورت و مخرج آن عبارت است از:

$$15 \cdot 9 = 135$$

تمرین : نسبت بین مفروق و مفرق منه 3:4 می باشد. اگر مجموع آنها 168 باشد. حاصل تفریق را پیدا کنید؟

جواب: 24

۶.۷ تناسب

یک موتر 3 لیتر تیل را در 360 کیلومتر مصرف می کند. هم چنان موتر مذکور به عین سرعت 720 کیلومتر را با مصرف 6 لیتر تیل طی خواهد نمود. اگر هر یک از میزان های فاصله فی واحد لیتر را حساب نماییم دیده می شود که هردو میزان واحد با هم دیگر مساوی اند.

$$\frac{360\,km}{3\,liters} = 120\,{}^{km}\!/_{L} \qquad \frac{720\,km}{6\,liters} = 120\,{}^{km}\!/_{L}$$

هر دو میزان با هم دیگر مساوی اند.

پس گفته می توانیم که $\frac{360}{3}$ و $\frac{720}{6}$ باهم دیگر در تناسب اند.

چون اعداد فوق یک نسبت را تشکیل می دهند پس تساوی دو نسبت را تناسب گفته می توانیم.

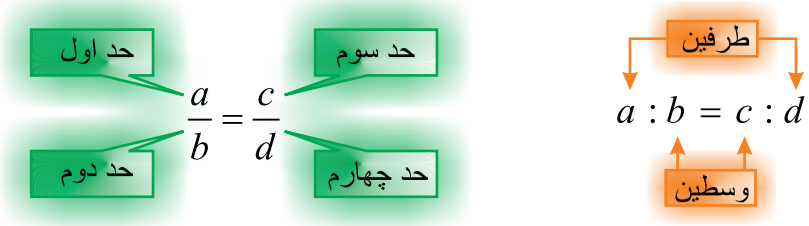
۷.۶ تعریف.....

تساوی دو و یا بیشتر از دو نسبت معادل را بنام تناسب یاد می کنند.

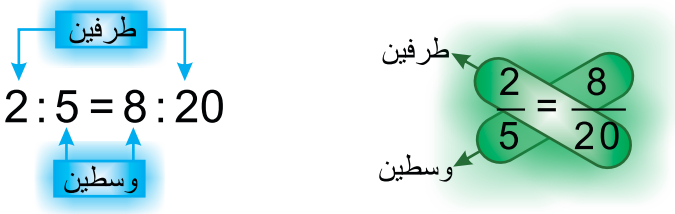
و یا، اگر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ دو نسبت معادل باشند، $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ یک تناسب را تشکیل می دهد.

و چنین می خوانیم که $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ در تناسب اند. مثلاً: $\frac{24}{8} = \frac{36}{12}$

هم چنان یک تناسب مثلاً: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ را به شکل $a:b=c:d$ نیز ارایه کرده می توانیـــــم. دو حد داخلی (b,c) را بنام وسطین و دو حد خارجی (a,d) را بنام طرفین می نامیم.



مثلاً: $\frac{2}{5}=\frac{8}{20}$ یک تناسب است. در این تناسب اعداد 2 و 20 طرفین و اعداد 5 و 8 را بـنام وسطین یاد می کنیم. تناسب فوق را به شکل ذیل نیز نمایش داده می توانیم.



به یاد داشته باشید که حاصل ضرب طرفین با حاصل ضرب وسطین مساوی می باشد. این تساوی برای تمام تناسب های که درست باشند صدق می کند و برای تناسب فوق:

$$2\cdot 20=5\cdot 8=40$$

خاصیت فوق در حل سوالات تناسب، یک خاصیت مهم و اساسی می باشد.

خواص تناسب:

1- این خاصیت از مهمترین و اساسی ترین خواص تناسب می باشد.

خاصیت

حاصل ضرب طرفین مساوی به حاصل ضرب وسطین می باشد. یعنی:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow a\cdot d=b\cdot c$$

۱۶.۷ مثال.....

تناسب های ذیل را امتحان نمایید:

الف. $\frac{5}{3}=\frac{20}{12}$ ج. $\frac{7}{12}=\frac{21}{33}$

ب. $\frac{10}{15}=\frac{2}{5}$ د. $4:7=12:21$

حل:

با استفاده از خاصیت فوق الذکر در تناسب، تناسب های فوق را چنین حل می کنیم:

الف. $\frac{5}{3}=\frac{20}{12}\Rightarrow 5\cdot 12=3\cdot 20\Rightarrow 60=60$ ✓

مساوات فوق یک تناسب می باشد.

ب.
$\frac{10}{15}=\frac{2}{5}\Rightarrow 10\cdot 5=15\cdot 2\Rightarrow 50\neq 30$ ✗
مساوات فوق یک تناسب نمی باشد.

ج.
$\frac{7}{12}=\frac{21}{33}\Rightarrow 7\cdot 33=12\cdot 21\Rightarrow 231=252$ ✗
مساوات فوق یک تناسب نمی باشد.

د.
$\frac{4}{7}=\frac{12}{21}\Rightarrow 4\cdot 21=7\cdot 12\Rightarrow 84=84$ ✓
مساوات فوق یک تناسب می باشد.

تمرین : آیا مساوات $\frac{2}{5}=\frac{8}{10}$ یک تناسب است یا خیر؟
جواب: مساوات فوق یک تناسب نیست.

2- اگر جاهای طرف را با طرف تبدیل کنیم. باز هم یک تناسب جدید تشکیل می شود.

خاصیت

در تناسب جای طرف با طرف تبدیل شده می تواند. یعنی:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$$

مثلاً: تناسب $\frac{2}{9}=\frac{8}{36}$ را در نظر می گیریم. حاصل ضرب طرفین و وسطین $2\cdot 36=9\cdot 8=72$
است حالا اگر جاهای طرفین را تغیر دهیم: $\frac{36}{9}=\frac{8}{2}$
حاصل ضرب طرفین و وسطین $2\cdot 36=9\cdot 8=72$ است که باز هم یک تناسب می باشد.
از همین رو اگر جاهای طرفین را تبدیل نماییم، باز هم تناسب جدید تشکیل می شود.

3- اگر جاهای وسط را با وسط تبدیل کنیم. تناسب باز هم یک تناسب درست می باشد.

خاصیت

در تناسب جای وسط با وسط تبدیل شده می تواند. یعنی:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$$

مثلاً: $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$
حالا اگر جاهای وسطین را تبدیل نماییم:

$$\frac{3}{9}=\frac{4}{12}\Rightarrow 3\cdot 12=9\cdot 4\Rightarrow \quad 36=36$$

4- اگر یک تناسب را معکوس سازیم تناسب باز هم درست می باشد.

خاصیت

معکوس یک تناسب نیز یک تناسب است. یعنی:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$$

مثلاً: $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$

حالا اگر تناسب را معکوس سازیم:

$$\frac{4}{3}=\frac{12}{9}\Rightarrow 4\cdot 9=3\cdot 12\Rightarrow \quad 36=36$$

-5

خاصیت

در تناسب اگر مخرج ها را با صورت ها جمع و بر همان مخرج ها بنویسیم باز هم یک تناسب تشکیل میشود. یعنی:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

مثلاً: $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$

حالا اگر مخرج ها را با صورت ها جمع و بر مخرج های اولی بنویسیم:

$$\frac{3+4}{4}=\frac{9+12}{12}\Rightarrow\frac{7}{4}=\frac{21}{12}\Rightarrow\ 7\cdot 12=4\cdot 21\Rightarrow\quad 84=84$$

-6

خاصیت

در تناسب اگر مخرج ها را از صورت ها تفریق نموده و بر همان مخرج ها بنویسیم باز هم یک تناسب تشکیل میشود. یعنی:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

مثلاً: $\frac{4}{3}=\frac{12}{9}$

حالا اگر مخرج ها را از صورت ها تفریق نموده و بر مخرج های اولی بنویسیم:

$$\frac{4-3}{3}=\frac{12-9}{9}\Rightarrow\frac{1}{3}=\frac{3}{9}\Rightarrow\ 1\cdot 9=3\cdot 3\Rightarrow 9=9$$

-7

خاصیت

مجموع صورت ها و مخرج ها بـر تفاضل صورت ها و مخرج ها نیز یک تناسب می باشد. یعنی:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$$

مثلاً: $\frac{4}{3}=\frac{12}{9}$

حالا اگر مجموع صورت و مخرج بر تفاضل صورت و مخرج را پیدا کرده و دو باره بنویسیم:

$$\frac{4+3}{4-3}=\frac{12+9}{12-9}\Rightarrow\frac{7}{1}=\frac{21}{3}\Rightarrow\ 7\cdot 3=1\cdot 21\Rightarrow 21=21$$

-8

خاصیت

درتناسب مجموع صورت ها بـر مجموع مخرج ها، بـا هر نسبت تناسب، معادل است.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$$

مثلاً:

اگر مجموع صورت ها بر مجموع مخرج ها را پیدا کرده و دو باره بنویسیم:

$$\frac{4}{3}=\frac{12}{9}\Rightarrow\frac{4}{3}=\frac{12}{9}=\frac{4+12}{3+9}\Rightarrow\frac{4}{3}=\frac{12}{9}=\frac{16}{12}$$

$$\frac{4}{3}=\frac{16}{12}\Rightarrow 4\cdot 12=3\cdot 16\Rightarrow 48=48$$

$$\frac{12}{9}=\frac{16}{12}\Rightarrow 12\cdot 12=9\cdot 16\Rightarrow 144=144$$

۷.۷ دریافت حد مجهول در تناسب

با در نظر داشت خاصیت اول در تناسب حد مجهول را پیدا کرده می توانیم.
برای دریافت حد مجهول طرف را با طرف و وسط را با وسط ضرب نموده و مساوات را می نویسیم. بعد اً اطراف مساوات را بالای عددیکه با حد مجهول در حال ضرب است (ضریب حد مجهول) تقسیم می نماییم. در نتیجه حد مجهول پیدا می شود.

مثلاً:

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{x}\Rightarrow 3\cdot x=4\cdot 6\Rightarrow\frac{3\cdot x}{3}=\frac{4\cdot 6}{3}\Rightarrow x=\frac{24}{3}\Rightarrow x=8$$

برای اینکه بالای جواب فوق اطمینان حاصل نماییم. حد مجهول را نوشته و تناسب را امتحان می کنیم.

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}\Rightarrow 3\cdot 8=4\cdot 6\Rightarrow 24=24$$

نوت

اگر هر دو طرف مساوات را با عین عدد ضرب نماییم و یا بالای عین عدد (خلاف صفر) تقسیم نماییم، باز هم مساوات جدید تشکیل می شود.

$4=4\ ,4\cdot 2=4\cdot 2\Rightarrow 8=8$
(هر دو طرف مساوات را با عدد 2 ضرب نموده ایم.)

$4=4\ ,\frac{4}{2}=\frac{4}{2}\Rightarrow 2=2$
(هر دو طرف مساوات را بالای عدد 2 تقسیم نموده ایم.)

۱۷.۷ مثال.....

در تناسب های داده شده حد مجهول را دریابید:

الف. $\frac{7}{8}=\frac{x}{32}$ ج. $\frac{3}{4}=\frac{x}{16}$

ب. $\frac{2}{5}=\frac{16}{x}$ د. $\frac{2.5}{x}=\frac{3.5}{5.88}$

حل:

با استفاده از خاصیت اول تناسب، حد مجهول را چنین پیدا می کنیم:

الف.

$$\frac{7}{8}=\frac{x}{32}\Rightarrow 7\cdot 32=8\cdot x\Rightarrow\frac{7\cdot 32}{8}=\frac{8\cdot x}{8}\Rightarrow\frac{7\cdot \cancel{32}^{4}}{\cancel{8}_{1}}=x$$

$$\Rightarrow 28=x,\ x=28$$

ب.

$$\frac{2}{5}=\frac{16}{x}\Rightarrow 2\cdot x=5\cdot 16\Rightarrow\frac{\cancel{2}\cdot x}{\cancel{2}}=\frac{5\cdot 16}{2}\Rightarrow x=\frac{5\cdot \cancel{16}^{8}}{\cancel{2}_{1}}\Rightarrow x=40$$

ج.

$$\frac{3}{4}=\frac{x}{16}\Rightarrow 3\cdot 16=4\cdot x\Rightarrow \frac{3\cdot 16}{4}=\frac{4\cdot x}{4}\Rightarrow 3\cdot 4=x\Rightarrow 12=x, x=12$$

د.

$$\frac{2.5}{x}=\frac{3.5}{5.88}\Rightarrow 2.5\cdot 5.88=x\cdot 3.5\Rightarrow \frac{2.5\cdot 5.88}{3.5}=\frac{x\cdot 3.5}{3.5}\Rightarrow \frac{14.7}{3.5}=x$$

$$\Rightarrow \frac{147}{35}=x\Rightarrow 4.2=x, x=4.2$$

تمرین: در تناسب $\frac{8}{15}=\frac{x}{30}$ حد مجهول را دریابید.

جواب: $x=16$

۱۸.۷ مثال.....

نسبت بین عمر فرید و محمود $\frac{2}{3}$ است اگر فرید ده ساله باشد محمود چند ساله است؟

حل:

اگر عمر فرید را به a و عمر محمود را به b نشان دهیم. پس نسبت بین عمر فرید و محمود را به $\frac{a}{b}$ نشان می دهیم.

$a=$ عمر فرید

$b=$ عمر محمود

$\frac{a}{b}=$ نسبت بین عمر فرید و محمود

نسبت بین عمر فرید و محمود و عمر فرید داده شده است و عمر محمود حد مجهول می باشد. پس:

$$\frac{a}{b}=\frac{2}{3}, a=10, b=?$$

$$\frac{10}{b}=\frac{2}{3}\Rightarrow 10\cdot 3=b\cdot 2\Rightarrow \frac{10\cdot 3}{2}=\frac{b\cdot 2}{2}\Rightarrow 5\cdot 3=b\Rightarrow 15=b, b=15$$

از رابطه فوق چنین معلوم می شود که محمود حالا پانزده ساله است.

تمرین: نسبت بین عمر علی و اکرم $\frac{5}{6}$ است. اگر عمر اکرم 24 باشد عمر علی را دریابید.

جواب: 20 ساله.

مثال ۱۹.۷

نسبت فاصله های طی شده توسط دو موتر $\frac{5}{4}$ است. اگر موتر دومی فاصله $1000\,km$ را طی کرده باشد، فاصله طی شده توسط موتر اولی را دریابید.

حل:

اگر فاصله طی شده توسط موتر اولی را به a و فاصله طی شده توسط موتر دومی را به b نشان دهیم، پس نسبت بین آنها را به $\frac{a}{b}$ نشان می دهیم.

$a =$ فاصله طی شده توسط موتر اولی

$b =$ فاصله طی شده توسط موتر دومی

$\frac{a}{b} =$ نسبت بین فاصله های طی شده توسط موتر اولی و دومی

نسبت بین فاصله های طی شده توسط موتر اولی و دومی و همچنان فاصله طی شده توسط موتر دومی داده شده و فاصله طی شده توسط موتر اولی حد مجهول می باشد.

$$\frac{a}{b}=\frac{5}{4}, b=1000, a=?$$

$$\frac{a}{1000}=\frac{5}{4} \Rightarrow a\cdot 4 = 1000\cdot 5 \Rightarrow \frac{a\cdot \cancel{4}}{\cancel{4}} = \frac{\cancel{1000}\cdot 5}{\cancel{4}} \Rightarrow a = 250\cdot 5$$

$$\Rightarrow a = 1250$$

پس موتر اولی فاصله $1250\,km$ را طی نموده است.

تمرین: نسبت فاصله های طی شده توسط دو موتر $\frac{3}{4}$ است. اگر موتر دومی فاصله $80\,km$ را طی کرده باشد. فاصله طی شده توسط موتر اولی را دریابید.

جواب: $60\,km$

مثال ۲۰.۷

نسبت دو طول 1.5 است. اگر طول اولی $21\,km$ باشد، طول دومی را در یابید.

حل:

اگر طول اولی را به x وطول دومی را به y نشان دهیم، پس نسبت بین آنها را به $\frac{x}{y}$ نشان می دهیم.

$x =$ طول اولی

$y =$ طول دومی

$\frac{x}{y} =$ نسبت بین طول اولی و طول دومی

نسبت بین طول اولی و دومی، و طول اولی نیز داده شده و طول دومی حد مجهول می باشد.

$$\frac{x}{y}=1.5, x=21, y=?$$

$$\frac{21}{y}=1.5 \Rightarrow \frac{21}{1.5}=y \Rightarrow \frac{21.0}{1.5}=y \Rightarrow \frac{\overset{42}{\cancel{210}}}{\underset{3}{\cancel{15}}}=y \Rightarrow \frac{\overset{14}{\cancel{42}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}=y$$

$$\Rightarrow 14=y, y=14$$

پس طول دومی $14\,km$ می باشد.

تمرین : نسبت دو طول 2.4 است. اگر طول دومی $14\,km$ باشد، طول اولی را دریابید.

جواب: $33.6\,km$

۲۱.۷ مثال.....

نسبت سرمایه های دو نفر $\frac{4}{7}$ است. اگر سرمایه نفر اولی 20000 افغانی باشد، سرمایه نفر دومی را در یابید.

حل:

اگر سرمایه نفر اولی را به a وسرمایه نفر دومی را به b نشان دهیم، پس نسبت بین آنها را به $\frac{a}{b}$ نشان می دهیم.

$a=$ سرمایه نفر اولی

$b=$ سرمایه نفر دومی

$\frac{a}{b}=$ نسبت بین سرمایه نفر اولی و سرمایه نفر دومی

نسبت بین سرمایه های نفر اولی و نفر دومی و همچنان سرمایه نفر اولی داده شده و سرمایه نفر دومی حد مجهول می باشد.

$$\frac{a}{b}=\frac{4}{7}, a=20000, b=?$$

$$\frac{20000}{b}=\frac{4}{7} \Rightarrow \frac{20000\cdot 7}{4}=b \Rightarrow \frac{\overset{5000}{\cancel{20000}}\cdot 7}{\underset{1}{\cancel{4}}}=b \Rightarrow 5000\cdot 7=b$$

$$\Rightarrow 35000=b, b=35000$$

پس سرمایه نفردومی 35000 افغانی است.

تمرین: نسبت بین سرمایه های احمد و مسعود $\frac{3}{4}$ است. اگر سرمایه مسعود 1200 افغانی باشد، سرمایه احمد را دریابید.

جواب: 900 افغانی.

مثال ۲۲.۷

نسبت بین دو عدد $\frac{3}{2}$ است. اگر تفاضل اعداد 50 باشد، اعداد را دریابید.

حل:

اگر عدد اولی را به a و عدد دومی را به b نشان دهیم، پس نسبت بین آنها را به $\frac{a}{b}$ نشان می دهیم.

$a =$ عدد اولی

$b =$ عدد دومی

$\frac{a}{b} =$ نسبت بین عدد اولی و عدد دومی

$a-b =$ تفاضل اعداد اولی و دومی

نسبت بین عدد اولی و عدد دومی و همچنان تفاضل عدد اولی و دومی داده شده و عدد اولی و دومی حدود مجهول می باشند.

$$\frac{a}{b}=\frac{3}{2},\ a-b=50,\ a=?,\ b=?$$

$$\frac{a}{b}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{a-b}{b}=\frac{3-2}{2}\Rightarrow\frac{50}{b}=\frac{1}{2}\Rightarrow 50\cdot 2=b\Rightarrow 100=b,\ \underline{b=100}$$

چون عدد b پیدا شده بناءً قیمت عدد b را در نسبت وضع کرده و عدد a را پیدا می کنیم.

$$\frac{a}{100}=\frac{3}{2}\Rightarrow a\cdot 2=100\cdot 3\Rightarrow\frac{a\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}}=\frac{\overset{50}{\cancel{100}}\cdot 3}{\underset{1}{\cancel{2}}}\Rightarrow a=50\cdot 3\Rightarrow\underline{a=150}$$

تمرین : نسبت بین دو عدد $\frac{9}{4}$ است. اگر تفاضل اعداد 35 باشد، اعداد را دریابید.

جواب: 63 و 28

مثال ۲۳.۷

نسبت بین دو عدد $\frac{1}{2}$ است. اگر مجموع آنها 150 باشد، اعداد را دریابید.

حل:

اگر عدد اولی را به a و عدد دومی را به b نشان دهیم. پس نسبت بین آنها را به $\frac{a}{b}$ نشان می دهیم.

$a =$ عدد اولی

$b =$ عدد دومی

$\frac{a}{b}=$ نسبت بین عدد اولی و عدد دومی

$a+b=$ مجموع اعداد اولی و دومی

نسبت بین عدد اولی و عدد دومی و همچنان مجموع عدد اولی و دومی داده شده و عدد اولی و دومی حدود مجهول می باشند.

$\frac{a}{b}=\frac{1}{2}, a+b=150, a=?, b=?$

$$\frac{a}{b}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{1+2}{2}\Rightarrow\frac{150}{b}=\frac{3}{2}\Rightarrow 150\cdot 2=b\cdot 3\Rightarrow\frac{\overset{50}{\cancel{150}}\cdot 2}{\cancel{3}}=\frac{b\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}}$$

$$\Rightarrow 50\cdot 2=b\Rightarrow 100=b, \underline{b=100}$$

چون عدد b پیدا شده بناً قیمت عدد b را در نسبت وضع کرده و عدد a را پیدا می کنیم.

$$\frac{a}{100}=\frac{1}{2}\Rightarrow a\cdot 2=100\Rightarrow\frac{a\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}}=\frac{\overset{50}{\cancel{100}}}{\cancel{2}}\Rightarrow \underline{a=50}$$

تمرین : نسبت بین دو عدد $\frac{3}{5}$ است. اگر مجموع اعداد 48 باشد، اعداد را دریابید. (و اگر نسبت بین آنها $\frac{5}{3}$ شود در اینصورت اعداد را پیدا کنید.)

جواب: در حالت اول: 18 و 30 در حالت دوم: 30 و 18

۳.۷ رهنمای حل سوالات.....

در حل سوالات تناسب نکات ذیل را بیاد داشته باشید.

1- نسبت بین دو کمیت همیشه کمیت اولی تقسیم کمیت دومی می باشد.

2- برای پیدا کردن حد مجهول در تناسب از خاصیت اول تناسب استفاده می شود (حاصل ضرب طرفین مساوی به حاصل ضرب وسطین می باشد).

3- تمام معلومات داده شده و خواسته شده (نسبت بین دو کمیت، کمیت داده شده ، کمیت خواسته شده، تفاضل کمیت ها و یا مجموع کمیت ها) بطور جداگانه و واضح نوشته می شود.(این عمل باعث آسانی در حل سوالات می گردد.)

4- بعد از یافتن کمیت های خواسته شده واحد کمیت ها باید نوشته شود. بطور مثال بعد از یافتن طول واحد آن که km می باشد باید ذکر شود.

5- اگر کمیت اول و دوم در سوال تعین نشده باشد، کمیت اولی را یک مجهول (مثلاً: a) و کمیت دومی را مجهول دیگر (مثلاً: b) فرض می کنیم.

۸.۷ وسط تناسب

اگر یکی از وسطین تناسب نا معلوم باشد، حد نامعلوم وسط تناسب نامیده می شود.

مثلاً: وسط تناسب اعداد 1 ،2 و 3 را چنین پیدا می کنیم:

$$\frac{1}{2}=\frac{x}{3}\Rightarrow 1\cdot 3=2\cdot x\Rightarrow\frac{3}{2}=\frac{\cancel{2}\cdot x}{\cancel{2}}\Rightarrow 1.5=x, x=1.5$$

مثال ۲۴.۷

وسط تناسب اعداد 4، 5 و 20 را دریابید.

حل:

برای دریافت وسط تناسب حد مجهول را بحیث یکی از وسطین می نویسیم.

$$\frac{4}{5}=\frac{x}{20}\Rightarrow 4\cdot 20=5\cdot x\Rightarrow \frac{4\cdot 20}{5}=\frac{5\cdot x}{5}\Rightarrow 4\cdot 4=x\Rightarrow 16=x, x=16$$

تمرین: وسط تناسب اعداد 6، 8 و 24 را دریابید.

جواب: 18

۹.۷ وسط حسابی و اوسط حسابی

1- وسط حسابی :

تعریف ۷.۷

عبارت از حاصل تقسیم مجموع دو اعداد بر عدد 2 می باشد.

$$\frac{\text{مجموع دو اعداد}}{2}$$

م ۱.۷ معادله وسط حسابی.

مثلاً: وسط حسابی اعداد 1، 2 و 3 را چنین پیدا می کنیم: $\frac{1+2+3}{2}=\frac{6}{2}=3$

نوت

وسط حسابی را به $A.M$ نشان می دهند.

مثال ۲۵.۷

وسط حسابی اعداد 8 و 24 را دریابید.

حل:

برای دریافت وسط حسابی مجموع هر دو عدد را بالای عدد 2 تقسیم می کنیم.

$$\text{وسط حسابی}=\frac{\text{مجموع دو حدود}}{2}=\frac{24+8}{2}=\frac{32}{2}=16$$

تمرین: وسط حسابی اعداد 6 و 40 را در یابید.

جواب: 23

2- اوسط حسابی:

تعریف ۸.۷

عبارت از حاصل تقسیم مجموع اعداد تقسیم بر تعداد آنها می باشد.

مجموع حدود / تعداد حدود م ۸.۱ معادله اوسط حسابی.

مثلاً: اوسط حسابی اعداد 1، 2 و 3 را چنین پیدا می کنیم:

$$\frac{1+2+3}{3}=\frac{6}{3}=2$$

نوت

اوسط حسابی را نیز به $A.M$ نشان می دهند.

۲۶.۷ مثال.....

اوسط حسابی اعداد 4, 6, 8 و 26 را دریابید.

حل:

برای دریافت اوسط حسابی مجموع اعداد را بالای تعداد اعداد تقسیم می کنیم.

$$\text{اوسط حسابی}=\frac{26+8+6+4}{4}=\frac{\cancel{44}^{11}}{\cancel{4}_{1}}=11$$

تمرین: اوسط حسابی اعداد 8 و 24 را دریابید.

جواب: 16

۲۷.۷ مثال.....

اوسط حسابی اعداد 1 الیٰ 10 را در یابید.

حل:

برای دریافت اوسط حسابی مجموع اعداد را بالای تعداد اعداد تقسیم می کنیم.

$$\text{اوسط حسابی}=\frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9+10}{10}=\frac{55}{10}=5.5$$

تمرین: اوسط حسابی اعداد 1, 4, 6, 9 و 25 را دریابید.

جواب: 9

۲۸.۷ مثال.....

اگر مجموع نمرات 7 مضمون یک شاگرد 693 باشد، اوسط نمرات او را دریابید.

حل:

برای دریافت اوسط نمرات مجموع نمرات را بالای تعداد مضامین تقسیم می کنیم.

$$\text{اوسط نمرات}=\frac{693}{7}=99$$

تمرین: اگر مجموع 12 مرتبه اندازه گیری یک طول 1233 m شود، خود طول را دریابید.

جواب: 102.75 m

۱۰.۷ وسط هندسی

اگر $\frac{a}{x}$ و $\frac{x}{b}$ دو نسبت باشند، و $\frac{a}{x}=\frac{x}{b}$ یک تناسب باشد، پس $x^2=a\cdot b$ است و x را بنام وسط هندسی یاد می کنند.

$$\frac{a}{x}=\frac{x}{b}\Rightarrow a\cdot b=x\cdot x\Rightarrow a\cdot b=x^2\Rightarrow\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{x^2}\Rightarrow\sqrt{a\cdot b}=x$$

$$x=\sqrt{a\cdot b}$$

۹.۷ تعریف.....

اگر هردو وسطین نامعلوم و با همدیگر مساوی باشند، این حد نامعلوم را بنام وسط هندسی یاد می کنیم.

وسط هندسی را به اختصار $G.M$ نشان می دهند.

$$G.M=\sqrt{a\cdot b}$$

م ۱.۷ معادله وسط هندسی.

مثلاً: وسط هندسی اعداد 8 و 2 را چنین پیدا می کنیم:

$$G.M=\sqrt{2\cdot 8}\Rightarrow G.M=\sqrt{16}\Rightarrow G.M=4$$

۲۹.۷ مثال.....

وسط هندسی اعداد ذیل را دریابید:

الف. 3 و 27 ج. 4 و 9

ب. 4 و 16 د. 4 و 8

حل:

الف. $G.M=\sqrt{27\cdot 3}\Rightarrow G.M=\sqrt{81}\Rightarrow G.M=9$

ب. $G.M=\sqrt{16\cdot 4}\Rightarrow G.M=\sqrt{64}\Rightarrow G.M=8$

ج. $G.M=\sqrt{9\cdot 4}\Rightarrow G.M=\sqrt{36}\Rightarrow G.M=6$

د. $G.M=\sqrt{8\cdot 4}\Rightarrow G.M=\sqrt{32}$

تمرین: وسط هندسی اعداد 16 و 25 را دریابید.

جواب: 20

۱۱.۷ انواع تناسب

تناسب به سه نوع می باشد.



۱۲.۷ تناسب مستقیم

احمد در یک شرکت کار می کند. در جدول ذیل رابطه عاید احمد نظر به ساعات کاری که کار می کند داده شده است.

عاید احمد							
ساعات کاری (ساعت)	1	2	3	4	5	6	7
عاید (افغانی)	5	10	15	20	25	30	35

افزایش ← . . .

افزایش ← . . .

قسمیکه در جدول بالا دیده می شود احمد 5 برابر ساعت کار، عاید دارد.
(1 ساعت کار 5 افغانی) این موضوع برای تمام ساعات کاری درست می باشد به این معنی که اگر او یک ساعت کار کند و یا 100 ساعت باز هم 5 برابر ساعات کاری اش برایش معاش داده می شود. هم چنان اگر احمد زیاد کار کند عاید زیاد حاصل می کند و اگر کم کار کند عاید نیز کم می شود. اگر نسبت بین عاید احمد و ساعات کاری او را پیدا نماییم قرار ذیل دریافت می شود:

$$\frac{5}{1}=\frac{10}{2}=\frac{15}{3}=\frac{35}{7}=\ldots=5$$

قسمیکه قبلاً ذکر گردید نسبت بین عاید احمد و ساعات کار وی ثابت می باشد، دیده می شود که برای تمام حالات نسبت بین عاید احمد و ساعت کاری وی 5 است.

نوت

حاصل تقسیم دو کمیت که با هم تناسب مستقیم داشته باشند همیشه یک عدد ثابت می باشد.

بطور عموم نوشته می توانیم که : $\text{ثابت} = \frac{\text{عاید}}{\text{ساعات کاری}}$

و یا اگر عاید را به p و ساعات کاری را به h نشان دهیم. پس: $\frac{p}{h}=k$ (k نشان دهنده یک عدد ثابت می باشد)

در نتیجه گفته می شود که $\frac{p}{h}=k$ یک تناسب مستقیم را نشان می دهد و یا p مستقیماً متناسب به h می باشد که اگر p زیاد شود، h نیز زیاد، و اگر p کم شود، h نیز کم می شود.

۱۰.۷ تعریف .....

اگر با ازدیاد یک کمیت، کمیت دومی نیز زیاد و با کم شدن آن کمیت دومی نیز کم شود، پس کمیت اولی مستقیماً متناسب به کمیت دومی می باشد.

در مثال فوق نیز با ازدیاد ساعات کاری عاید زیاد و با کم شدن ساعات کاری عاید نیز کم می شود. در رابطه ای که برای این مثال در بالا ذکر گردید، حد ثابت را که k می باشد، بنام ثابت تناسب می گویند. به مثال های ذیل که روابط مستقیم بین کمیت ها را نشان می دهد توجه کنید.

1- رابطه بین کار و توان (به هر اندازه که توان زیاد باشد کار زیاد انجام می شود).
2- رابطه بین سرعت و فاصله (به هر اندازه که سرعت زیاد باشد فاصله زیاد طی می شود).
3- رابطه بین فشار و قوه (به هر اندازه که قوه زیاد باشد فشار نیز زیاد می باشد).
4- رابطه بین مزد و مقدار کار (به هر اندازه که مقدار کار زیاد باشد مزد آن نیز زیاد است).

۱۳.۷ ثابت تناسب

در بعضی تناسب ها حد ثابت خود بیان کننده یک معنی می باشد. بطور مثال رابطه بین فاصله (طی شده) و سرعت، مستقیم می باشد. به این معنی که با ازدیاد سرعت فاصله طی شده نیز زیاد می شود. اگر فاصله را به x و سرعت را به v نشان دهیم، پس رابطه مستقیم بین فاصله و سرعت را چنین می نویسیم:

$$\frac{x}{v}=k$$

همچنان مثال فوق در حالتی درست می باشد که زمان ثابت باشد. به این معنی که اگر زمان ثابت نباشد فاصله طی شده در سرعت زیاد با فاصله طی شده در سرعت کم مساوی شده می تواند با فرق اینکه زمان در سرعت زیاد، کم و زمان در سرعت کم، زیاد می شود. پس چنین نتیجه می شود که زمان باید ثابت باشد تا اینکه رابطه بین سرعت و فاصله را بنویسیم. در اینصورت حد ثابت زمان می باشد.



به همین ترتیب قوه نیز با فشار رابطه مستقیم دارد (قوه بیشتر فشار بیشتر). اگر قوه را به F و فشار را به p نشان دهیم، پس رابطه بین قوه و فشار را چنین می نویسیم:

$$\frac{F}{p}=k$$

رابطه مستقیم قوه با فشار زمانی درست می باشد که ساحه عمل قوه در هر صورت یکسان باشد به این معنی که در رابطه فوق حد ثابت k نشان دهنده مساحتی می باشد که قوه بالای آن عمل می کند.

۱۴.۷ طریقه نوشتن رابطه تناسب مستقیم

به طور مثال نسبت بین قیمت کتابچه و تعداد آنرا بررسی می کنیم.

تعداد کتابچه	1	2	3	4	5
قیمت آنها	20	40	60	80	100

نسبت بین تعداد کتابچه و قیمت آن همیشه یک عدد ثابت می باشد. مساوات این نسبت ها را به شکل ذیل نوشته و تناسب را تشکیل می دهیم.

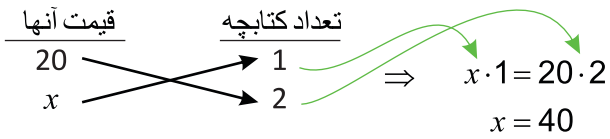
$$\frac{1}{20}=\frac{2}{40}=\frac{3}{60}=\frac{4}{80}=\frac{5}{100}=\ldots=\frac{1}{20}$$

در میان تمام اعداد فوق هر گاه کدام جز آن معلوم نباشد با استفاده از خاصیت طرفین و وسطین در تناسب حد مجهول را دریافت کرده می توانیم.

اگردر مثال فوق یکی از حدود را مجهول قرار دهیم پس آنرا طور ذیل نوشته و حد مجهول را در یافت می نماییم.

$$\frac{1}{20}=\frac{2}{x}\Rightarrow 1\cdot x=20\cdot 2\Rightarrow x=40$$

هم چنان با استفاده از طرز نوشتاری ذیل نیز روابط تناسب مستقیم را نوشته و سریعاً حل می توانیم.



نوت

در تناسب مستقیم کمیت ها را به شکل چلیپا (✕) ضرب نموده حاصل ضرب ها را با هم مساوی قرار می دهیم.

نوت

رابطه تناسب را از نام کمیت ها بررسی نمایید نه از اعداد داده شده .

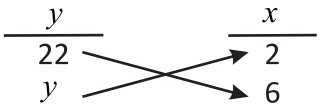
نوت

برای آسانی کار حد مجهول را در ستون اول بنویسید.

۳۰.۷ مثال.....

x و y با هم رابطه مستقیم دارند. اگر در $y=22$، $x=2$ باشد، در صورتیکه $x=6$ شود y را در یابید.

حل:



$$\Rightarrow y\cdot 2=22\cdot 6 \Rightarrow \frac{y\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}}=\frac{22\cdot \cancel{6}}{\cancel{2}} \Rightarrow y=\frac{22\cdot 3}{1} \Rightarrow y=66$$

(3 بالای $\cancel{6}$، 1 زیر $\cancel{2}$)

تمرین: x و y با هم رابطه مستقیم دارند. اگر در $y=14$، $x=2$ باشد، در صورتیکه $x=8$ شود y را دریابید.

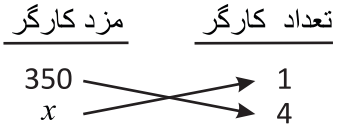
جواب:56

۳۱.۷ مثال.....

مزد 1 نفر کارگر 350 افغانی است. مزد 4 نفر کارگر چند می شود؟

حل:

برای حل سوال از همه اولتر باید رابطه بین دو کمیت را بررسی نماییم. گفته می توانیم که به هر اندازه که کارگر زیاد شود مزد آنها نیز زیاد می شود و به هر اندازه که کارگر کم شود مزد آنها نیز کم می شود. در نتیجه رابطه بین کارگر و مزد آنها مستقیم می باشد. پس:



$$\Rightarrow x\cdot 1=350\cdot 4 \Rightarrow x=1400$$

برای اینکه جواب نهایی را امتحان کرده باشیم، دیده می شود که جواب کاملاً منطقی و درست می باشد زیرا تعداد کارگر زیاد شده و مزد آنها نیز زیاد شده است. پس مزد کارگر 1400 افغانی می شود.

تمرین: اگر مزد 1 نفر کارگر 450 افغانی باشد، با 2250 افغانی چند نفر کارگر را استخدام کرده می توانیم؟

جواب:5

۳۲.۷ مثال.....

یک نان پز در 2 ساعت 140 نان می پزد. معلوم کنید که او در چند ساعت 770 نان را پخته می تواند؟

حل:

اگر یک نفر نان پز تنها کار کند، برای پختن نان بیشتر، به ساعت کاری بیشتر نیاز دارد و اگر کم نان پخته کند ساعت کاری کمتر نیاز دارد. پس رابطه بین مقدار نان که نان پز پخته میکند و ساعات کاری که باید کار کند مستقیم است.

ساعات کاری	تعداد نان
2	140
x	770

$$\Rightarrow 2\cdot 770 = x\cdot 140 \Rightarrow \frac{2\cdot \cancel{770}}{\cancel{140}} = \frac{x\cdot \cancel{140}}{\cancel{140}} \Rightarrow \frac{\cancel{2}\cdot 11}{\cancel{2}} = x \Rightarrow x = 11$$

دیده می شود که با ازدیاد تعداد نان ساعات کاری نان پز نیز زیاد شده است. پس جواب درست می باشد. در نتیجه 11 ساعت لازم است تا 770 نان پخته شود.

تمرین: اگر 3 تانکر آب برای 45 خانه آب آشامیدنی رسانیده بتواند، برای 1800 خانه چند تانکر آب لازم است؟

جواب: 120 تانکر آب.

۳۳.۷ مثال.....

در هر 800 لیتر آب یک دریا، 12.5 کیلو گرام نمک وجود دارد. در چند لیتر آب همان دریا 20 کیلوگرام نمک وجود دارد؟

حل:

اگر رابطه بین مقدار آب دریا و نمک آنرا مطالعه کنیم، به هر اندازه که آب دریا زیاد شود مقدار نمک آن نیز زیاد می شود و اگر مقدار آب کم شود نمک آن نیز کم می شود، پس رابطه بین این دو کمیت مستقیم می باشد. در این صورت:

مقدار آب	مقدار نمک
800	12.5
x	20

$$800\cdot 20 = x\cdot 12.5 \Rightarrow \frac{800\cdot 20}{12.5} = \frac{x\cdot \cancel{12.5}}{\cancel{12.5}} \Rightarrow \frac{800\cdot 20.0}{12.5} = x$$

$$\Rightarrow \frac{800\cdot \cancel{200}}{\cancel{125}} = x \Rightarrow \frac{\cancel{800}\cdot 8}{\cancel{5}} = x \Rightarrow 160\cdot 8 = x \Rightarrow x = 1280$$

چون مقدار نمک زیاد شده است پس باید مقدار آب که در آن این مقدار نمک می باشد نیز زیاد باشد در نتیجه در 1280 لیتر آب 20 کیلوگرام نمک وجود دارد.

تمرین: در هر ثانیه در سراسر جهان 100 بار صاعقه واقع می شود. دریابید که در مدت یک دقیقه در سراسر جهان چند بار صاعقه واقع خواهد شد؟

جواب: 6000 بار.

۱۵.۷ تناسب معکوس

یک کارگر یک خانه را در 24 ساعت رنگ می نماید. دو کارگر عین خانه را در 12 ساعت رنگ خواهد نمود. (چون به هر اندازه که کارگر زیاد را برای یک کار استخدام کنیم به همان اندازه در زمان کمتر کار انجام خواهد شد) موضوع فوق را در جدول ذیل می نویسیم:

رنگ خانه								
تعداد کارگر	1	2	3	4	6	8	12	24
ساعت کار	24	12	8	6	4	3	2	1

افزایش ← . . .

کاهش ← . . .

نظر به جدول فوق زمانی که تعداد کارگر ها را بیشتر می سازیم زمان برای رنگ نمودن خانه کم می شود. پس تعداد کارگر ها با زمان کار آنها تناسب معکوس دارد. اگر حاصل ضرب تعداد کارگر ها و ساعت کار آنها را پیدا نماییم، این حاصل ضرب همیشه یک عدد ثابت می باشد.

$$1\cdot 24 = 2\cdot 12 = 3\cdot 8 = 4\cdot 6 = 6\cdot 4 = 8\cdot 3 = 12\cdot 2 = 24\cdot 1 = 24$$

دیده می شود که حاصل ضرب دو کمیت بالا، یک عدد ثابت است. و یا بطور عموم گفته می توانیم که اگر تعداد کارگر را به w و ساعت کاری آنها را به t نشان دهیم:

$$w\cdot t = k$$ ویا ثابت = ساعت کار آنها · تعداد کارگر

در نتیجه گفته می شود که $w\cdot t = k$ یک تناسب معکوس را نشان می دهد و یا w معکوساً متناسب به t می باشد.

نوت

حاصل ضرب دو کمیت که با هم تناسب معکوس داشته باشند همیشه یک عدد ثابت می باشد.

۱۱.۷ تعریف .....

اگر با ازدیاد یک کمیت، کمیت دومی کم و با کم شدن آن کمیت دومی زیاد شود، پس کمیت اولی معکوساً متناسب به کمیت دومی می باشد.

در مثال فوق نیز با ازدیاد تعداد کارگر ها زمان کار کم و با کم شدن تعداد کارگر ها زمان کار زیاد می شود. در رابطه ای که برای این مثال در بالا ذکر گردید حد ثابت را که k می باشد، بنام ثابت تناسب می گویند. به مثال های ذیل که روابط معکوس بین کمیت ها را نشان می دهد توجه کنید.

۱- رابطه بین تعداد کارگر و زمان کار (به هر اندازه که کارگر زیاد باشد کار در زمان کم انجام می شود).

۲- رابطه بین سرعت و زمان (به هر اندازه که سرعت زیاد باشد زمان کم برای طی نمودن یک فاصله نیاز است).

۳- رابطه بین فشار و حجم (به هر اندازه که فشار بالای یک گاز زیاد باشد حجم آن کم می شود).

٤- رابطه بین روز و ساعات کار برای انجام دادن یک کار (یک کار در روز های زیاد با ساعات کاری کم و یا در روز های کم با ساعات کاری زیاد انجام شده می تواند).

۱۶.۷ طریقه نوشتن رابطه تناسب معکوس

به طور مثال اگر نسبت بین تعداد کارگر و زمان کار را دوباره در نظر گیریم:

تعداد کارگر	1	2	3	4	6	8	12	24
ساعات کار	24	12	8	6	4	3	2	1

حاصل ضرب تعداد کارگر و ساعات کار همیشه یک عدد ثابت می باشد. مساوات این حاصل ضرب ها را به شکل ذیل نوشته و تناسب را تشکیل می دهیم.

$$1\cdot 24 = 2\cdot 12 = 3\cdot 8 = 4\cdot 6 = 6\cdot 4 = 8\cdot 3 = 12\cdot 2 = 24\cdot 1 = 24$$

در میان تمام اعداد فوق هر گاه کدام جز آن معلوم نباشد با استفاده از مساوات حد مجهول را دریافت کرده می توانیم.

اگردر مثال فوق یکی از حدود را مجهول قرار دهیم پس آنرا طور ذیل نوشته و حد مجهول را در یافت می نماییم.

$$1\cdot 24 = 2\cdot x \Rightarrow \frac{1\cdot \cancel{24}^{12}}{\cancel{2}^{1}} = \frac{\cancel{2}\cdot x}{\cancel{2}} \Rightarrow 12 = x$$

هم چنان با استفاده از طرز نوشتاری ذیل نیز روابط تناسب معکوس را نوشته و سریعاً حل می توانیم.

ساعات کار	تعداد کارگر
24	1
x	2

$$\Rightarrow 24\cdot 1 = x\cdot 2$$

$$\frac{24\cdot 1}{2} = \frac{x\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} \Rightarrow \frac{\cancel{24}^{12}}{\cancel{2}^{1}} = x \Rightarrow x = 12$$

نوت

در تناسب معکوس کمیت ها را رو بروی هم (=) ضرب نموده حاصل ضرب ها را با هم مساوی قرار می دهیم.

نوت

رابطه تناسب را از نام کمیت ها بررسی نمایید نه از اعداد داده شده .

نوت

برای آسانی کار حد مجهول را در ستون اول بنویسید.

۳۴.۷ مثال.....

x و y با هم رابطه معکوس دارند. اگر در $y = 22$، $x = 2$ باشد، در صورتیکه $x = 4$ شود y را در یابید.

حل:

x	y
2	22
4	y

$$\Rightarrow \quad 2\cdot 22 = 4\cdot y \Rightarrow \frac{\cancel{2}\cdot 22^{11}}{\cancel{4}^{2}} = \frac{\cancel{4}\cdot y}{\cancel{4}} \Rightarrow \frac{22}{2} = y \Rightarrow 11 = y$$

تمرین: x و y با هم رابطه معکوس دارند. اگر در $y = 16$، $x = 2$ باشد، در صورتیکه $x = 8$ شود y را در یابید.

جواب: 4

۳۵.۷ مثال.....

اگر 4 نفر یک کار را در 20 روز انجام دهند، 1 نفر همان کار را در چند روز انجام خواهد داد؟

حل:

برای حل سوال از همه اولتر باید رابطه بین دو کمیت را بررسی نماییم. گفته می توانیم که به هر اندازه که کارگر زیاد شود زمان بخاطر انجام یک کار کم می شود و برعکس اگر کارگر کم شود، برای انجام دادن یک کار زمان زیاد ضرورت است .در نتیجه گفته می توانیم که رابطه بین کارگر و زمان کار معکوس می باشد. پس:

کارگر	زمان کار
4	20
1	x

$$\Rightarrow 20\cdot 4 = x\cdot 1 \Rightarrow x = 80$$

دیده می شود که با کم شدن تعداد کارگر زمان کار زیاد شده پس جواب درست می باشد.
در نتیجه یک نفر این کار را در 80 روز انجام می دهد.

تمرین : 15 نفر یک کار را در 45 روز انجام می دهد. اگر بخواهیم کار در 25 روز انجام شود به چند نفر کارگر نیاز داریم؟

جواب: 27 نفر

۳۶.۷ مثال.....

14 نفر نجار 50 میز را در 4 روز میسازند. چند نجار همین 50 میز را در 7 روز خواهند ساخت؟

حل:

به هر اندازه که نجار زیاد شود زمان بخاطر ساختن میز ها کم می شود . و برعکس اگر نجار کم شود، برای ساختن میزها زمان زیاد ضرورت است .در نتیجه گفته می توانیم که رابطه بین تعداد نجار و زمان کار رابطه معکوس می باشد. چون مقدار میز ها در هر دو حالت یکسان می باشد در تناسب تاثیری نداشته و از آن صرف نظر کرده می توانیم :

تعداد نجار	تعداد میز ها	زمان کار
14	50	4
x	50	7

$$\Rightarrow 14\cdot 4 = x\cdot 7 \Rightarrow \frac{14\cdot 4}{7} = \frac{x\cdot 7}{7} \Rightarrow 2\cdot 4 = x \Rightarrow x = 8$$

دیده می شود که با زیاد شدن زمان کار، تعداد نجارها کم شده است پس جواب درست می باشد. در نتیجه برای انجام دادن این کار در 7 روز به 8 نفر نجار نیاز است.

تمرین: 15 نفر گلکار یک خانه را در 24 روز اعمار می کنند. اگر خانه را در 10 روز بخواهیم اعمار شود، به چند نفر گلکار نیاز داریم؟

جواب: 36 نفر

۳۷.۷ مثال.....

بشـــیر روزانه 6 ســـاعت درس می خواند و یک کتاب را در 12 روز ختم می کند. اگر روزانه 9 ساعت درس بخواند همان کتاب را در چند روز ختم خواهد کرد؟

حل:

بشیر اگر روزانه بیشترین اوقات خود را صرف درس خواندن نماید کتاب را در روزهای کمتر ختم خواهد نمود ولی اگر روزانه کمتر درس بخواند برای عین کتاب روزهای بیشتر را نیاز دارد تا ختم کند. در نتیجه گفته می توانیم که رابـطه بـین سـاعات درس خواندن و روز های که برای ختم کتاب ضرورت است معکوس می باشد. پس:

زمان ختم نمودن کتاب (روز)	ساعات درس خواندن
12	6
x	9

$$\Rightarrow 12\cdot 6 = x\cdot 9 \Rightarrow \frac{12\cdot \cancel{6}^{2}}{\cancel{9}^{3}} = \frac{x\cdot \cancel{9}}{\cancel{9}} \Rightarrow \frac{\cancel{12}^{4}\cdot 2}{\cancel{3}^{1}} = x \Rightarrow x = 8$$

چون بشیر در هر روز، سـاعات بیشـتر درس می خواند پس کتاب را بـاید سـریعتر (در روزهای کم) ختم کند. پیدا نمودیم که روزهای ختم نمودن کتاب از 12 روز بـــه 8 روز تقلیل یافته است.

تمرین : 5 نل یک حوض را در 3 ساعت پر می کند، معلوم کنید که 3 نل همان حوض را در چند ساعت پر خواهند کرد؟

جواب: 5 ساعت

۳۸.۷ مثال.....

یک موتر با سرعت 30 کیلومتر در ساعت، فاصله بین دو شهر را در 20 ساعت طی می کند. اگر سرعت موتر 40 کیلومتر در ساعت شود فاصله مذکور را در چند ساعت طی خواهد نمود ؟

حل:

برای طی نمودن یک فاصله با سرعت زیاد زمان کم نیاز است و با سرعت کم زمان زیاد نیاز است . پس رابطه بین سرعت و زمان یک رابطه معکوس می باشد.

زمان	سرعت
20	30
x	40

$$\Rightarrow 20\cdot 30 = x\cdot 40 \Rightarrow \frac{\cancel{20}^{1}\cdot 30}{\cancel{40}^{2}} = \frac{x\cdot \cancel{40}}{\cancel{40}} \Rightarrow \frac{\cancel{30}^{15}}{\cancel{2}^{1}} = x \Rightarrow x = 15$$

با زیاد شدن سرعت زمان برای طی نمودن فاصله کم شده است. پس جواب درست می باشد. در نتیجه فاصله مذکور را در 15 ساعت طی خواهد نمود.

تمرین: 12 پایه کمپیوتر در 4 ساعت یک مقدار معلومات را به یک شبکه فرستاده می تواند. اگر خواسته باشیم معلومات در 30 دقیقه فرستاده شود. به چند پایه کمپیوتر نیاز داریم؟
جواب: 96 پایه

۳۹.۷ مثال.....

یک ماشین 1250 پنسل را در 5 ساعت تولید می کند. عین ماشین در 12 ساعت چند پنسل تولید خواهد نمود؟

حل:

اگر ماشین بیشتر کار کند زیادتر پنسل تولید خواهد نمود و اگر کمتر کار کند تولید نیز کمتر خواهد بود.در نتیجه رابطه بین زمان کار ماشین و تولیدات آن یک رابطه مستقیم می باشد. پس:

مقدار تولید	ساعات کار
1250	5
x	12

$$\Rightarrow x\cdot 5 = 1250\cdot 12 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{5}}{\cancel{5}} = \frac{1250\cdot 12}{\cancel{5}} \Rightarrow x = 250\cdot 12 \Rightarrow x = 3000$$

چون با زیاد شدن زمان کار مقدار تولید زیاد شده است بناءً جواب درست می باشد. در نتیجه 3000 پنسل تولید خواهد نمود.

تمرین :احمد 260 صفحهٔ کتاب را در 4 روز می خواند. اگر کتاب احمد 455 صفحه باشد کتاب خود را در چند روز خوانده می تواند؟
جواب: 7 روز

۱۷.۷ تناسب مرکب

بعضی اوقات چنین واقع می شود که بیشتر از دو کمیت را با هم مقایسه می نماییم. بطور مثال در یک فابریکه تکه بافی 15 نفر 10 متر تکه را در 7 روز آماده می کنند. اگر تعداد کارگر را کم نماییم در 7 روز مقدار تکه را که باید آماده کنند کم می شود. به همین ترتیب اگر بر علاوه تعداد کارگر روز های کاری را نیز کم بسازیم، در نتیجه به مقدار بسیار کم تکه تولید کرده می توانیم.همچنان اگر تعداد کارگر و روز های کاری را زیاد بسازیم، به مقدار بسیار زیاد تکه تولید کرده می توانیم ولی با زیاد کردن تعداد کارگر ها و کم کردن روز های کاری عین مقدار تکه را حاصل کرده می توانیم. به همین ترتیب حالات مختلف دیگری نیز وجود دارد. از توضیحات فوق چنین نتیجه می شود که تعداد کارگر با مقدار تولید ارتباط مستقیم و با روز های کاری ارتباط معکوس دارد. در چنین حالات که رابطه بین بیشتر از دو کمیت وجود داشته باشد، بنام تناسب مرکب یاد می شود.

۱۲.۷ تعریف.....

اگر در یک تناسب بیشتر از دو کمیت وجود داشته باشد، تناسب را یک تناسب مرکب می گویند.

۱۸.۷ طریقه نوشتن رابطه تناسب مرکب

برای حل سوالات تناسب مرکب کمیت های داده شده را در ستون های جداگانه می نویسیم. برای آسانی کار کمیت مجهول را در ستون اولی نوشته بعداً کمیت مجهول را با هر یک از کمیت های دیگر مقایسه می کنیم. زمانی که کمیت مجهول با یکی از کمیت ها مقایسه می شود تمام کمیت های دیگر ثابت مد نظر گرفته می شود. در نتیجه کمیت مجهول را با کمیت که تناسب مستقیم دارد به شکل چلیپا و با کمیت که تناسب معکوس دارد به شکل روبرو ضرب می نماییم. و حاصل ضرب آنها را با هم مساوی قرار می دهیم. به مثال ذیل توجه کنید:

15 نفر کارگر 10 متر تکه را در 7 روز آماده میکند 21 نفر کارگر 8 متر تکه را در چند روز آماده کرده می تواند؟

روز های کار	تعداد کارگر	مقدار تکه
7	15	10
x	21	8

روز های کار را با تعداد کارگر مقایسه می کنیم طوریکه مقدار تکه را ثابت مد نظر می گیریم. برای آماده ساختن مقدار ثابت تکه اگر تعداد کارگر زیاد شود، روز های کار کم می شود و اگر تعداد کارگر کم شود، روز های کار زیاد می شود. پس روز های کار با تعداد کارگر رابطه معکوس دارد در نتیجه روز های کار را با تعداد کارگر روبرو ضرب می کنیم.

روز های کار	تعداد کارگر	مقدار تکه
7 →	15	10
x →	21	8

روز های کار را با مقدار تکه مقایسه می کنیم طوریکه تعداد کارگر را ثابت مد نظر می گیریم. برای تعداد ثابت کارگر اگر روز های کار را زیاد می کنیم، تولید زیاد می شود و اگر روز های کار را کم کنیم، تولید نیز کم می شود پس تعداد روز های کار با مقدار تولید رابطه مستقیم دارد در نتیجه روز های کار را با مقدار تکه به شکل چلیپا ضرب می کنیم.

روز های کار	تعداد کارگر	مقدار تکه
7 →	15	10
x →	21	8

مسیر تیرک ها اعدادی را نشان می دهد که باید با هم ضرب شده و در مساوات قرار گیرند. در نتیجه:

$$x \cdot 21 \cdot 10 = 7 \cdot 15 \cdot 8$$

اگر مقدار کمیت ها زیاد شود تیرک ها زیاد شده و تشخیص مسیر مشکل می شود پس برای منظم ساختن آن تیرک ها را بعداز آخرین کمیت که مقایسه نمودیم ترسیم می کنیم و سوال را حل می نماییم.

روز های کار	تعداد کارگر	مقدار تکه
7 →	15	10
x →	21	8

$$x \cdot 21 \cdot 10 = 7 \cdot 15 \cdot 8 \Rightarrow \frac{x \cdot \cancel{21} \cdot \cancel{10}}{\cancel{21} \cdot \cancel{10}} = \frac{\cancel{7} \cdot 15 \cdot 8}{\cancel{21} \cdot \cancel{10}} \Rightarrow x = \frac{\cancel{15} \cdot 8}{\cancel{3} \cdot \cancel{10}} \Rightarrow x = \frac{\cancel{5} \cdot 8}{\cancel{10}} \Rightarrow x = 4$$

(1, 5, 1 / 3, 1, 2)

در نتیجه در 4 روز 8 متر تکه را 21 نفر کارگر آماده خواهد نمود .

۴۰.۷ مثال.....

اگر 10 نفر یک کانالی به طول 12 متر را در 8 روز حفر نمایند، 5 نفر یک کانال مشابه را که 15 متر طول دارد در چند روز حفر کرده می توانند؟

حل:

کمیت های داده شده را بطور جداگانه طوریکه کمیت مجهول درستون اولی قرار گیرد می نویسیم.

طول کانال	کارگر	روز
12	10	8
15	5	x

کمیت مجهول را بطور جداگانه با هر یک از کمیت های دیگر مقایسه می کنیم. اگر طول کانال ثابت باشد، و تعداد کارگر را زیاد نماییم، روز های که باید کار کنند کم می شود و اگر تعداد کارگر را کم بسازیم، روز های کار زیاد می شود. پس تعداد کارگر با روز های کار تناسب معکوس داشته و باید روبروی هم ضرب شوند.

طول کانال	کارگر	روز
12	10 ←	8
15	5 ←	x

اگر تعداد کارگر ثابت باشد، و طول کانال را زیاد بسازیم برای کارگر ها زمان زیادی بکار است تا کانال را حفر کنند و اگر طول کانال را کم بسازیم کارگر ها در روز های کم کار را انجام داده می توانند. پس طول کانال با روز های کار تناسب مستقیم داشته و به شکل چلیپا ضرب می شود. (مسیر اصلی که به شکل چلیپا می باشد به خط سرخ نشانی شده.)

طول کانال	کارگر	روز
12	10	8
15	5	x

مسیر تیرک ها (نصواری رنگ) اعدادی را نشان می دهد که باید با هم ضرب شوند.

$$x\cdot 5\cdot 12 = 8\cdot 10\cdot 15 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{5}\cdot \cancel{12}}{\cancel{5}\cdot \cancel{12}} = \frac{\cancel{8}\cdot \cancel{10}\cdot 15}{\cancel{5}\cdot \cancel{12}} \Rightarrow x = \frac{2\cdot 2\cdot \cancel{15}}{\cancel{3}}$$

$$\Rightarrow x = 2\cdot 2\cdot 5 \Rightarrow x = 4\cdot 5 \Rightarrow x = 20$$

در نتیجه 5 نفر کارگر، کانال به طول 15 متر را در 20 روز حفر میکنند. اضافه شدن طول کانال (از 12 به 15 متر) و کم شدن تعداد کارگر (از 10 به 5) روز های کار را بسیار زیاد ساخته است.

تمرین : 12 نفر نجار 24 چوکی را در یک ماه (30 روز) می سازد اگر 120 چوکی را در 25 روز بخواهیم ساخته شود، چند نفر نجار را باید استخدام کنیم؟

جواب: 72 نفر نجار.

۴۱.۷ مثال.....

اگر مفاد 2 ساله $5082 در یک بانک $231 شود، مفاد $23100 در 11 سال چند می شود؟

حل:

کمیت های داده شده را بطور جداگانه طوریکه کمیت مجهول درستون اولی قرار گیرد، می نویسیم.

مفاد	پول	سال
231	5082	2
x	23100	11

اگر سالهای که پول در بانک گذاشته می شود برای هر حالت ثابت (یکسان) باشد. به هر مقدار که پول زیاد گذاشته شود مفاد زیاد و اگر کم گذاشته شود مفاد نیز کم می شود. پس مقدار پول با مفاد رابطه مستقیم داشته و باید به شکل چلیپا ضرب شود.

مفاد	پول	سال
231	5082	2
x	23100	11

اگر مقدار پول ثابت باشد به هر مقدار که پول را به مدت زیاد (سال های زیاد) در بانک بگذاریم مفاد نیز بیشتر می شود و اگر سریعاً (زمان کم) پول برداشته شود کمتر مفاد می کند. پس مقدار مفاد با زمان که در بانک گذاشته می شود تناسب مستقیم داشته و باید به شکل چلیپا ضرب شود. (بعد از اینکه با 5082 ضرب شد باید با 2 ضرب شود تا مسیر چلیپا در ستون های مفاد و سال درست شود.)

مفاد	پول	سال
231	5082	2
x	23100	11

مسیر تیرک ها اعدادی را نشان می دهد که باید با هم ضرب شوند.

$$x\cdot 5082\cdot 2 = 231\cdot 23100\cdot 11 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{5082}\cdot \cancel{2}}{\cancel{5082}\cdot \cancel{2}} = \frac{\cancel{231}\cdot 23100\cdot 11}{\cancel{5082}\cdot \cancel{2}}$$

(اختصار به عدد 11) 21

(اختصار به عدد 11) 462

$$\Rightarrow x = \frac{21\cdot \overset{11550}{\cancel{23100}}\cdot 11}{462\cdot \cancel{2}} \Rightarrow x = \frac{21\cdot 11550\cdot \cancel{11}}{\cancel{462}} \Rightarrow x = \frac{\cancel{21}\cdot 11550}{\cancel{42}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\overset{5775}{\cancel{11550}}}{\cancel{2}} \Rightarrow x = 5775$$

در نتیجه مفاد $23100 در 11 سال $5775 می شود. با زیاد کردن مقدار پول و زمان که در بانک باید گذاشته شود مقدار مفاد بسیار زیاد شده است.

تمرین : 12 نفر 75 قالین را در مدت 2 روز میبافند، دریابید که 4 کارگر 225 قالین را در چند روز خواهند بافت؟

جواب: 18روز.

۴۲.۷ مثال.....

18نفر رنگمال 5 خانه را با کار روزانه 6 ساعت در 15 روز رنگ می کنند. 27 نفر رنگمال 8 خانه را با کار روزانه 8 ساعت در چند روز رنگ کرده می توانند؟

حل:

کمیت های داده شده را در ستون های خود شان بطور جداگانه می نویسیم.

تعداد کارگر	تعداد خانه	ساعات کار	روز های کار
18	5	6	15
27	8	8	x

اگر تعداد خانه و تعداد کارگر ثابت باشند، به هرمقدار که ساعت زیاد کار کنند به روز های کم ضرورت دارند و بر عکس اگر ساعات کم کار کنند به روز های زیاد نیاز دارند. پس بین روز های کار و ساعات کار تناسب معکوس وجود داشته و باید به شکل روبرو ضرب شوند.

تعداد کارگر	تعداد خانه	ساعات کار	روز های کار
18	5	6 →	15
27	8	8 →	x

اگر ساعات کار و تعداد کارگر ها ثابت باشند، به هر اندازه که تعداد خانه ها زیاد شود به روز های زیاد و به هر اندازه که تعداد خانه ها کم شود به روز های کم نیاز است. پس رابطه بین روز های کار و تعداد خانه رابطه مستقیم بوده و باید به شکل چلیپا ضرب شود. (بعد از اینکه x با 8 ضرب شد باید با 5 ضرب شود تا مسیر چلیپا بین ستون های روز های کار و تعداد خانه درست شود.)

تعداد کارگر	تعداد خانه	ساعات کار	روز های کار
18	5 ←	6 →	15
27	8 ←	8 →	x

اگر تعداد خانه و ساعت کار ثابت باشد به هر اندازه که تعداد کارگر زیاد شود به روز های کم و به هر اندازه که تعداد کارگر کم شود به روز های زیاد نیاز است تا کار را انجام دهند پس بین تعداد کارگر و روز های کار رابطه معکوس وجود داشته و باید به شکل روبرو ضرب شوند.(بعد از اینکه x با 8 و 5 ضرب شد باید با 27 ضرب شود تا مسیر روبرو بین ستون های روز های کار و تعداد کارگر درست شود.)

تعداد کارگر	تعداد خانه	ساعات کار	روز های کار
18 ←	5 →	6 →	15
27 ←	8 ←	8 →	x

مسیر تیرک ها اعدادی را نشان می دهد که باید با هم ضرب شوند.

$$x\cdot 8\cdot 5\cdot 27 = 15\cdot 6\cdot 8\cdot 18 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{8}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{27}}{\cancel{8}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{27}} = \frac{\cancel{15}\cdot 6\cdot\cancel{8}\cdot\cancel{18}}{\cancel{8}\cdot\cancel{5}\cdot 27} \Rightarrow x = \frac{\cancel{3}\cdot 6\cdot\cancel{18}}{\cancel{27}}$$

(3 ، 1 ، 1 ، 9)

$$\Rightarrow x=\frac{6\cdot 18}{9}\Rightarrow x=6\cdot 2\Rightarrow x=12$$

در نتیجه 27 نفر کارگر 8 خانه را با کار روزانه 8 ساعت در 12 روز رنگ خواهند کرد.

تمرین: 24 دهقان با کار روزانه 8 ساعت، زمینی با وسعت 2000 متر مربع را در ظرف 20 روز آماده کشت می نمایند. اگر 40 نفر روزانه 12 ساعت کار کنند، زمینی با وسعت 3000 متر مربع را در چند روز آماده کشت نموده می توانند؟

جواب: 12 روز

۴.۷ راهنمای حل سوالات.....

در حل سوالات تناسب مستقیم، معکوس و مرکب نکات ذیل را به یاد داشته باشید:

1-کمیت ها را در ستون های جداگانه بنویسید.

2- کمیت مجهول را در ستون اولی بنویسید.

3- کمیت مجهول را به حرف x نشان دهید.

4-کمیت ها را با هم مقایسه نمایید طوریکه یکی را افزایش داده دیگری را بررسی کنید اگر کمیت دومی نیز افزایش یافت، هر دو کمیت ارتباط مستقیم دارند واگر کاهش یافت، با هم ارتباط معکوس دارند. همچنان جهت حاصل نمودن اطمینان بیشتر، کمیت اولی را بار دیگر کاهش داده کمیت دومی را بررسی نمایید. در تناسب مرکب زمانیکه کمیت ها را باهم مقایسه می کنید تمام کمیت های دیگر را (بغیر ازیکی آنها که با کمیت مجهول مقایسه می شود) ثابت مد نظر بگیرید.

5- اگر رابطه بین کمیت ها مستقیم باشد هر دو کمیت را بشکل چلیپا و اگر رابطه بین کمیت هامعکوس بود هردو کمیت را با هم بشکل رو برو ضرب نمایید.

6- در تناسب مرکب زمانیکه رابطه بین کمیت های معلوم و کمیت مجهول تعین گردید، مسیر عملیه ضرب کمیت ها را نظر به کمیت مجهول تعیین می کنیم.

مثلاً:

تعداد کارگر با روز های کار رابطه معکوس دارد. بناءً هر دو ستون بشکل روبرو ضرب می شود وطول کانال با روز های کار رابطه مستقیم دارد بناءً هر دو ستون به شکل چلیپا ضرب می شود. بشکل ذیل:

روز های کار	کارگر	طول کانال
8	10	12
x	5	15

هدف از ذکر موضوع فوق اینست که اگر جای کمیت های معلوم (کارگر و طول کانال) تغیر کند نتیجه عملیه ضرب تغیر نمی کند. مثلاً:

روز های کار	طول کانال	کارگر
8	10	12
x	5	15

اگر بطور جداگانه رابطه ها را بررسی کنیم، روز های کار با طول کانال رابطه مستقیم دارد بناءً بشکل چلیپا ضرب شده اند و روز های کار با تعداد کارگر رابطه معکوس دارد بناءً باید بشکل روبرو (که توسط تیر های سرخ نشان داده شده) ضرب شود. در نتیجه بعد از اینکه x با 12 ضرب شده بعد از آن باید با 5 ضرب شود از ینرو تیرک های زرد بین کمیت های طول کانال و کارگر به شکل چلیپا واقع شده اند.

۱۹.۷ دریافت جز از کُل و کُل از جز

در یک صنف 24 نفر شاگرد درس می خواند $\frac{2}{3}$ حصه آنها را شاگردان ذکور و $\frac{1}{3}$ حصه آنها را شاگردان اناث تشکیل می دهد. تمام صنف را به حیث یک کُل می شناسیم و تعداد شاگردان اناث را به حیث یک جز و تعداد شاگردان ذکور را به حیث یک جز دیگر می شناسیم.

اگر تعداد شاگردان اناث ویا ذکور را بخواهیم از روی نسبت های داده شده فوق پیدا کنیم، پس جز را از کُل پیدا می نماییم. در این صورت طور ذیل عمل می کنیم:

تعداد شاگردان ذکور را می خواهیم پیدا کنیم. برای این منظور می دانیم که تمام حصه های شاگردان 3 حصه می باشد و 2 حصه آنرا شاگردان ذکور تشکیل می دهد. (چون در کسر $\frac{2}{3}$ 3 تمام حصه ها و 2 حصه های شاگردان ذکور را نشان می دهد.)پس چنین می نویسیم که 3 حصه شاگردان 24 نفر می باشد 2 حصه آنها چند نفر می شود؟

تعداد شاگردان	حصه ها
24	3
x	2

به هر اندازه که تعداد شاگردان زیاد شود حصه ها نیز زیاد می شود و به هر اندازه که حصه ها کم شود تعداد شاگردان نیز کم می شود.پس بین تعداد شاگردان و حصه ها تناسب مستقیم وجود دارد. از این رو به شکل چلیپا ضرب می شوند.

تعداد شاگردان	حصه ها
24	3
x	2

کسر $\frac{2}{3}$ نشان دهنده حصه های جز در کل می باشد که با مقدار کُل ضرب شده است. پس بطور عموم گفته می توانیم که برای دریافت جز از کل، نسبت را با مقدار کل ضرب می نماییم.

$$x\cdot 3 = 24\cdot 2 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{3}}{\cancel{3}} = \frac{24\cdot 2}{3} \Rightarrow x = 24\cdot\frac{2}{3} \Rightarrow x = 16$$

پس تعداد شاگردان ذکور به 16 نفر می رسد. به همین ترتیب تعداد شاگردان اناث را نیز پیدا کرده میتوانیم.

اگر دوباره از تعداد شاگردان ذکور تعداد تمام شاگردان را پیدا کنیم. پس چنین می نویسیم که:
2 حصه شاگردان 16 نفر می شود 3 حصه شاگردان چند نفر می شود؟

تعداد شاگردان	حصه ها
16	2
x	3

کسر $\frac{2}{3}$ نشان دهنده حصه های جز در کل می باشد که معکوس آن با مقدار جز ضرب شده است. پس بطور عموم گفته می توانیم که برای دریافت کُل از جز معکوس نسبت را با مقدار جز ضرب می نماییم.

$$x\cdot 2 = 16\cdot 3 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} = \frac{16\cdot 3}{2} \Rightarrow x = 16\cdot\frac{3}{2} \Rightarrow x = 24$$

تعداد تمام شاگردان به 24 نفر می رسد.

بطور خلاصه:

- برای پیدا کردن جز، عدد ضرب نسبت می شود.
- برای پیدا کردن کُل، عدد ضرب معکوس نسبت می شود.

نوت

بطور عموم اگر در عبارت سوال کلمات چون (یکعدد، خود عدد، کدام عدد) ذکر شده باشد، حد خواسته شده کل می باشد. در غیر این صورت حد خواسته شده جز می باشد.

مثال ۴۳.۷

$\frac{5}{8}$ حصه عدد 320 را دریابید.

حل:

$\frac{5}{8}$ حصه عدد 320 به این معنی است که تمام عدد اگر 8 حصه باشد، 5 حصه آن چند می شود.

عدد	حصه ها
320	8
x	5

$$x \cdot 8 = 320 \cdot 5 \Rightarrow \frac{x \cdot \cancel{8}}{\cancel{8}} = \frac{\cancel{320} \cdot 5}{\cancel{8}} \Rightarrow x = 40 \cdot 5 \Rightarrow x = 200$$

همچنان میدانیم که حد خواسته شده جز می باشد. پس نسبت را ضرب عدد می نماییم.

$$x = 320 \cdot \frac{5}{8} \Rightarrow x = \frac{\cancel{320} \cdot 5}{\cancel{8}} \Rightarrow x = 40 \cdot 5 \Rightarrow x = 200$$

تمرین : $\frac{7}{9}$ حصه عدد 450 را در یابید.

جواب: 350

مثال ۴۴.۷

$\frac{3}{7}$ حصه عدد 1771 را دریابید.

حل:

$\frac{3}{7}$ حصه عدد 1771 به این معنی است که اگر تمام عدد 7 حصه باشد 3 حصه آن چند می شود؟

عدد	حصه ها
1771	7
x	3

$$x \cdot 7 = 1771 \cdot 3 \Rightarrow \frac{x \cdot \cancel{7}}{\cancel{7}} = \frac{\cancel{1771} \cdot 3}{\cancel{7}} \Rightarrow x = 253 \cdot 3 \Rightarrow x = 759$$

همچنان میدانیم که حد خواسته شده جز می باشد. پس نسبت را ضرب عدد می نماییم.

$$x = 1771 \cdot \frac{3}{7} \Rightarrow x = \frac{\cancel{1771} \cdot 3}{\cancel{7}} \Rightarrow x = 253 \cdot 3 \Rightarrow x = 759$$

تمرین : $\frac{3}{8}$ حصه عدد 3400 را در یابید.

جواب: 1275

۴۵.۷ مثال.....

پنجم حصه عدد 17560 را دریابید.

حل:

پنجم حصه یکعدد به این معنیٰ است که عدد را پنج حصه نماییم و یک حصه آن را انتخاب کنیم. پس متن سوال نیز چنین معنیٰ می دهد که اگر تمام عدد پنج حصه شود یک حصه آن چند می شود؟

عدد	حصه ها
17560	5
x	1

$$x\cdot 5=17560\cdot 1\Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{5}}{\cancel{5}}=\frac{17560\cdot 1}{5}\Rightarrow x=\frac{\cancel{17560}^{3512}}{\cancel{5}_{1}}\Rightarrow x=3512$$

همچنان میدانیم که حد خواسته شده جز می باشد. پس نسبت را ضرب عدد می نماییم.

$$x=17560\cdot\frac{1}{5}\Rightarrow x=\frac{\cancel{17560}^{3512}}{\cancel{5}_{1}}\Rightarrow x=3512$$

تمرین : ششم حصه عدد 390 را در یابید.

جواب: 65

۴۶.۷ مثال.....

$\frac{3}{7}$ حصه یکعدد 210 است. خود عدد را دریابید.

حل:

$\frac{3}{7}$ حصه یکعدد به این معنیٰ است که اگر تمام عدد 7 حصه باشد، 3 حصه آن گرفته شده است. در این جا نیز 3 حصه عدد که 210 می باشد داده شده است و 7 حصه که تمام عدد می باشد خواسته شده است.

عدد	حصه ها
210	3
x	7

$$x\cdot 3=210\cdot 7\Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{3}}{\cancel{3}}=\frac{210\cdot 7}{3}\Rightarrow x=\frac{\cancel{210}^{70}\cdot 7}{\cancel{3}_{1}}\Rightarrow x=70\cdot 7\Rightarrow x=490$$

همچنان میدانیم که حد خواسته شده کل می باشد. پس معکوس نسبت را ضرب عدد می نماییم.

$$x = 210 \cdot \frac{7}{3} \Rightarrow x = \frac{\overset{70}{\cancel{210} \cdot 7}}{\underset{1}{\cancel{3}}} \Rightarrow x = 70 \cdot 7 \Rightarrow x = 490$$

تمرین : $\frac{9}{11}$ یک عدد 315 می باشد. خود عدد را دریابید.

جواب:385

۴۷.۷ مثال.....

شخصی هنگام مرگ اش، سه پسر خودش را خواست و برای آنها گفت:

« من برای شما 18 اسپ را به میراث گذاشته ام. پسر کوچکم $\frac{1}{6}$ حصه اسپ ها، پسر دومی ام $\frac{1}{3}$ حصه اسپ ها و پسر بزرگم $\frac{1}{2}$ حصه اسپ ها را اخذ کند.»

تعداد اسپ های را که برای هر پسر تعیین شده است دریابید.

حل:

اگر سهم پسر کوچک $\frac{1}{6}$ باشد، پس تعداد اسپ های که برای پسر کوچک تعیین شده است به شکل ذیل پیدا شده می تواند. اگر تمام اسپ ها را 6 حصه مد نظر بگیریم حصه پسر کوچک 1 حصه از آن می باشد:

عدد	حصه ها
18	6
x	1

$$x \cdot 6 = 18 \cdot 1 \Rightarrow x = \frac{\overset{3}{\cancel{18}}}{\underset{1}{\cancel{6}}} \Rightarrow x = 3$$

همچنان میدانیم که حد خواسته شده جز می باشد. پس نسبت را ضرب عدد می نموده و سهم پسر کوچک را به شکل ذیل (آسانتر) نیز پیدا کرده می توانیم.

$$x = 18 \cdot \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{\overset{3}{\cancel{18}}}{\underset{1}{\cancel{6}}} \Rightarrow x = 3$$

به ترتیب فوق سهم هر یک از پسران شخص مذکور را پیدا کرده می توانیم:

$$\text{سهم پسر اولی} = x = 18 \cdot \frac{1}{6} \Rightarrow x = 3$$

$$\text{سهم پسر دومی} = x = 18 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{18}{3} \Rightarrow x = 6$$

$$\text{سهم پسر سومی} = x = 18 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{18}{2} \Rightarrow x = 9$$

تمرین: یک مخزن آب گنجایش 240 لیتر آب را دارد. اگر $\frac{1}{3}$ حصه آب آن توسط منبع اولی و $\frac{2}{3}$ حصه آب آن توسط منبع دومی تأمین شود، مقدار آب را که از هر یک از منابع فوق در مخزن می ریزد پیدا کنید.

جواب: مقدار آب منبع اولی : 80 لیتر مقدار آب منبع دومی : 160 لیتر

۲۰.۷ احدیت

احدیت نیز مانند میزان واحد عبارت از مقایسه دو کمیت غیر متجانس می باشد. احدیت عبارت از حاصل تقسیم دو کمیت غیر متجانس است. هدف از احدیت دریافت یک کمیت در واحد کمیت دیگر می باشد. به مثال های ذیل توجه کنید:

نوت

احدیت و میزان واحد با هم یکسان می باشند.

مثال ۴۸.۷

قیمت 4 کتابچه 80 افغانی است، نرخ کتابچه را تعیین کنید.

حل:

قیمت یک کتابچه را نرخ کتابچه می نامیم. پس اگر 4 کتابچه 80 افغانی ارزش داشته باشد، ارزش 1 کتابچه را با استفاده از تناسب پیدا کرده می توانیم. طوریکه به هر اندازه که کتابچه زیاد شود ارزش آن نیز زیاد می شود. پس هر دو کمیت رابطه مستقیم داشته و قیمت 1 کتابچه را به شکل ذیل پیدا می کنیم:

کتابچه	کتابچه
80	4
x	1

$$x \cdot 4 = 80 \cdot 1 \Rightarrow \frac{x \cdot \cancel{4}}{\cancel{4}} = \frac{80 \cdot 1}{4} \Rightarrow x = \frac{\overset{20}{\cancel{80}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \Rightarrow x = 20$$

پس نرخ کتابچه 20 افغانی فی کتابچه می باشد.

تمرین : قیمت 12 قلم 60 افغانی می باشد. نرخ قلم را پیدا کنید.

جواب: 5 افغانی فی قلم.

نوت

در احدیت به یاد داشته باشید که جواب آخر اکثراً در فی واحد کمیت دوم بدست می آید مثلاً : در مثال دوم جواب 50 بدست آمده به این معنی است که 50 کیلومتر در فی ساعت.

مثال ۴۹.۷

یک موتر فاصله $100\,km$ را در مدت $2\,h$ طی می کند، سرعت موتر را دریابید.

حل:

سرعت موتر عبارت از فاصله طی شده در یک واحد زمان می باشد که واحد زمان می تواند ساعت، دقیقه و یا ثانیه باشد.

چون سرعت موتر فاصله طی شده در فی واحد زمان می باشد. اگر موتر مذکور فاصله $100\,km$ را در $2\,h$ طی کرده باشد، با استفاده از تناسب پیدا کرده می توانیم که در یک ساعت چند کیلومتر را طی نموده است. چون می دانیم که به هر اندازه زمان زیاد شود فاصله طی شده نیز زیاد می شود پس دو کمیت فوق با هم رابطه مستقیم دارند و فاصله طی شده در یک ساعت را به شکل ذیل پیدا می کنیم:

فاصله	زمان
100	2
x	1

$$x \cdot 2 = 100 \cdot 1 \Rightarrow \frac{x \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} = \frac{\overset{50}{\cancel{100}} \cdot 1}{\underset{1}{\cancel{2}}} \Rightarrow x = 50$$

پس سرعت موتر $50\,km/h$ می باشد.

نوت

km ⟵ کیلو متر

h ⟵ ساعت

تمرین : یک موتر فاصله $240\,km$ را در $3\,h$ طی می کند. سرعت موتر را دریابید.
جواب: $80\,km/h$

یادداشت:

در احدیت نکات ذیل را مد نظر بگیرید.
الف- اگر تمام یک کار در مدت x ساعت انجام شود، در مدت یک ساعت $\frac{1}{x}$ حصه همان کار اجر می شود.

به مثال های ذیل توجه کنید:

1- اگر یک حوض د رمدت 5 ساعت پر شود، در مدت یک ساعت $\frac{1}{5}$ حصه حوض پر می شود.

2- اگر یک کتاب در 10 ساعت مطالعه شود، در مدت یک ساعت $\frac{1}{10}$ حصه کتاب مطالعه می شود.

3- اگر یک خانه در 120 روز اعمار شود، در مدت یک روز $\frac{1}{120}$ حصه خانه اعمار می شود.

4- اگر یک کیلوگرام 1000 گرام باشد، یک گرام $\frac{1}{1000}$ حصه کیلوگرام می باشد.

5- اگر یک متر 100 سانتی متر باشد، یک سانتی متر $\frac{1}{100}$ حصه متر می باشد.

ب- اگر تمام یک کار را یک کارگر به تنهایی در x ساعت و کارگر دومی به تنهایی در y ساعت انجام دهد، و هر دو یکجا کار را در z ساعت انجام داده می توانند بین x ، y و z رابطه ذیل وجود دارد:

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$$

به مثال های ذیل توجه کنید:

۷.۵۰ مثال.....

نقیب یک کار را در مدت 12 روز و شکیب آنرا در مدت 6 روز تکمیل می کند، اگر هر دو یکجا کار کنند کار در چند روز تکمیل می شود؟

حل:

اگر با استفاده از فورمول، روز های کاری نقیب را به x ، روز های کاری شکیب را به y و روز های کاری هر دو را به z نشان دهیم، زمانی را که هر دو یکجا کار را ختم خواهند کرد به شکل ذیل پیدا می کنیم:

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\Rightarrow\frac{1}{z}=\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\Rightarrow\frac{1}{z}=\frac{1}{12}+\frac{2}{12}\Rightarrow\frac{1}{z}=\frac{3}{12}$$

$$\frac{1}{z}=\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{12}_{4}}\Rightarrow\frac{1}{z}=\frac{1}{4}\Rightarrow z\cdot 1=1\cdot 4\Rightarrow z=4$$

دیده می شود که دو نفر یکجا در 4 روز این کار را انجام می دهد. جواب درست می باشد زیرا دو نفر یکجا عین کار را باید سریعتر انجام دهند.

همچنان موضوع فوق را با استفاده از احدیت به شکل ذیل (در صفحه بعد) نیز تحلیل نموده و حل کرده می توانیم:

با استفاده از احدیت گفته می توانیم که در یک روز نقیب $\frac{1}{12}$ حصه کار را و شکیب $\frac{1}{6}$ حصه کار را انجام می دهد و اگر هر دو یکجا کار کنند حصه های بالا را جمع نموده و پیدا می نماییم که در یک روز هر دو یکجا چند حصه کار را انجام می دهد.

$$\text{حصه های کار انجام شده توسط هر دو نفر} = \frac{1}{12}+\frac{1}{6}=\frac{1}{12}+\frac{2}{12}=\frac{1+2}{12}=\frac{\cancel{3}}{\cancel{12}}=\frac{1}{4}$$

(2) 1 4

پیدا نمودیم که اگر هر دو یک جا کار کنند، در یک روز $\frac{1}{4}$ حصه کار را انجام می دهند و پیدا کرده می توانیم که تمام کار $(\frac{4}{4})$ را هر دوی آنها در چند روز انجام خواهند داد؟ طوریکه به هر اندازه روز های کار زیاد شود حصه های زیاد کار انجام می شود پس بین روز های کار و حصه های کار رابطه مستقیم وجود دارد.

روز ها	حصه ها
1	$\frac{1}{4}$
x	$\frac{4}{4}$ (تمام کار)

$$x\cdot\frac{1}{4}=1\cdot\frac{4}{4}\Rightarrow x\cdot\frac{1}{4}=1\Rightarrow\frac{x}{4}=1\Rightarrow x=4$$

دیده می شود که در هر دو طریقه جواب یکسان می باشد.

تمرین : یک نفر یک کار را در مدت 6 روز و نفر دوم آنرا در مدت 3 روز تکمیل می کند، اگر هر دو یکجا کار کنند کار در چند روز تکمیل می شود؟

جواب :2 روز .

۵۱.۷ مثال.....

یک نل یک حوض را در 2 ساعت، نل دومی در 6 ساعت و نل سوم آنرا در 12 ساعت پر می کند. اگر هر سه نل همزمان فعال باشند حوض را در چند ساعت پر خواهند کرد؟

حل:

معلومات داده شده در سوال را جداگانه نوشته و سوال را با استفاده از فورمول به شکل ذیل حل می نماییم:

2 ساعت = زمان برای نل اولی

6 ساعت = زمان برای نل دومی

12 ساعت = زمان برای نل سومی

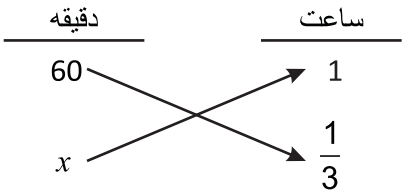
z = زمان برای هر سه نل اگر یکجا کارکنند

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\Rightarrow\frac{1}{z}=\frac{6}{12}+\frac{2}{12}+\frac{1}{12}\Rightarrow\frac{1}{z}=\frac{6+2+1}{12}\Rightarrow\frac{1}{z}=\frac{9}{12}$$

(6) (2)

$$\Rightarrow \frac{1}{z}=\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{12}_{4}} \Rightarrow \frac{1}{z}=\frac{3}{4} \Rightarrow z=\frac{4}{3} \Rightarrow z=1\frac{1}{3}$$

پیدا نمودیم که اگر هر سه نل یکجا کار کنند، حوض مذکور در 1 ساعت و $\frac{1}{3}$ حصه ساعت پر خواهد شد. $\frac{1}{3}$ حصه ساعت در حقیقت معادل 20 دقیقه می باشد که به شکل ذیل پیدا شده می تواند (به یاد داشته باشید که بر هر اندازه حصه ها ی یک ساعت زیاد شود دقیقه ها نیز زیاد می شوند):



$$x\cdot 1=60\cdot\frac{1}{3}\Rightarrow x=\frac{\cancel{60}^{20}}{\cancel{3}_{1}}\Rightarrow x=20$$

در نتیجه هر سه نل حوض مذکور را در 1 ساعت و 20 دقیقه پر خواهند نمود.

هم چنان این سوال را نیز به شکل سوال قبلی حل کرده می توانیم. طوریکه حصه های پر شده حوض در یک ساعت توسط هر یک از نل ها را جداگانه پیدا کرده و سپس همه را جمع می نماییم تا حصه های پر شده حوض در یک ساعت توسط تمام نل ها را پیدا نماییم. بعد از آن با استفاده از تناسب مستقیم زمان پر شدن حوض را پیدا کرده می توانیم.

تمرین : یک نل یک حوض را در 2 ساعت، نل دومی در 4 ساعت و نل سوم آنرا در 12 ساعت پر می کند. هر سه نل همزمان حوض را در چند ساعت پس خواهند کرد؟

تمرین : 1 ساعت و 12 دقیقه.

۵۲.۷ مثال.....

یک نل یک حوض را در 2 ساعت و نل دومی در 6 ساعت پر می کند و نل سوم آنرا در 3 ساعت خالی می کند. اگر هر سه نل همزمان فعال باشد حوض در چند ساعت پر خواهد شد؟

حل:

در اینجا دو نل حوض را پر و یک نل حوض را خالی می کند. نل که حوض را خالی می کند در حقیقت در حال کم کردن (تفریق) حصه های پر حوض می باشد. پس از حصه های که در حال پر شدن است حصه که توسط نل سوم در حال کم شدن است را تفریق می نماییم.

2 ساعت = زمان برای نل اولی

6 ساعت = زمان برای نل دومی

3 ساعت = زمان برای نل سومی

z = زمان برای هر سه نل اگر یکجا کار کنند

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\Rightarrow \frac{1}{z}=\frac{3+1-2}{6}\Rightarrow \frac{1}{z}=\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{6}_{3}}\Rightarrow \frac{1}{z}=\frac{1}{3}$$

(3) (2)

$$\Rightarrow z\cdot 1 = 1\cdot 3 \Rightarrow z = 3$$

پس حوض مذکور در 3 ساعت پر خواهد شد.

تمرین : یک نل یک حوض را در 4 ساعت و نل دومی در 2 ساعت پر می کند و نل سوم آنرا در 8 ساعت خالی می کند.اگر هر سه نل همزمان فعال باشد حوض در چند ساعت پر خواهد شد؟

جواب: 1 ساعت و 36 دقیقه.

۵۳.۷ مثال.....

سه کاریگر یکجا کار میکنند و یک کار را در مدت 4 روز تکمیل می کنند. یکی از کارگران آنرا در مدت 12 روز و دومی آنرا در مدت 8 روز به اتمام میرسانند. کارگر سومی همان کار را به تنهایی در چند روز تکمیل خواهد کرد؟

حل:

معلومات داده شده در سوال را جداگانه نوشته و با استفاده از رابطه احدیت سوال را حل می کنیم:

12 روز = زمان برای نفر اولی

8 روز = زمان برای نفر دومی

4 = زمان اجرای کار برای هر سه نفر

? = زمان برای نفر سومی

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{1}{12}+\frac{1}{8}+\frac{1}{x}\Rightarrow\frac{1}{4}-\frac{1}{12}-\frac{1}{8}=\frac{1}{x}$$

$$(6)\quad(2)\quad(3)$$

$$\Rightarrow\frac{6}{24}-\frac{2}{24}-\frac{3}{24}=\frac{1}{x}\Rightarrow\frac{6}{24}-\frac{2}{24}-\frac{3}{24}=\frac{1}{x}\Rightarrow\frac{6-2-3}{24}=\frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{24}=\frac{1}{x}\Rightarrow x=24$$

پس یک نفر این کار در 24 روز انجام داده می تواند.

تمرین : سه کارگر یکجا کار میکنند و یک کاردر مدت 3 روز تکمیل می شود. یکی از کارگران آنرا در مدت 15 روز و دومی آنرا در مدت 5 روز به اتمام میرسانند. کارگر سومی همان کار را به تنهایی در چند روز تکمیل خواهد کرد؟

جواب: 15روز.

۵۴.۷ مثال.....

یک نل یک حوض را در 8 ساعت و نل دوم آنرا در 6 ساعت پر می کند. نل سوم عین حوض را در 2 ساعت خالی می کند. اگر هر سه نل همزمان فعال باشد حوض در چند ساعت پر خواهد شد؟ (سوال را با دقت بخوانید! شاید بدون حل جواب آنرا پیدا کنید.)

حل:

معلومات داده شده در سوال را جداگانه نوشته و با استفاده از رابطه احدیت سوال را حل می کنیم:

8 ساعت = زمان برای نل اولی

6 ساعت = زمان برای نل دومی

2 ساعت = زمان برای نل سومی

z = زمان برای هر سه نل اگر یکجا کارکنند

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{8}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{1}{z}=\frac{3+4-12}{24}\Rightarrow\frac{1}{z}=\frac{-5}{24}\Rightarrow -5\cdot z=24$$

(3) (4) (12)

$$\Rightarrow\frac{\cancel{-5}\cdot z}{\cancel{-5}}=\frac{24}{-5}\Rightarrow z=-\frac{24}{5}\Rightarrow z=-4.8$$

دیده می شود که در اخیر به جواب منفی مواجه شده ایم. پس آیا هنوز هم گفته می توانیم که در 4.8 ساعت حوض پر خواهد شد؟

هرگز! زیرا وقتیکه کمیت ها را بررسی می کنیم. باید بدانیم که مقدار منفی همان کمیت، معنی را افاده کرده می تواند یا خیر در این جا کمیت z که زمان را نشان می دهد هرگز منفی شده نمی تواند، پس حوض مذکور هر گز پر نخواهد شد. همچنان بطور خلاصه گفته می توانیم جواب منفی است (یعنی امکان ندارد که حوض پر شود).

به یاد داشته باشید که جواب بعضی سوال ها در خود سوال نهفته است. مثلاً: در این سوال نیز تاکید شده است که سوال را بدقت بخوانید شاید بدون حل جواب آنرا بدانید. پس حالا سوال را بدون حل جواب میدهیم به توضیحات ذیل توجه کنید:

برای نل اولی لازم است که 8 ساعت فعال باشد تا حوض را پر کند، برای نل دومی 6 ساعت لازم است تا حوض را پر کند، ولی نل سومی آنرا در ظرف 2 ساعت خالی کرده می تواند. پس قبل از اینکه هر دو نل حوض را پر کرده بتواند نل سومی آنرا خالی می کند در نتیجه حوض هرگز پر نخواهد شد.(یا طوری مد نظر گیرید که مقدار آب را که نل سومی از حوض خارج می کند به مراتب از مقدار آب که توسط هر دو نل به داخل حوض می ریزد زیاد است).

تمرین : در یک شرکت دو گروپ کارگر وجود دارد که یک نفر از گروپ اولی یک کار را 6 ساعت و یک نفر از گروپ دومی عین کار را در 3 ساعت انجام می دهد. شرکت می خواهد که این کار در 2 ساعت انجام شود. قبلاً شرکت از هر دو گروپ یک یک نفر را استخدام کرده است. به چند نفر از کارگر دیگر از کدام گروپ ضرورت دارد؟

جواب: به کارگر دیگر هیچ نیاز ندارد.

نوت

اگر چنین واقع شود که عدد بزرگ را از عدد کوچک تفریق نماییم، طوری عمل می کنیم که عدد کوچک را از عدد بزرگ تفریق نموده تنها در اخیر، علامه منفی را در جواب نهایی می نویسیم. بطور مثال:

$7-12=?$

$\downarrow$

$(12-7=5)$

$\downarrow$

$7-12=-5$

۱.۷ خلاصه فصل.....

- نسبت عبارت از مقایسه دو کمیت می باشد. نسبت را با تقسیم کردن یا تفریق کردن دو کمیت هم جنس بدست می آوریم.

- نسبت نشان می دهد که یک کمیت چند مرتبه شامل یک کمیت دیگر می باشد و یا نسبت رابطه بین دو کمیت را نشان می دهد.

- نسبت به دو نوع است:
  1- نسبت حسابی
  2- نسبت هندسی

- نسبت هندسی به دو نوع است:
  1- نسبت هندسی جز بر جز
  2- نسبت هندسی جز بر کل

- یک نسبت زمانی به ساده ترین شکل آن ارایه می شود که هر دو اجزای نسبت نظر به همدیگر اولیه باشند.

- هر گاه بزرگترین قاسم مشترک دو و یا بیشتر از دو عدد، عدد 1 باشد اعداد فوق نظر به همدیگر اولیه هستند.

- میزان عبارت از مقایسه دو کمیت غیر متجانس است.

- میزان واحد عبارت از میزانی است که کمیت اولی را با یک واحد کمیت دومی مقایسه می نماید.

- برای دریافت نسبت های معادل به یک نسبت داده شده سه شیوه ذیل وجود دارد:

1- نظر به مجموع حدود
2- نظر به تفاضل حدود
3- نظر به حاصل ضرب حدود

- برای تقسیم نمودن یک عدد به یک نسبت داده شده، ابتدا مجموع حدود نسبت را پیدا کرده و سپس عدد داده شده را بالای این مجموع تقسیم می کنیم. بعداً حاصل تقسیم را با هر یک از اجزای نسبت ضرب نموده و در نتیجه سهم هر جز را تعیین می کنیم.

- تساوی دو و یا بیشتر از دو نسبت را تناسب یاد می کنیم.

- از مهم ترین خواص تناسب، مساوی بودن حاصل ضرب طرفین با وسطین می باشد که برای پیدا کردن حد مجهول در یک تناسب از خاصیت فوق استفاده می کنیم.

- وسط حسابی عبارت از حاصل تقسیم مجموع دو اعداد بالای عدد 2 می باشد.

- اوسط حسابی عبارت از حاصل تقسیم مجموع اعداد بالای تعداد آنها می باشد.

- اگر هردو وسطین نا معلوم و با همدیگر مساوی باشند، این حد نامعلوم را بنام وسط هندسی یاد می کنیم.

- تناسب به سه نوع ذیل می باشد:

1- تناسب مستقیم
2- تناسب معکوس
3- تناسب مرکب

- اگر با ازدیاد یک کمیت، کمیت دومی نیز زیاد و با کم شدن آن کمیت دومی نیز کم شود، پس کمیت اولی مستقیماً متناسب به کمیت دومی می باشد.

- حاصل تقسیم دو کمیت که با هم رابطه مستقیم داشته باشند، همیشه یک عدد ثابت می باشد.

- رابطه دو کمیت داده شده را از نام آنها بررسی کنید.

- اگر با ازدیاد یک کمیت، کمیت دومی کم و با کم شدن آن کمیت دومی زیاد شود، پس کمیت اولی معکوساً متناسب به کمیت دومی می باشد.

- حاصل ضرب دو کمیت که با هم تناسب معکوس داشته باشند همیشه مساوی به یک عدد ثابت می باشد.

- حاصل ضرب دو کمیت که با هم تناسب معکوس داشته باشند همیشه مساوی به یک عدد ثابت می باشد.

- اگر در یک تناسب بیشتر از دو کمیت موجود باشد، تناسب را یک تناسب مرکب می نامیم.

- در تناسب مرکب زمانی که دو کمیت را با هم مقایسه می نماییم، تمام کمیت های دیگر را ثابت فرض می کنیم.

- برای دریافت جز از کل، نسبت داده شده را با مقدار کل ضرب می نماییم.

- برای دریافت کل از جز، معکوس نسبت داده شده را با مقدار جز ضرب می نماییم.

- بطور عموم اگر در عبارت سوال کلمات چون (یک عدد، خود عدد، کدام عدد) ذکر شده باشد، حد خواسته شده کل می باشد.

- احدیت و میزان واحد، مفهوم یکسان دارند.

- در جواب سوالات که مربوط به احدیت می باشند، جواب نهایی اکثراً در فی واحد کمیت دومی حاصل می شود.

- در احدیت نکات ذیل را به یاد داشته باشید:

الف- اگر تمام یک کار در مدت x ساعت اجرا شود، در یک ساعت $\frac{1}{x}$ حصه همان کار اجرا شده است.

ب- اگر تمام یک کار را یک کارگر به تنهایی در x ساعت و کارگر دومی به تنهایی در y ساعت انجام دهد، و هر دو یکجا کار را در z ساعت انجام داده بتوانند بین x ، y و z رابطه ذیل وجود دارد:

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$$

سوالات تشریحی...

1- نسبت چیست؟
2- نسبت به چند نوع است؟
3- نسبت حسابی را تعریف کنید.
4- نسبت هندسی را تعریف کنید.
5- نسبت هندسی به چند نوع است؟
6- کدام نسبت واحد ندارد؟
7- چه زمانی یک نسبت به ساده ترین شکل آن نوشته شده می تواند؟
8- دو عدد چه زمانی نظر به همدیگر اولیه هستند؟
9- فرق میان میزان و میزان واحد چیست؟
10- نسبت معادل به یک نسبت داده شده کدام نسبت است؟
11- نسبت های معادل به یک نسبت داده شده را به چند طریقه پیدا کرده می توانید؟
12- تقسیم یک کمیت به یک نسبت معین چگونه اجرا می شود؟
13- تناسب را تعریف کنید.
14- مهمترین خاصیت تناسب کدام است؟
15- اگر هر دو طرف مساوت را با عین عدد ضرب و یا بالای عین عدد تقسیم کنیم، در مساوات تغیر وارد می شود یا خیر؟
16- حد مجهول در یک تناسب را چگونه دریافت می کنیم؟
17- وسط حسابی را تعریف کنید.
18- اوسط حسابی را تعریف کنید.
19- وسط هندسی را تعریف کنید.
20- تناسب به چند نوع است؟
21- تناسب مستقیم را تعریف کنید.
22- اگر دو کمیت با هم رابطه مستقیم داشته باشند، آیا حاصل ضرب آنها با هم مساوی است یا خیر؟
23- تناسب معکوس را تعریف کنید.
24- اگر دو کمیت با هم رابطه معکوس داشته باشند، آیا حاصل تقسیم آنها با هم مساوی است؟
25 - تناسب مرکب را تعریف کنید.
26- برای دریافت جز از کل چگونه عمل می کنیم؟
27- برای دریافت کل از جز چگونه عمل می کنیم؟
28- احدیت را تعریف کنید.
29- نکات مهم در حل سوالات احدیت (بخش کار) را بیان کنید.

سوالات حل شدنی...

30- نسبت بین کمیت های ذیل را دریابید:
الف. 5 متر و 12 متر
ب. 8 گرام و 12 گرام
ج. 6 متر و 18 متر
د. 16 گرام و 24 گرام

31- نسبت حسابی بین اعداد ذیل را دریابید:
الف. 15 و 13
ب. 19 و 12
ج. 26 و 17
د. 32 و 14

32- نسب هندسی بین اعداد ذیل را دریافت نموده و سپس به ساده ترین شکل آن بنویسید:
الف. 15 و 12
ب. 12 و 36
ج. 56 و 80
د. 32 و 64

33- تمام میزان های داده شده ذیل را به شکل میزان واحد بنویسید:
الف. احمد فاصله 12 متر را در 4 ثانیه طی نمود.
ب. با 50 افغانی 25 قلم خریداری شده می تواند.
ج. با 6 افغانی 12 عدد تباشیر خریداری شده می تواند.
د. فواد 60000 افغانی در دو ماه عاید دارد.

34- نسبت معادل به نسبت $\frac{64}{16}$ را نظر به شرایط داده شده ذیل دریابید:
الف. مجموع حدود آن 160 شود.
ب. مجموع حدود آن 40 شود.
ج. تفاضل حدود آن 3 شود.
د. تفاضل حدود آن 6 شود.
هـ. حاصل ضرب حدود آن 4096 شود.
و. حاصل ضرب حدود آن 25600 شود.

35- اعداد ذیل را به نسبت های داده شده تقسیم نمایید:

الف. 15 (2:3)
ب. 18 (1:2:3)
ج. 120 (2:3:5)
د. 60 (3:4:5)
هـ. 52 (5:7:1)
و. 492 (2:3:7)
ز. 819 (3:2:4)
ح. 1305 (1:2:3:4:5)

36- کدام یکی از تناسب های ذیل درست و کدام آنها غلط می باشد؟

الف. $\frac{8}{3}=\frac{4}{6}$
ب. $\frac{2}{3}=\frac{3}{4.5}$
ج. $\frac{3}{7}=\frac{4.5}{10.5}$
د. $\frac{21.6}{28.8}=\frac{3}{4}$
هـ. $\frac{5}{12}=\frac{2.5}{5.5}$
و. $\frac{3}{4}=0.75$
ز. $\frac{7}{28}=\frac{1}{4}$
ح. $\frac{2}{15}=\frac{0.5}{7.5}$

37- حد مجهول در تناسب های ذیل را دریابید:

الف. $\frac{x}{12}=\frac{3}{4}$
ب. $\frac{15}{x}=\frac{12}{4}$
ج. $\frac{3}{7}=\frac{x}{49}$
د. $\frac{4}{9}=\frac{16}{x}$
هـ. $\frac{12.5}{x}=\frac{6.25}{1.5}$
و. $\frac{x}{4.3}=\frac{4.4}{9.46}$
ز. $\frac{2.2}{4.27}=\frac{x}{3.2025}$
ح. $\frac{3.14}{2.11}=\frac{5.652}{x}$

38- اوسط حسابی اعداد ذیل را دریابید:

الف. 3, 4, 5
ب. 11, 12, 13
ج. 21, 22, 23
د. 36, 14, 18
هـ. 12, 16, 22
و. 13, 17, 19
ز. 12, 15, 14
ح. 13, 11, 1

39- اوسط حسابی اعداد ذیل را دریابید:

الف. 3, 4, 5
ب. 14, 12, 15, 1
ج. 114, 12, 1, 1, 1
د. 31, 14, 15, 6, 7
هـ. 11,15,17,19
و. 121,152, 452
ز. 785, 444, 12, 2, 7
ح. 21, 45, 56, 23, 45, 1

40- وسط هندسی اعداد ذیل را دریابید:

الف. 2 و 12.5
ب. 2 و 32
ج. 3 و 9
د. 4 و 64

41- حصه های اعداد ذیل را دریابید:

الف. $\frac{2}{3}$ حصه عدد 225
ب. $\frac{3}{4}$ حصه عدد 1024
ج. $\frac{2}{5}$ حصه عدد 160
د. $\frac{4}{5}$ حصه عدد 125

42- با در نظرداشت معلومات داده شده در مورد اجزای اعداد، خود اعداد را پیدا کنید.

الف. $\frac{4}{7}$ حصه یک عدد 84 است.
ب. $\frac{5}{11}$ حصه یک عدد 1375 است.
ج. $\frac{7}{12}$ حصه یک عدد 434 است.
د. $\frac{2}{9}$ حصه یک عدد 882 است.

1- در یک مکتب 320 نفر شاگرد از طبقه ذکور، 150 نفر شاگرد از طبقه اناث، 35 نفر معلم از طبقه ذکور و 15 نفر معلم از طبقه اناث موجود است. نظر به معلومات فوق نسبت های ذیل را دریابید:

الف. نسبت بین تعداد شاگردان ذکور و اناث

ب. نسبت بین تعداد شاگردان اناث و ذکور

ج. نسبت بین تعداد شاگردان و تعداد استادان

د. نسبت بین تعداد استادان و تعداد شاگردان

ه. نسبت بین تعداد شاگردان اناث و استادان اناث

و. نسبت بین تعداد شاگردان ذکور و استادان ذکور

ز. نسبت بین تعداد استادان ذکور و شاگردان اناث

ح. نسبت بین تعداد شاگردان ذکور و استادان اناث

2- اگر طول قد احمد 1.74 متر و طول قد محمود 1.69 متر باشد، تفاوت قد های آنها را دریابید.

3- اوسط نمرات اول نمره یک صنف 97.82 و از دوم نمره آن 93.02 می باشد. تفاوت نمرات آنها را دریابید.

4- اگر 18 گرام آب زمانی تولید شود که 16 گرام اکسیجن با 2 گرام هایدروجن تعامل نماید، پس برای تولید 72 گرام آب چند گرام اکسیجن و چند گرام هایدروجن نیاز است؟

5- نسبت بین سن احمد و محمود $\frac{3}{5}$ است. اگر تفاضل میان سن هردو 30 باشد، سن هر یک را دریابید.

6- اگر برای تهیه 20 کیلوگرام مخلوط کانکریت نسبت بین مقدار آب، سمنت، جغل و ریگ 2 : 4 : 9 : 5 باشد برای تهیه 700 کیلوگرام مخلوط کانکریت، مقدار هر یک از اجزای فوق را دریابید.

7- یک محصول متشکل از مس و آهن 1.5 کیلوگرام وزن دارد. اگر کتله آهن 450 گرام باشد، نسبت مس و آهن را دریابید.

8- یک نسبت معادل $\frac{3}{5}$ را دریابید که جمله اول آن 18 باشد.

9- یک نسبت معادل $\frac{7}{8}$ را دریابید که جمله دوم آن 24 باشد.

10- مبلغ 180 افغانی را به نسبت 2:3:7 تقسیم کنید.

11- 24 جریب زمین را بین دو برادر به نسبت 2:4 تقسیم کنید.

12- 320 قلم را بین چهار نفر به نسبت 8:5:10:9 تقسیم کنید.

13- 8400 پنسل را بین سه نفر به نسبت 7:5:8 تقسیم کنید.

14- یک پدر می خواهد 640 افغانی را بین دو پسرش به نسبت $\frac{3}{5}$ تقسیم کند. سهم هر یک را دریابید.

15- یک الیاژ طلا، نقره و پلاتین به نسبت 2:5:21 مخلوط شده اند. اگر کتله مجموعی الیاژ 560 گرام باشد، کتله نقره در الیاژ را دریابید.

16- در اعمار یک تعمیر سه نفر به ترتیب 8,11 و 6 روز کار نموده اند. اگر جمعاً 150000 افغانی مزد بدست آورده باشند، حصه هر کدام را دریابید.

17- حمزه $40000، مسعود $50000 و اقبال $60000 در یک شرکت سرمایه دارند، اگر مفاد شرکت در یک معامله تجارتی مبلغ $30000 باشد، سهم حمزه درین مفاد چند است؟

18- نسبت بین سن احمد و محمود $\frac{3}{5}$ است. اگر احمد 24 ساله باشد، محمود چند ساله است؟

19- نسبت بین سرمایه نوید و مسعود $\frac{5}{7}$ است. اگر سرمایه نوید 150 هزار افغانی باشد، سرمایه مسعود چند افغانی می باشد؟

20- حد اول، دوم و سوم در یک تناسب به ترتیب 3,4 و 8 می باشد. حد چهارم را دریابید.

21- یک موتر در مدت 5 ساعت به ترتیب فاصله های 15 کیلو متر، 25 کیلومتر، 30 کیلومتر، 12 کیلومتر و 18 کیلومتر را طی می کند. بطور اوسط موتر مذکور در هر ساعت چند کیلومتر فاصله را طی نموده است؟

22- شعیب در مضامین ذیل نمرات ذیل را اخذ نموده است:
- ریاضی : 94
- فزیک : 92
- کیمیا : 85
- بیولوژی : 95
اوسط نمرات شعیب چند می شود؟

23- مزد 16 نفر کارگر 64000 افغانی می شود. مزد 12 نفر کارگر را دریابید.

24- اگر 3 نفر باغبان در یک روز 24 نهال را غرس کرده بتواند، برای غرس 120 نهال در یک روز به چند نفر باغبان نیاز است؟

25- اگر یک موتر فاصله 26 کیلومتر را با سرعت ثابت در 30 دقیقه طی نماید، موتر مذکور فاصله 65 کیلومتر را در چند ساعت طی خواهد کرد؟

26- 4 نفر رنگمال یک تعمیر را در 5 روز رنگمالی می کنند. برای اینکه تعمیر مذکور در مدت 10 روز رنگمالی شود به چند نفر رنگمال نیاز است؟

27- اگر 5 نفر خیاط 1 جوره لباس را در 3 روز بدوزند، 12 نفر خیاط 1 جوره لباس را در چند روز دوخته می توانند؟

28- یک موتر با سرعت 66 کیلومتر فی ساعت، فاصله بین دو شهر را در مدت 3 ساعت طی میکند. اگر سرعت موتر به 99 کیلومتر فی ساعت برسد فاصله مذکور را در چند ساعت طی خواهد کرد؟

29- تعداد 5 نفر کارگر با کار روزانه 8 ساعت، تعمیری را 10 روز رنگمالی میکنند. چند نفر کارگر با کار روزانه 5 ساعت همین تعمیر را در 4 روز رنگمالی مینمایند؟

30- هرگاه 5 نل هم قطر در جریان 4 روز یک حوض را پر کنند، 4 نل مشابه به نل های اولی، همان حوض را در چند روز پر می کند؟

31- یک کارگر روزانه 7 ساعت کار می کند و کاری را در 6 روز تمام می نماید، اگر 2 کارگر روزانه 7 ساعت کار نمایند همان کار را در چند روز تمام خواهند کرد؟

32- 8 نفر داکتر 72 مریض را در مدت 12 ساعت معاینه می کنند. 12 داکتر 96 مریض را در چند ساعت معاینه خواهند کرد؟

33- 10 دهقان با کار روزانه 6 ساعت یک زمین را که طول آن 1000 متر و عرض آن 250 متر است در 10 روز بیل میزنند. معلوم کنید که 12 نفر دهقان اگر روزانه 5 ساعت کار کنند، زمینی را که طول آن 750 متر و عرض آن 200 متر است در چند روز بیل خواهند زد؟

34- 10 گلکار و 24 نفر مزدورکار اگر روزانه 7 ساعت کار کنند یک تعمیر را که 7 طبقه دارد و در مساحت 600 متر مربع اعمار می شود، در مدت 210 روز تکمیل میکنند. اگر 7 نفر گلکار و 30 نفر مزدورکار روزانه 5 ساعت کار کنند، یک تعمیر که 5 طبقه و در مساحت 500 متر مربع اعمار می شود، در چند روز تکمیل خواهند کرد؟

35- اگر 4 عراده ماشین حفر کاری با 12 لاری و 120 نفر کارگر با کار روزانه 6 ساعت خندقی را که 120 متر طول، 60 متر عرض و 14 متر عمق دارد در مدت 90 روز حفر کنند، 6 عراده ماشین حفر کاری با 18 لاری و 180 نفر کارگر با کار روزانه 4 ساعت خندقی را

که 150 متر طول، 70 متر عرض و 15 متر عمق دارد در چند روز حفر خواهند کرد؟

36- در یک صنف 36 نفر است. از آن جمله $\frac{1}{3}$ حصه آنها را شاگردان اناث و $\frac{2}{3}$ آنها را شاگردان ذکور تشکیل میدهد. تعداد شاگردان ذکور و اناث را مشخص کنید.

37- $\frac{3}{8}$ حصه اسهام یک شرکت نزد یک نفر است. اگر تمام اسهام شرکت 112 سهم باشد، تعداد اسهام شخص مذکور را دریابید.

38- قد احمد $\frac{7}{8}$ حصه قد محمود می باشد. اگر قد محمود 160 سانتی متر باشد، قد احمد را دریابید.

39- قد احمد $\frac{9}{10}$ حصه قد محمود می باشد. اگر قد احمد 162 سانتی متر باشد، قد محمود را دریابید.

40- $\frac{3}{4}$ حصه کارگران یک شرکت حاضر هستند. اگر تعداد تمام کارگران به 36 نفر برسد، تعداد کارگران غیر حاضر را در یابید.

41- $\frac{2}{3}$ حصه کارگران یک شرکت حاضر هستند. اگر تعداد کارگران غیر حاضر 8 نفر باشد، تعداد تمام کارگران را در یابید.

42- یک آب گرم کن برقی $\frac{80}{100}$ حصه تمام انرژی برقی را که مصرف می کند به انرژی حرارتی تبدیل کرده و باعث بلند بردن در جه حرارت آب می شود. اگر برای گرم شدن کامل آب به مقدار 15 کیلووات ساعت انرژی نیاز باشد، پس باید به چه مقدار انرژی برقی برای آب گرم کن مهیا شود؟

43- یک نفر کارگر یک کار را در 2 روز انجام میدهد و عین کار را کارگر دومی در 3 روز انجام میدهد، اگر هر دو باهم یکجا کار کنند، این کار را در چند روز انجام خواهند داد؟

44- یک نل یک حوض را در 4 ساعت و نل دومی آنرا در 6 ساعت پر میکند، اگر هر دو یکجا با هم حوض را پر کنند، در چند ساعت حوض مذکور پر خواهد شد؟

45- 3 کارگر با هم یکجا یک کار را در 1 روز انجام می دهد، یک کارگر آنرا در 4 روز و کارگر دومی آنرا در 3 روز انجام داده می تواند، کارگر سومی کار مذکور را به تنهایی در چند روز انجام خواهد داد؟

46- 3 کارگر با هم یکجا یک کار را در 6 روز انجام می دهند، یک کارگر آنرا در 12 روز و کارگر دومی آنرا در 18 روز انجام داده می تواند، کارگر سومی کار مذکور را به تنهایی در چند روز انجام خواهد داد؟

47- در یک شرکت دو گروپ کارگر وجود دارد. 2 نفر کارگر از گروپ اولی یک کار را در 12 روز و 5 نفر از گروپ دومی عین کار را در 24 روز انجام می دهد. اگر هر دو گروپ با هم یکجا کار کنند کار را در چند روز انجام خواهند داد؟

48- در یک شرکت دو گروپ کارگر وجود دارد. 2 نفر کارگر از گروپ اولی یک کار را در 6 روز و 3 نفر از گروپ دومی عین کار را در 12 روز انجام می دهد. اگر 1 نفر از گروپ اولی با 2 نفر از گروپ دومی با هم یکجا کار کنند عین کار را در چند روز انجام خواهند داد؟

1- نسبت بین 40 دقیقه و 2 ساعت را دریابید.

الف. 3 ج. 4

ب. $\frac{1}{3}$ د. $\frac{1}{4}$

2- نسبت بین 2 کیلوگرام و 500 گرام را دریابید.

الف. 3 ج. 4

ب. $\frac{1}{3}$ د. $\frac{1}{4}$

3- نسبت بین 12 دقیقه و 48 ثانیه را دریابید.

الف. 12 ج. 14

ب. 13 د. 15

4- شاگردان دو صنف به ترتیب 50 و 45 نفر است. ساده ترین نسبت بین آنها را دریابید.

الف. $\frac{9}{10}$ ج. $\frac{8}{9}$

ب. $\frac{10}{9}$ د. $\frac{9}{8}$

5- نسبت بین طبقه اناث و ذکور یک صنف $\frac{5}{7}$ است. اگر تعداد طبقه اناث 35 نفر باشد، تعداد طبقه ذکور را دریابید.

الف. 40 نفر ج. 49 نفر

ب. 38 نفر د. 39 نفر

6- اگر نسبت بین مقدار نمک و آب در آب های بحری $\frac{35}{1000}$ باشد، در 70 میلیون کیلو گرام آب بحری چه مقدار نمک وجود دارد؟

الف. 2.4 میلیون کیلوگرام ج. 2.45 میلیون کیلوگرام

ب. 2.5 میلیون کیلوگرام د. 2.6 میلیون کیلو گرام

7- نسبت بین قد شعیب و شکیب $\frac{7}{8}$ است، اگر قد شکیب 168 سانتی متر باشد، قد شعیب را دریابید.

الف. 155 ج. 162

ب. 147 د. 145

8- یک نسبت معادل $\frac{7}{5}$ را دریابید که تفاضل جملات آن 60 باشد.

الف. $\frac{90}{30}$ ج. $\frac{220}{140}$

ب. $\frac{210}{150}$ د. $\frac{200}{160}$

9- یک نسبت معادل $\frac{3}{8}$ را دریابید که مجموع حدود آن 121 باشد.

الف. $\frac{33}{88}$ ج. $\frac{90}{31}$

ب. $\frac{100}{21}$ د. $\frac{81}{41}$

10- اگر $\frac{A}{B}=\frac{5}{6}$ و $\frac{A}{C}=\frac{2}{3}$ باشد. نسبت $\frac{B}{C}$ را دریابید.

الف. $\frac{5}{4}$ ج. $\frac{5}{3}$

ب. $\frac{3}{5}$ د. $\frac{4}{5}$

11- اگر $\frac{A}{B}=\frac{2}{5}$ و $\frac{B}{C}=\frac{3}{7}$ باشد. نسبت $\frac{C}{A}$ را دریابید.

الف. $\frac{6}{35}$ ج. $\frac{7}{31}$

ب. $\frac{35}{6}$ د. $\frac{31}{7}$

12- عدد 648 را به نسبت 2:3:7 تقسیم کنید.

الف. 128, 152, 368
ب. 108, 162, 378
ج. 128, 162, 358
د. 128, 132, 388

13- در انجام یک کار 3 نفر به ترتیب 2 ,3 و 6 روز کار می کنند. اگر مزد همه آنها 3850 افغانی شود، سهم هر یک به ترتیب چند افغانی می شود؟

الف. 2100, 1050, 700
ب. 1000, 1150, 800
ج. 1200, 900, 750
د. 1200, 950, 700

14- کمیت سرعت موتر با کمیت زمان طی کردن مسافه بین دو شهر معین، چه تناسبی دارد؟

الف. مستقیم
ب. معکوس
ج. مرکب
د. حسابی

15- مصارف شاگردان لیلیه با تعداد آنها چه تناسب دارد؟

الف. مستقیم
ب. معکوس
ج. مرکب
د. حسابی

16- تعداد 8 نفر کارگر یک تعمیر را در 9 روز تمام میکنند، تعداد 9 کارگر کار تعمیر را در چند روز تمام خواهند کرد؟

الف. 10
ب. 9
ج. 8
د. 7

17- یک نل حوضی را در 4 ساعت پر میکند. نل دومی همان حوض را در 3 ساعت پر می نماید، هر دو نل همزمان همان حوض را در چند ساعت پر خواهند کرد؟

الف. $\frac{6}{7}$
ب. $\frac{4}{7}$
ج. $\frac{12}{7}$
د. $\frac{3}{7}$

18- یک نل یک حوض را در 9 ساعت پر میکند. سه نل با عین قطر همان حوض را در چند ساعت پر میکند؟

الف. 2
ب. 3
ج. 4
د. 5

19- اجوره 20 نفر کارمند روزانه 600000 افغانی می شود. اجوره 35 نفر کارمند را دریابید.

الف. 2000000
ب. 1050000
ج. 1064000
د. 1090000

20- یک موتر با سرعت 150 کیلومتر فی ساعت، مسافه بین دو شهر را در 6 ساعت طی میکند. اگر سرعت موتر 90 کیلومتر فی ساعت شود، مسافه مذکور را در چند ساعت می پیماید؟

الف. 8
ب. 7
ج. 9
د. 10

21- یک حوض توسط 5 نل با قطر های مساوی در ظرف 10 ساعت پر می شود. 2 نل مشابه، همان حوض را در چند ساعت پر خواهد کرد؟

الف. 25
ب. 20
ج. 24
د. 15

22- شخصی 210 متر فاصله را در مدت 3 دقیقه طی می کند، دریابید که شخص مذکور فاصله 1120 متر را در چند دقیقه طی خواهد کرد؟

الف. 16
ب. 17
ج. 18
د. 19

23- یک موتر در هر 50 کیلومتر ضرورت به 4.5 لیتر تیل دارد. اگر موتر 36 لیتر تیل داشته باشد، کدام فاصله را طی کرده می تواند؟

الف. 200
ب. 400
ج. 500
د. 300

فصل ۸

فیصد، مشارکت و ربح

در این فصل ...

۸.۱ فیصد
۸.۲ تخفیف
۸.۳ زکات
۸.۴ مشارکت
۸.۵ ربح ساده
۸.۶ تنزیل یا تکتانه
۸.۷ ربح مرکب

به ادامه فصل قبل در این فصل نیز محاسبات مالی را که روزمره با آن بیشتر مواجه می شویم مورد مطالعه و بررسی قرار می دهیم.

۱.۸ فیصد (Percentage)

در یک قریه 200 خانه وجود دارد برای 120 خانه آن آب آشامیدنی صحی از طرف حکومت مهیا شده است. موضوع فوق را این چنین نیز گفته می توانیم: «120 خانه در 200 خانهٔ قریه فوق الذکر آب آشامیدنی دارند.»
تعداد خانه هایی که در 100 خانه، آب آشامیدنی دارند را نیز با استفاده از تناسب طور ذیل محاسبه کرده میتوانیم:

تعداد خانه ها	تعداد خانه ها که آب آشامیدنی دارند
200	120
100	x

$$200 \cdot x = 100 \cdot 120 \Rightarrow \frac{\cancel{200} \cdot x}{\cancel{200}} = \frac{\cancel{100} \cdot 120}{\cancel{200}} \Rightarrow x = \frac{\cancel{120}}{\cancel{2}} \Rightarrow x = 60$$

(1, 60, 2, 1)

60 خانه در 100 خانهٔ قریه فوق الذکر آب آشامیدنی دارند. این موضوع را بشکل ذیل نیز بیان کرده میتوانیم:
«60 فیصد خانه های قریه آب آشامیدنی دارند.» قسمیکه از معنیٰ لغوی فیصد معلوم است اگر کلمه فیصد را بطور جداگانه معنیٰ کنیم، فی به معنیٰ "در" و صد هدف از آن عدد صد می باشد. به این معنیٰ که در هر صد خانه 60 خانه آن آب آشامیدنی دارد.

موضوع فوق را در ریاضی به کمک فیصد بشکل کسر هایی نشان می دهند که مخرج های شان عدد 100 باشد مثلاً: موضوع فوق را توسط کسر $\frac{60}{100}$ نشان می دهیم. و چنین خوانده می شود: «60 فیصد» و به این معنیٰ است که در هر 100 خانه 60 خانه. در فیصد عدد 100 را حذف کرده و بجای آن علامه (%) را می نویسند. که در نتیجه:

$$\frac{60}{100} = 60\%$$

۱.۸ تعریف .....

کسریکه مخرج آن 100 باشد، فیصد نامیده می شود. و یا فیصد محاسبه به اساس عدد 100 می باشد.

طوریکه در بالا ذکر کردیم فیصد را به علامه (%) نشان می دهند. مسایل فیصد را با استفاده از تناسب مستقیم حل کرده می توانیم. طوریکه در همه حالات 100% یک شی، یک کمیت، یک مقدار و یا هر چیز دیگر را کُل همان شی، کمیت، مقدار و یا هر چیز دیگر که باشد حساب می کنیم و فیصدی دیگری که در سوال خواسته شده است را منحیث جز در نظر می گیریم و حد مجهول را محاسبه می کنیم.

فیصدی	مقدار
100%	کُل
x	جز

بعضی اوقات فیصدی از خود 100% بزرگتر هم شده میتواند؛ که در این صورت فیصدی بزرگتر از 100 % به معنیٰ زیاد بودن از کُل همان شی، کمیت و یا مقدار می باشد.

۱.۸ مثال.....

60% عدد 7500 را در یابید.

حل:

کل عدد که عبارت از 100% می باشد مساوی به 7500 است و 60% آن را طور ذیل پیدا می کنیم:

مقدار	فیصدی
7500	100
x	60

$$100 \cdot x = 60 \cdot 7500 \Rightarrow \frac{\cancel{100} \cdot x}{\cancel{100}} = \frac{60 \cdot \cancel{7500}^{75}}{\cancel{100}_{1}} \Rightarrow x = 60 \cdot 75 \Rightarrow x = 4500$$

60% عدد 7500 عدد 4500 می باشد. جواب فوق درست می باشد زیرا با کاهش فیصدی مقدار عدد نیز کاهش یافته است.

تمرین: 50% عدد 2000 را دریابید.

جواب: 1000

۲.۸ مثال.....

20% عدد 1500 را در یابید.

حل:

کل عدد که عبارت از 100% می باشد مساوی به 1500 است و 20% آن را طور ذیل پیدا می کنیم:

مقدار	فیصدی
1500	100
x	20

$$x \cdot 100 = 1500 \cdot 20 \Rightarrow \frac{x \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = \frac{\cancel{1500} \cdot 20^{15}}{\cancel{100}_{1}} \Rightarrow x = 15 \cdot 20 \Rightarrow x = 300$$

20% عدد 1500 عدد 300 می باشد. جواب فوق درست می باشد زیرا با کاهش فیصدی مقدار عدد نیز کاهش یافته است.

تمرین: 45% عدد 260 را دریابید.

جواب: 117

۳.۸ مثال.....

هر گاه 10% یک عدد 400 باشد، خود عدد را دریابید.

حل:

10% عدد که عبارت از 400 می باشد داده شده است و 100% آن که کل عدد می باشد طور ذیل دریافت می شود:

مقدار	فیصدی
400	10
x	100

$$x\cdot 10 = 400\cdot 100 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{10}}{\cancel{10}} = \frac{400\cdot \cancel{100}}{\cancel{10}} \Rightarrow x = 400\cdot 10 \Rightarrow x = 4000$$

100% عدد، 4000 است. جـواب فوق درست می باشد زیرا بـا افزایش فیصدی مقدار عدد نیز افزایش یافته است.

تمرین: 40% یک عدد 260 است خود عدد را دریابید.

جواب: 650

۴.۸ مثال.....

چند فیصد عدد 20 مساوی به 4 می شود؟

حل:

تمام عدد که 100% آن می باشد عدد 20 است پس فیصدی عدد 4 را با استفاده از تناسب به شکل ذیل پیدا می کنیم.

فیصدی	مقدار
100	20
x	4

$$x\cdot 20 = 100\cdot 4 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{20}}{\cancel{20}} = \frac{\cancel{100}\cdot 4}{\cancel{20}} \Rightarrow x = 5\cdot 4 \Rightarrow x = 20$$

پس عدد 4 ، 20% عدد 20 را تشکیل میدهد. جواب فوق درست است زیرا بـا کاهش عدد فیصدی آن نیز کاهش یافته است.

تمرین: چند فیصد عدد 120 مساوی به 48 می شود؟

جواب: 40%

۵.۸ مثال.....

اگر نمره پوره در امتحـان کانکور 330 نمره باشـد، یک شـاگرد بـا اخذ 316.8 نمره چند فیصد موفقیت حاصل نموده است؟

حل:

330 نمره 100% نمره را تشـکیل می دهد. و فیصدی 316.8 را طور ذیل پیدا کرده می توانیم:

فیصدی	مقدار
330	100
316.8	x

$$330\cdot x = 316.8\cdot 100 \Rightarrow \frac{\cancel{330}\cdot x}{\cancel{330}} = \frac{316.8\cdot 100}{330} \Rightarrow x = \frac{3168\cancel{0}}{33\cancel{0}}$$

$$x = \frac{3168}{33} \Rightarrow x = \frac{1056}{11} \Rightarrow x = 96$$

(1056 over 33; 96 over 11)

پس شاگرد با اخذ 316.8 نمره 96% موفقیت حاصل نموده است. جواب فوق درست می باشد چون با کم شدن نمره فیصدی نیز کاهش یافته است.

تمرین: یک تاجر یک جنس را بـــه قـــیمت 1200 افغانی خریداری می کند. اگر جنس مذکور را با 300 افغانی مفاد به فروش برساند، چند فیصد مفاد کرده است؟

جواب: 25%

۶.۸ مثال.....

از 200 نفر شـــاملین یک امتحـــان 6.5% ناکام شـــده اند، فیصدی افراد کامیاب و تعداد کامیابان را دریابید.

حل:

برای اینکه تعداد کامیابان را دریافت کنیم در ابتدا باید فیصدی شاگردان کامیاب را محاسبه نماییم. از 100% شاگردان 6.5% آنها ناکام شده اند پس متباقی آنها شاگردان کامیاب می باشند.

فیصدی شاگردان کامیاب = 100% − فیصدی شاگردان ناکام

فیصدی شاگردان کامیاب = 100% − 6.5% = 93.5%

تعداد شاگردان کامیاب	فیصدی
200	100
x	93.5

$$100 \cdot x = 93.5 \cdot 200 \Rightarrow \frac{100 \cdot x}{100} = \frac{93.5 \cdot 200}{100} \Rightarrow x = 187$$

(100 over 100; 93.5 · 200 over 100; 2 over 1)

پس تعداد شـاگردان کامیاب بـه 187 نفر می رسد. جواب فوق درست می باشـد زیرا بـا کاهش فیصدی تعداد شاگردان نیز کاهش یافته است.

تمرین: در یک شهر 100000 نفر زنده گی می کنند، در میان آنها در حدود 25000 نفر مهاجرین اند. پیدا کنید که چند فیصد آنها باشـــنده گان اصلی و چند فیصد آنها را مهاجرین تشکیل می دهد؟

جواب: 25% مهاجرین و 75% فیصد باشنده گان اصلی.

۷.۸ مثال.....

به اساس احصایه سال 2000 میلادی فیصدی نفوس افغانستان که با سواد اند، به 36.3% می رسد. اگر تمام نفوس افغانستان 32 میلیون تخمین شده باشد. پیدا کنید که چند نفر در افغانستان از نعمت سواد برخوردار اند.

حل:

تمام نفوس افغانستان که 100% آن می باشد 32 میلیون نفر است. پس 36.3% آن را با استفاده از تناسب به شکل ذیل پیدا کرده می توانیم:

تعداد نفوس	فیصدی
32000000	100
x	36.3

$$x\cdot 100 = 32000000\cdot 36.3 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = \frac{32000000\cdot 36.3}{100}$$

$$\Rightarrow x = 320000\cdot 36.3 \Rightarrow x = 11616000$$

پس تعداد افرادیکه در افغانستان با سواد اند به بیشتر از 11 میلیون نفر می رسد. جواب فوق درست می باشد زیرا با کاهش فیصدی تعداد نفوس نیز کاهش یافته است.

تمرین: از جمله نفوس افغانستان 23% آنها شهر نشین هستند و متباقی در قریه ها زنده گی دارند. دریابید که چند نفر در افغانستان شهر نشین هستند؟

جواب: 7360000

۸.۸ مثال.....

$8.\overline{3}\%$ کدام عدد، مساوی به 10 می شود؟

حل:

در این جا فیصدی بشکل کسر متوالی داده شده است. چون در محاسبات، اجرای عملیه ها بالای اعداد متوالی به شکل کسری آنها ساده می باشد، بناءً در ابتدا فیصدی فوق را بشکل یک کسر عام تبدیل کرده بعداً با استفاده از تناسب سوال را حل می نماییم. طوریکه $8.\overline{3}\%$ عدد که مساوی به 10است داده شده است و خود عدد که 100% می باشد خواسته شده است.

$$8.\overline{3} = 8\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{9}_{3}} = 8\frac{1}{3} = \frac{24+1}{3} = \frac{25}{3} \Rightarrow 8.\overline{3} = \frac{25}{3}$$

عدد	فیصدی
10	$8.\overline{3} = \frac{25}{3}$
x	100

$$x\cdot\frac{25}{3} = 10\cdot 100 \Rightarrow x\cdot\frac{\cancel{25}}{\cancel{3}}{\cancel{25}} = \frac{10\cdot 100}{\frac{25}{3}} \Rightarrow x = \frac{1000}{\frac{25}{3}} \Rightarrow x = \frac{\overset{40}{\cancel{1000}}}{1}\cdot\frac{3}{\cancel{25}_{1}}$$

$$\Rightarrow x = 40\cdot 3 \Rightarrow x = 120$$

پس خود عدد 120 می باشد که $8.\overline{3}\%$ آن مساوی به 10 است. جواب فوق درست می باشد زیرا با افزایش فیصدی خود عدد نیز افزایش یافته است.

تمرین: $35.\overline{3}\%$ یک عدد مساوی به 424 می باشد؛ خود عدد را در یابید.

جواب: 1200

۹.۸ مثال.....

0.08% عدد 2500 را در یابید.

حل:

تمام عدد که 100% می باشد مساوی به 2500 است و 0.08% آن را با استفاده از تناسب به شکل ذیل پیدا کرده می توانیم.

عدد		فیصدی
2500	→	100
x	→	0.08

$$x\cdot 100 = 2500\cdot 0.08 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = \frac{2500\cdot 0.08}{100} \Rightarrow x = 25\cdot 0.08 \Rightarrow x = 2$$

پس 0.08% عدد 2500 مساوی به 2 می باشد. جواب فوق درست می باشد زیرا با کاهش فیصدی عدد نیز کاهش یافته است.

تمرین: 12.8% عدد 4500 را دریابید.

جواب: 576

۱۰.۸ مثال.....

نفوس یک شهر در یک سال 12% زیاد می شود، در شروع سال نفوس شهر 50000 نفر بود در اخیر سال نفوس آنرا محاسبه کنید.

حل:

تمام نفوس که 100% می باشد مساوی به 50000 نفر است و بعد از گذشت یک سال 12% همین نفوس به تعداد آنها اضافه می شود. 12% نفوس را با استفاده از تناسب به شکل ذیل پیدا کرده می توانیم.

نفوس		فیصدی
50000	→	100
x	→	12

$$x\cdot 100 = 50000\cdot 12 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = \frac{500\cancel{00}\cdot 12}{1\cancel{00}} \Rightarrow x = 500\cdot 12$$

$$x = 6000$$

به تعداد 6000 نفر بعد از یک سال به تعداد آنها اضافه می شود. پس نفوس در اخیر سال مساوی است به مجموع نفوس در اول سال با افزایش آن در اخیر سال.

نفوس نهایی = 50000 + 6000 = 56000

پس نفوس نهایی به 56000 نفر می رسد.

تمرین: شخصی در یک بانک مبلغ 150000 افغانی را می گذارد. اگر بانک بعد از یک سال برایش 11% مفاد بدهد در اخیر سال پول شخص چند شده است.

جواب: 166500

۱۱.۸ مثال.....

در یک محلول 400 ml آب، 120 g بوره و 80 g نمک وجود دارد فیصدی بوره را دریابید. (گرام $= g$ و ملی لیتر $= ml$)

حل:

بـرای اینکه فیصدی هر یک از اجزای محـلول را پیدا کنیم در ابـتدا کتله تمام محـلول را دریافت می کنیم. بـرای این منظور کتله تمام اجزا را بـاید جمع نماییم و چون آب بـر مقـیاس حجم آن(ml واحد حجم) داده شده است بناءً اولاً کتله آب را محاسبه می نماییم.

آب $1g$ = آب $1ml$ می باشـد. پس $400\,ml$ آب مسـاوی بـه $400\,g$ آب می شـود. در این صورت کتله تمام محلول را طور ذیل پیدا می کنیم:

کتله تمام محلول = کتله آب + کتله بوره + کتله نمک

کتله تمام محلول $= 400\,g + 120\,g + 80\,g = 600\,g$

تمام محـلول که 100% می باشـد مسـاوی بـه $600\,g$ می شـود و فیصدی بـوره را که $120\,g$ محلول را تشکیل میدهد با استفاده از تناسب به شکل ذیل پیدا کرده می توانیم:

فیصدی	کتله
100	600
x	120

$$x \cdot 600 = 100 \cdot 120 \Rightarrow \frac{x \cdot \cancel{600}}{\cancel{600}} = \frac{\cancel{100} \cdot 120}{6\cancel{00}} \Rightarrow x = \frac{\cancel{120}^{20}}{\cancel{6}_{1}} \Rightarrow x = 20$$

پس بوره با کتله 120 g، 20% تمام محلول را تشکیل می دهد.

تمرین: در بین 150 قلم رنگه، 5 قلم آبی، 3 قلم سرخ، 9 قلم سبز و 4 قلم زرد میباشد. فیصدی قلم های رنگه سرخ و سبز را دریابید.

جواب: 2% قلم سرخ، 6% قلم سبز.

۱۲.۸ مثال.....

نظر به شکل ذیل طول درخت چند فیصد افزایش یافته است؟



حل:

افزایش یا فرق بـین طول درخت ده سـاله و درخت یک سـاله را بـا تفریق نمودن طول درخت یک ساله از درخت ده ساله پیدا کرده می توانیم.

طول درخت یک ساله – طول درخت ده ساله = افزایش یا فرق طول

$$9.6 - 4 = 5.6$$

تغیر طول مساوی به ft 5.6 است. تمام طول درخت در یک سـالگی آن $4\ ft$ بـوده و بـعد از 9 سال به $9.6\ ft$ رسیده است. پس فیصدی افزایش را به شکل ذیل پیدا کرده می توانیم.

فیصدی	طول	
100	4	(طول سابقه)
x	5.6	(افزایش در طول)
	25	

$$x\cdot 4=100\cdot 5.6\Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{4}}{\cancel{4}}=\frac{\cancel{100}\cdot 5.6}{\cancel{4}}\Rightarrow x=25\cdot 5.6\Rightarrow x=140$$

پس طول درخت 140% افزایش یافته است. در این جا فیصدی از 100% بلند تر است اما جای تعجب نیست زیرا فیصدی بلندتر از 100% قسمیکه قبلاً به آن اشاره کردیم، از کل مقدار اضافه تر را نشان میدهد. و در اینجا نیز افزایش طول که عبارت از ft 5.6 است از طول اولی درخت که عبارت از ft 4 است زیاد می باشد. پس جواب درست است.

تمرین: یک نفر 400000 افغانی را در بانک می گذارد. بعد از 12 سال، پول او 78% افزایش یافته است. شخص مذکور حالا در بانک چند افغانی دارد؟

جواب: 712000

1- تبدیل فیصدی به کسر:

برای این منظور فیصدی را در صورت کسر نوشته و در مخرج کسر عدد 100 را می نویسیم.
به مثال ذیل توجه کنید:

$$75\%=\frac{75}{100}$$

۱۳.۸ مثال.....

فیصدی های داده شده را به کسر های عام تبدیل کنید.

الف. 20 %　　ج. 1.4 %　　ه. $\frac{4}{5}$ %　　و. $\frac{3}{14}$ %

ب. 45 %　　د. $4.\bar{5}$ %

حل:

الف. $20\%=\frac{20}{100}=\frac{\cancel{20}^{1}}{\cancel{100}^{5}}=\frac{1}{5}$　　ب. $45\%=\frac{45}{100}=\frac{\cancel{45}^{9}}{\cancel{100}^{20}}=\frac{9}{20}$

ج. $1.4\%=\frac{1.4}{100}=\frac{1.4}{100.0}=\frac{14}{1000}=\frac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{1000}^{500}}=\frac{7}{500}$

د. $4.\overline{5} = 4\frac{5}{9} = \frac{36+5}{9} = \frac{41}{9}$

$$4.\overline{5}\% = \frac{4.\overline{5}}{100} = \frac{\frac{41}{9}}{100} = \frac{41}{9}\cdot\frac{1}{100} = \frac{41}{900}$$

هـ. $\frac{4}{5}\% = \frac{\frac{4}{5}}{100} = \frac{\cancel{4}^{1}}{5}\cdot\frac{1}{\cancel{100}^{25}} = \frac{1\cdot 1}{5\cdot 25} = \frac{1}{125}$

و. $\frac{3}{14}\% = \frac{\frac{3}{14}}{100} = \frac{3}{14}\cdot\frac{1}{100} = \frac{3}{1400}$

تمرین: فیصدی های ذیل را به کسر های عام تبدیل کنید:

الف. 12.34% ب. $\frac{\frac{5}{1.2}}{\%}$

جواب:

الف. $\frac{617}{5000}$ ب. $\frac{1}{24}$

2- تبدیل کسر به فیصد:

برای اینکه کسر را به فیصد تبدیل نماییم صورت و مخرج کسر را با عدد 100 ضرب می کنیم و به عوض عدد 100 که در مخرج نوشته شده است علامه (%) را می نویسیم.

$$0.23 \Rightarrow 0.23\cdot\frac{100}{100} = 0.23\cdot 100\% = 23\%$$

$$\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{2}{5}\cdot\frac{100}{100} = \frac{2}{\cancel{5}^{1}}\cdot\overset{20}{100}\% = 2\cdot 20\% = 40\%$$

۱۴.۸ مثال.....

کسر های ذیل را به فیصد تبدیل نمایید.

الف. 0.22 ج. $\frac{1}{2}$ هـ. $\frac{3}{1.2}$

ب. 0.003 د. $\frac{2}{9}$

حل:

الف. $0.22 \Rightarrow \frac{0.22}{1}\cdot\frac{100}{100} = \frac{0.22}{1}\cdot 100\% = 0.22\cdot 100\% = 22\%$

ب. $0.003 \Rightarrow \frac{0.003}{1}\cdot\frac{100}{100} = 0.003\cdot 100\% = 0.3\%$

ج. $\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{100}{100} = \frac{1}{\cancel{2}_{1}}\cdot\frac{\overset{50}{\cancel{100}}}{\cancel{100}}\% = 50\%$

د. $\frac{2}{9} \Rightarrow \frac{2}{9}\cdot\frac{100}{100} = \frac{2}{9}\cdot 100\% = \frac{2\cdot 100}{9}\% = \frac{200}{9}\% = 22.\overline{2}\%$

هـ. $\frac{3}{1.2} \Rightarrow \frac{3}{1.2}\cdot\frac{100}{100} = \frac{3.0}{1.2}\cdot 100\% = \frac{30}{\cancel{12}_{6}}\cdot\frac{\overset{50}{\cancel{100}}}{\cancel{100}}\% = \frac{\overset{5}{\cancel{30}}}{\cancel{6}_{1}}\cdot 50\% = 5\cdot 50\% = 250\%$

تمرین: کسر های ذیل را به فیصد تبدیل نمایید:

الف. 0.00004 جواب: الف. 0.004

ب. 0.004% ب. 0.4%

۲.۸ تخفیف (Discount)

شما برای دیدن آثار هنری و تاریخی به موزیم می روید. قیمت تکت ورودی به موزیم برای همه 400 افغانی است. ولی شما هنگام داخل شدن، کارت مکتب و یا پوهنتون خود را نشان داده در بدل 100 افغانی داخل موزیم می شوید. چرا؟

جواب اینجاست که حکومت برای شاگردان مکتب و محصلین بخاطر آموزش و دیدار علمی آنها از موزیم تخفیف مد نظر گرفته است. قسمیکه دیده می شود از قیمت اصلی، 300 افغانی کمتر پرداخته اید. همین مقدار (300 افغانی) را تخفیف می نامیم.

مقدار تخفیف را اگر به فیصد ارایه کنیم پس با استفاده از تناسب مستقیم چنین عمل کرده می توانیم:

فیصدی	مقدار
100	400
x	300

$$400\cdot x = 300\cdot 100 \Rightarrow \frac{\cancel{400}\cdot x}{\cancel{400}} = \frac{300\cdot 100}{400} \Rightarrow x = \frac{300\cdot\overset{1}{\cancel{100}}}{\cancel{400}_{4}} \Rightarrow x = \frac{300}{4} \Rightarrow x = 75$$

پس گفته میتوانیم که در موزیم برای شاگردان مکتب و محصلین 75% تخفیف از طرف حکومت مد نظر گرفته شده است.

۲.۸ تعریف.....

اگر یک جنس از اصل قیمت خودش ارزانتر فروخته شود، مقدار تنزیل بنام تخفیف یاد می شود. اکثراً تخفیف به فیصد ارایه می شود.

۱۵.۸ مثال.....

قیمت یک جنس 1950 افغانی بود؛ حالا با تخفیف 7% فروخته می شود. قیمت جنس را پیدا کنید.

حل:

با استفاده از تناسب 7% را به شکل ذیل پیدا می نماییم:

مقدار	فیصدی
1950	100
x	7

$$x\cdot 100 = 1950\cdot 7 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = \frac{1950\cdot 7}{100} \Rightarrow x = \frac{\cancel{1950}^{39}\cdot 7}{\cancel{10}_{2}} \Rightarrow x = \frac{39\cdot 7}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{273}{2} = 136.5$$

مقدار تخفیف 136.5 افغانی می باشد. پس قیمت جنس پس از تخفیف مساوی است به قیمت قبلی جنس منفی مقدار تخفیف، که بشکل ذیل دریافت می گردد:

مقدار تخفیف - قیمت قبلی جنس = قیمت فعلی جنس

1950 – 136.5 = 1813.5 = قیمت فعلی جنس

پس قیمت جنس حالا 1813.5 افغانی می باشد. همچنان اگر فیصدی تخفیف را از 100% تفریق نماییم قیمت فعلی جنس به فیصد پیدا می شود. پس از اینکه فیصدی قیمت جنس را پیدا کردیم با استفاده از تناسب قیمت جنس را نیز پیدا کرده می توانیم.

مقدار تخفیف به فیصد - قیمت قبلی جنس فیصد = قیمت فعلی جنس به فیصد

100% – 7% = 93% = قیمت فعلی جنس به فیصد

مقدار	فیصدی
1950	100
x	93

$$x\cdot 100 = 1950\cdot 93 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = \frac{1950\cdot 93}{100} \Rightarrow x = \frac{\cancel{1950}^{39}\cdot 93}{\cancel{10}_{2}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{39\cdot 93}{2} \Rightarrow x = 1813.5$$

دیده می شود که قیمت جنس مساوی به 1813.5 افغانی می شود.

تمرین: قیمت ماشین آب میوه 4500 افغانی است. اگر با تخفیف 8% به فروش برسد، قیمت ماشین چند می شود؟

جواب: 4140 افغانی.

۱۶.۸ مثال.....

یک شی 7000 افغانی قیمت دارد و به 6300 افغانی خریده شده است، مقدار تخفیف را به فیصد دریابید.

حل:

در ابتدا مقدار تخفیف را دریافت می کنیم.

قیمت فعلی جنس - قیمت اصلی جنس = مقدار تخفیف

مقدار تخفیف = 7000 - 6300 = 700

مقدار تخفیف 700 افغانی است. اگر قیمت اصلی جنس 7000 افغانی باشد فیصدی تخفیف را با استفاده از تناسب دریافت کرده می توانیم.

مقدار	فیصدی
7000	100
700	x

$$7000 \cdot x = 700 \cdot 100 \Rightarrow \frac{7000 \cdot x}{7000} = \frac{700 \cdot 100}{7000} \Rightarrow x = \frac{700 \cdot 100}{7000}$$

$$\Rightarrow x = \frac{100}{10} \Rightarrow x = 10$$

پس مقدار تخفیف به حساب فیصدی 10% می باشد.

تمرین: قیمت یک یخچال 22000 افغانی بود. بعد از تخفیف قیمت آن به 20570 افغانی کاهش یافته است. فیصدی تخفیف را دریابید.

جواب: 6.5%

۱۷.۸ مثال.....

یک جنس بعد از تخفیف 20% به قیمت 6400 افغانی خریداری می شود. قیمت اصلی جنس چند افغانی بوده است؟

حل:

قیمت اصلی جنس که 100% می باشد را باید پیدا نماییم. فیصدی بعد از تخفیف مساوی است به 100% منفی مقدار تخفیف به فیصد:

مقدار تخفیف به فیصد – قیمت قبلی جنس به فیصد = قیمت فعلی جنس به فیصد

قیمت فعلی جنس به فیصد = 100% – 20% = 80%

همچنان قیمت فعلی جنس نیز داده شده است. پس اگر 80% قیمت جنس را بدانیم 100% آنرا با استفاده از تناسب به شکل ذیل محاسبه کرده می توانیم:

مقدار	فیصدی
6400	80
x	100

$$x \cdot 80 = 6400 \cdot 100 \Rightarrow \frac{x \cdot \cancel{80}}{\cancel{80}} = \frac{6400 \cdot 100}{80} \Rightarrow x = \frac{6400 \cdot 10\cancel{0}}{8\cancel{0}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\cancel{6400} \cdot 10}{\cancel{8}} \Rightarrow x = 800 \cdot 10 \Rightarrow x = 8000$$

پس قیمت اصلی جنس 8000 افغانی می باشد.

تمرین: یک کمپیوتر با 12% تخفیف به قیمت 35200 افغانی خریداری شده است. قیمت اصلی آنرا دریابید.

جواب: 40000 افغانی.

۳.۸ زکات

زکات بناً چهارم در اسلام می باشد. زکات بالای سرمایه ای لازم می شود که بالای آن یک سال سپری شده باشد. زکات هر مال عبارت از چهلم حصه آن می باشد و یا 2.5% هر مال زکات آن می باشد.

۱۸.۸ مثال.....

زکات 34560 افغانی را محاسبه کنید.

حل:

زکات عبارت از چهلم حصه هر مال می باشد. پس چهلم حصه سرمایه فوق را با تقسیم کردن آن بالای عدد 40 طور ذیل پیدا کرده می توانیم:

$$\text{مقدار زکات} = \frac{\text{سرمایه}}{40} = \frac{34560}{40} = 864$$

دیده می شود که مقدار زکات 864 افغانی می باشد. اگر با استفاده از فیصدی مقدار زکات را دریابیم، 100% سرمایه داده شده است و 2.5% آن را با استفاده از تناسب به شکل ذیل پیدا کرده می کنیم:

مقدار	فیصدی
34560	100
x	2.5

$$x \cdot 100 = 34560 \cdot 2.5 \Rightarrow \frac{x \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = \frac{3456\cancel{0} \cdot 2.5}{10\cancel{0}} \Rightarrow x = \frac{3456 \cdot 2.5}{10.0}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3456 \cdot \cancel{25}}{\cancel{100}} \Rightarrow x = \frac{3456}{\cancel{4}} \Rightarrow x = 864$$

دیده می شود که جواب در هردو طریقه یکسان می باشد.

تمرین: زکات سرمایه 354600 افغانی را دریابید.

جواب: 8865 افغانی.

۴.۸ مشارکت

سه نفر با سرمایه های مختلف در یک تجارت شریک هستند. طوریکه همه آنها سرمایه شان را همزمان یکجا کرده و تجارت را آغاز کرده اند. بعد از گذشت یک سال شرکت مفاد می کند. همه بخاطر دریافت مفاد خود حاضر هستند. مفاد هر یک از شریک ها را چطور تعیین نموده می توانیم؟

و یا اگر هر سه آنها با سرمایه های مساوی ولی یکی در آغاز تجارت، دومی سه ماه بعد و سومی پنج ماه بعد سرمایه های شان را در این تجارت یکجا کرده باشند، در این صورت مفاد آنها را چطور تعیین نموده می توانیم؟

و یا هم هر سه نفر با سرمایه های مختلف و آن هم طوریکه یکی در آغاز تجارت با پول زیاد، دیگری بعد از سه ماه با پول کم و سومی هم به همین ترتیب پنج ماه بعد با یک مقدار پول متفاوت نسبت به دیگران در تجارت شریک شده اند. در این صورت مفاد هر یک آن ها را چطور تعیین کرده میتوانیم؟

تمام حالات فوق را مشارکت (یا شریک شدن) گفته می توانیم . در تمام حالات فوق مفاد هر یک از شریک ها را با استفاده از مشارکت پیدا کرده می توانیم.

۳.۸ تعریف.....

اگر چند نفر با سرمایه های مختلف و یا مدتهای مختلف و یا با سرمایه ها و مدتهای مختلف شریک شوند، مشارکت نامیده می شود.

برای حل سوالات مشارکت ابتدا نسبت بین سرمایه ها و یا نسبت بین زمان مشارکت هر شریک را پیدا نموده و مفاد را به نسبت تقسیم کرده و مفاد هر شریک را پیدا می نماییم. عملیه فوق مانند تقسیم نمودن یک عدد به یک نسبت معین اجرا می شود.

در موضوع مشارکت باید اصطلاحات ذیل را بدانیم.

1- سرمایه عمومی: مجموعه سرمایه های تمام شریک ها را سرمایه عمومی آنها می گویند.

2- سهم: جمع آن اسهام است و حق قانونی یک شریک است. ویا به نسبتی که مشارکت انجام می شود سهم نامیده میشود.

3- قیمت سهم: عبارت از ارزش سهم است. ویا مقدار معینی (پول) است که به حیث واحد انتخاب میشود. مثلاً : احمد 12 سهم در یک شرکت دارد در حالیکه قیمت هر سهم 20000 افغانی است.

اگر سرمایه هر شریک را و یا تمام سرمایه را بالای قیمت یک سهم، تقسیم نماییم تعداد اسهام هر شریک و یا تعداد اسهام تمام شرکت پیدا شده می تواند. که همین رابطه را بنام رابطه عمومی مشارکت یاد می کنند. رابطه عمومی مشارکت قرار ذیل می باشد:

$$\text{تعداد اسهام} = \frac{\text{سرمایه}}{\text{قیمت سهم}}$$

۱۹.۸ مثال.....

سرمایه های سه نفر 20000، 30000 و 50000 افغانی می باشند، درصورتیکه قیمت سهم 10000 افغانی باشد تعداد اسهام هر شریک را دریابید.

حل:

با استفاده از رابطه عمومی مشارکت تعداد اسهام هر شریک را طور ذیل پیدا می کنیم:

$$\text{تعداد اسهام نفر اول} = \frac{\text{سرمایه نفر اول}}{\text{قیمت سهم}} \Rightarrow \text{تعداد اسهام نفر اول} = \frac{20000}{10000} = 2$$

$$\text{تعداد اسهام نفر دوم} = \frac{\text{سرمایه نفر دوم}}{\text{قیمت سهم}} \Rightarrow \text{تعداد اسهام نفر دوم} = \frac{30000}{10000} = 3$$

$$\text{تعداد اسهام نفر سوم} = \frac{\text{سرمایه نفر سوم}}{\text{قیمت سهم}} \Rightarrow \text{تعداد اسهام نفر سوم} = \frac{50000}{10000} = 5$$

اگر خواسته باشیم تعداد تمام اسهام را پیدا نماییم، تعداد تمام اسهام مساوی است به مجموع اسهام هر شریک که قرار ذیل دریافت می شود:

تعداد تمام اسهام شرکت = 2+3+5=10

عین تعداد اسهام را از رابطه عمومی مشارکت نیز پیدا کرده می توانیم. برای این منظور تمام سرمایه را بالای قیمت سهم تقسیم می کنیم.

$$\text{تعداد تمام اسهام شرکت} = \frac{20000+30000+50000}{10000} \Rightarrow \frac{100000}{10000} = 10$$

تمرین: سرمایه های چهار نفر شریک 30000، 45000، 90000 و 120000 افغانی می باشد. هرگاه قیمت هر سهم 15000 افغانی باشد، سهم هر شریک را دریابید.

جواب: سهم شریک اولی = 2 سهم شریک سومی = 6

سهم شریک دومی = 3 سهم شریک چهارمی = 8

۲۰.۸ مثال.....

اگر تعداد اسهام یک شرکت 25 و قیمت سهم 500 افغانی باشد سرمایه شرکت را دریابید.

حل:

با استفاده از رابطه عمومی مشارکت سرمایه عمومی شرکت را طور ذیل پیدا می کنیم:

$$\text{تعداد تمام اسهام} = \frac{\text{تمام سرمایه}}{\text{قیمت سهم}}$$

$$\Rightarrow \text{تمام سرمایه} = (\text{تعداد تمام اسهام}) \cdot (\text{قیمت سهم})$$

$$\Rightarrow \text{تمام سرمایه} = 25 \cdot 500 = 12500$$

پس تمام سرمایه 12500 افغانی می باشد.

تمرین: اگر تعداد تمام اسهام یک شرکت 36 باشد، و قیمت سهم 3200 افغانی باشد سرمایه مجموعی را دریابید.

جواب: 115200

۲۱.۸ مثال.....

سه نفر با سرمایه های 20000، 30000 و 40000 افغانی شریک شده اند و مبلغ 360000 مفاد کرده اند مفاد هر کدام را دریابید.

حل:

برای اینکه مفاد هر شریک را پیدا نماییم نسبت بین سرمایه ها را پیدا کرده و مفاد را به همین نسبت بین آنها تقسیم می کنیم.

نسبت بین سرمایه های شریک ها = $4\cancel{0000} : 3\cancel{0000} : 2\cancel{0000} = 4:3:2$

مجموع حدود نسبت = $4+3+2=9$

$$\frac{\text{تمام مفاد}}{\text{مجموع حدود نسبت}} = \frac{360000}{9} = 40000$$

مفاد هر شریک =
- مفاد شریک اولی = $2 \cdot 40000 = 80000$
- مفاد شریک دومی = $3 \cdot 40000 = 120000$
- مفاد شریک سومی = $4 \cdot 40000 = 160000$

مفاد هر یک به افغانی حاصل شده است.

تمرین: سرمایه های چهار نفر 320000، 480000، 800000 و 1600000 افغانی می باشد، اگر شرکت آنها بعد از گذشت یک سال مبلغ 2 میلیون افغانی مفاد کرده باشد. مفاد هر شریک را دریابید.

جواب:

مفاد شریک اول = 200000 افغانی. مفاد شریک سوم = 500000افغانی.

مفاد شریک دوم = 300000 افغانی. مفاد شریک چهارم= 1000000افغانی.

۲۲.۸ مثال.....

جمشید 4 ماه بعد از شروع تجارت با شعیب شریک می شود. طوریکه سرمایه های هر دو مساوی اند بعد از مدت یکسال 50000 افغانی مفاد می کنند مفاد هر کدام را دریابید.

حل:

اگر جمشید 4 ماه بعد از شروع تجارت با شعیب شریک شده باشد، و پس از یک سال که 12 ماه است مفاد کرده باشند، پس جمشید در 12 ماه، 4 ماه شریک نبوده و 8 ماه متباقی سال را شریک شده است. و برای اینکه مفاد هر یک را دریابیم مفاد را به نسبت زمان های شراکت هر یک تقسیم می نماییم.

نسبت بین زمان شراکت هر شریک = $\cancel{12} : \cancel{8} \Rightarrow 3:2$ (3 2)

مجموع حدود نسبت = $3+2=5$

$$\frac{\text{تمام مفاد}}{\text{مجموع حدود نسبت}} = \frac{50000}{5} = 10000$$

مفاد هر شریک = { مفاد شعیب = 3·10000=30000 ; مفاد جمشید = 2·10000=20000 }

مفاد هر یک از شریک ها به افغانی حاصل شده است.

تمرین: دو نفر شریک هر یک با سرمایه های 900000 افغانی شرکت را بنا کرده اند. طوریکه شریک اول 8 ماه بعد از شریک دوم سرمایه خود را در شرکت گذاشته است. اگر شرکت مذکور بعد از یک و نیم سال مبلغ 427000 افغانی مفاد کرده باشد، مفاد هر یک از شریک ها را دریابید.

جواب:

مفاد شریک اول = 152500 افغانی. مفاد شریک دوم = 274500 افغانی.

۸.۲۳ مثال.....

در یک شرکت تجارتی شریک اول $200000 از اول ماه عقرب، شریک دوم $300000 از اول ماه قوس و شریک سوم $400000 از اول ماه دلو شریک شده اند. اگر مفاد حاصله تا اخیر سال $180000 باشد، مفاد هر کدام را دریابید.

حل:

در اینجا مدت شراکت و مقدار پول هر یک از شریک ها متفاوت اند. برای اینکه مفاد حاصله را بالای تمام شریک ها طور درست با درنظرداشت زمان شراکت و مقدار پولی که به شراکت گذاشته اند تقسیم نماییم نسبت بین سرمایه های آنها و نسبت بین زمان شراکت آنها را پیدا می کنیم. برای اینکه تاثیر هر دو را روی تقسیم مفاد مد نظر گرفته باشیم هر دو نسبت را با هم ضرب نموده و نسبت جدیدی که تاثیرات زمان شراکت و مقدار پول هر دو در آن سهم دارند را تشکیل می دهیم. و مفاد را مطابق این نسبت بین آنها تقسیم می کنیم.

برای اینکه نسبت بین زمان شراکت آنها را پیدا نماییم. در ابتدا زمان شراکت هر یک را مشخص می سازیم.

پنج ماه → از شروع ماه عقرب الی اخیر ماه حوت → شریک اول

چهار ماه → از شروع ماه قوس الی اخیر ماه حوت → شریک دوم

دو ماه → از شروع ماه دلو الی اخیر ماه حوت → شریک سوم

نسبت بین زمان شراکت آنها را طور ذیل پیدا میکنیم:

نسبت بین زمان شراکت آنها = 5 : 4 : 2

نسبت بین سرمایه های آنها = $2\cancel{00000} : 3\cancel{00000} : 4\cancel{00000} \Rightarrow 2 : 3 : 4$

حاصل ضرب نسبت ها (نسبت عمومی) = $5\cdot2 : 4\cdot3 : 2\cdot4 = 10 : 12 : 8$

مجموع تمام حدود = $10 + 12 + 8 = 30$

$$\frac{\text{تمام مفاد}}{\text{مجموع حدود نسبت ها}} = \frac{180000}{30} = 6000$$

نظر به نسبت عمومی که با در نظر داشت زمان مشارکت و سرمایه های هر سه شریک پیدا شده است، مفاد هر یک را پیدا کرده می توانیم. (ادامه در صفحه بعدی)

نوت

دو نسبت به شکل ذیل با هم ضرب می شوند:
حد اولی را با حد اولی، حد دومی را با حد دومی، حد سومی را با حد سومی و به همین ترتیب حدود هر دو نسبت را با هم ضرب می کنیم.

مفاد هر شریک =
- مفاد شریک اولی = 10·60000=600000
- مفاد شریک دومی = 12·60000=720000
- مفاد شریک سومی = 8·60000=480000

مفاد هر یک را به دالر پیدا کرده ایم.

تمرین:در یک شرکت تجارتی شریک اول $120000 از اول ماه حمل، شریک دوم $360000 از اول ماه سرطان و شریک سوم $400000 از اول ماه میزان شریک شده اند. اگر مفاد حاصله تا اخیر سال $219952 باشد، مفاد هر کدام را پیدا کنید.

جواب:

مفاد شریک اول = $44736 مفاد شریک سوم = $74560

مفاد شریک دوم = $100656

۵.۸ ربح ساده

احمد 2000000 افغانی دارد. او می خواهد این پول را در یکی از بانک های شهر به حساب پس انداز بگذارد. در بانک ها، یکی 4% دیگری 7% و بانک دیگری 10% مفاد در یک سال را برای او پیشنهاد می کند. او پول خود را نزد بانکی که 10% مفاد می دهد به حساب پس انداز می گذارد و بعد از گذشت یک سال پول او 2200000 افغانی می شود.

قسمیکه دیده می شود 200000 افغانی بعد از یک سال مفاد کرده است اگر فیصدی این پول را نظر به پولی که در بانک گذاشته است، دریابیم :

نوت

ربح ساده را بنام ربح مفرد نیز یاد میکنند.

فیصدی	مقدار پول
100	2000000
x	200000

$$x\cdot 2000000 = 100\cdot 200000 \Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{2000000}}{\cancel{2000000}} = \frac{100\cdot \cancel{200000}}{\cancel{2000000}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{10\cancel{0}}{1\cancel{0}} \Rightarrow x = 10$$

پس مفاد فوق 10% بوده است. بطور خلاصه احمد سرمایه خود را در بانک برای مدت یک سال با نرخ 10% گذاشت و مفاد نمود. همین مفاد را بنام ربح ساده یاد می کنند.

۴.۸ تعریف .....

مفادیکه از یک سرمایه در یک مدت معین به یک نرخ یا فیصدی معین حاصل می شود ربح ساده نامیده می شود.

در ربح ساده موضوعات ذیل وجود دارند:

1- سرمایه 2- مدت 3- نرخ یا فیصدی مفاد 4- مقدار مفاد یا ربح ساده

بین تمام موضوعات فوق رابطه ذیل وجود دارد:

$$\text{ربح ساده} = \frac{\text{سرمایه}\cdot\text{مدت}\cdot\text{نرخ}}{100}$$

اگر سرمایه را به S مدت را بـه M و نرخ را بـه N نشـان دهیم و ربـح سـاده را بـه R پس معادله فوق را بشکل ذیل نیز نوشته می توانیم:

$$R=\frac{S\cdot M\cdot N}{100}$$ م ۱.۸ معادلهٔ ربح ساده

در سوالات ربـح ، مدت همیشـه بـه سـال می باشـد و یـک سـال تجارتی 360 روز می باشـد. در صورتیکه مدت به سال نباشد آنرا به سال تبدیل می نماییم.

بـا اسـتفاده از تناسـب فرمول های مشـخصی را بـرای سـرمایه، مدت و نرخ نیز دریافت کرده میتوانیم:

$$R=\frac{S\cdot M\cdot N}{100}\Rightarrow\frac{R}{1}=\frac{S\cdot M\cdot N}{100}\Rightarrow R\cdot 100=S\cdot M\cdot N$$

$$\frac{R\cdot 100}{M\cdot N}=\frac{S\cdot \cancel{M\cdot N}}{\cancel{M\cdot N}}\Rightarrow S=\frac{R\cdot 100}{M\cdot N}$$

و به همین ترتیب اگر اطراف معادله $R\cdot 100=S\cdot M\cdot N$ را بالای سـرمایه و نرخ و یا مدت وسرمایه تقسیم نماییم معادلات برای مدت و نرخ نیز حاصل می گردند.

$$S=\frac{R\cdot 100}{M\cdot N}\qquad M=\frac{R\cdot 100}{S\cdot N}\qquad N=\frac{R\cdot 100}{S\cdot M}$$

نوت

بر ای اینکه معادلات مشـخص بـرای سرمایه، مدت و نرخ را بـه آسـانی بـه یاد داشـته باشـید صورت کسـر را همیشـه $R\cdot 100$ درنظر گرفته و مخرج را ضرایب کمیت خواسته شده مدنظر گیرید.

۲۴.۸ مثال.....

مفاد مبلغ 14000 افغانی را در مدت 4 سال از قرار نرخ 10% محاسبه کنید.

حل:

تمام معلومات داده شده در سوال را بطور جداگانه می نویسیم.

S (سرمایه) = 14000

M (مدت) = 4

N (نرخ) = 10%

$R=?$

$$R(\text{ربح})=\frac{S\cdot M\cdot N}{100}=\frac{14000\cdot 4\cdot 10}{100}=\frac{140\cancel{00}\cdot 4\cdot 10}{1\cancel{00}}$$

$$\Rightarrow=140\cdot 4\cdot 10=5600$$

پس مفاد 14000 افغانی از قرار نرخ 10% در مدت چهار سال 5600 افغانی می شود.

تمرین: مفاد مقدار 5600 افغانی از قرار نرخ 8% پس از یک سال چند افغانی می شود؟

جواب: 448 افغانی.

۲۵.۸ مثال.....

مفاد مبلغ 22200 را از قرار نرخ 10% در مدت 3 ماه دریابید.

حل:

چون مدت به مقیاس ماه داده شده است در ابتدا آنرا بـه سـال تبـدیل کرده و ربـح سـاده را دریافت می کنیم.

سال	ماه
1	12
x	3

$$x\cdot 12=1\cdot 3\Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{12}}{\cancel{12}}=\frac{1\cdot 3}{12}\Rightarrow x=\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{12}^{4}}\Rightarrow x=\frac{1}{4}\Rightarrow x=0.25$$

مدت به مقیاس سال پیدا شد. حال تمام معلومات داده شده در سوال را بطور جداگانه می نویسیم.

S (سرمایه) = 22200
M (مدت) = 0.25
N (نرخ) = 10%
$R=?$

$$R=\frac{S\cdot M\cdot N}{100}=\frac{22200\cdot 0.25\cdot 10}{100}=\frac{22200\cdot 0.25\cdot 10}{100.00}$$

$$\Rightarrow \frac{22\cancel{200}\cdot 25\cdot 1\cancel{0}}{10\cancel{000}}=\frac{222\cdot \cancel{25}^{5}}{\cancel{10}^{2}}=\frac{\cancel{222}^{111}\cdot 5}{\cancel{2}^{1}}$$

$$\Rightarrow 111\cdot 5=555$$

پس مفاد 22200 افغانی از قرار نرخ 10% در مدت سه ماه 555 افغانی می شود.

تمرین: مفاد مقدار سرمایه 156000 افغانی از قرار نرخ 13% در مدت 7 ماه حساب کنید.
جواب: 11830 افغانی.

۸.۲۶ مثال.....

مفاد مبلغ 10500 افغانی را در مدت 3 سال و 2 ماه و 12 روز از قرار نرخ 10% دریابید.

حل:

در ابتدا مدت 2 ماه و 12 روز را از جنس سال پیدا کرده و با 3 سال آنرا جمع می نماییم.
اگر یک ماه را 30 روز در نظر گیریم پس 2 ماه مساوی به (2·30=60) روز است.
در مجموع 2 ماه و 12 روز مساوی به (60+12=72) روز می باشد.

سال	روز
1	360
x	72

$$x\cdot 360=72\Rightarrow \frac{x\cdot \cancel{360}}{\cancel{360}}=\frac{\cancel{72}^{1}}{\cancel{360}^{5}}\Rightarrow x=\frac{\cancel{8}^{1}}{\cancel{40}^{5}}\Rightarrow x=\frac{1}{5}\Rightarrow x=0.2$$

مدت مجموعی مساوی به (3+0.2=3.2) سال می شود. حال معلومات داده شده در سوال را جداگانه نوشته و ربح ساده را دریافت می کنیم.

S (سرمایه) = 10500
M (مدت) = 3.2
N (نرخ) = 10%

$$R(\text{ربح}) = \frac{S \cdot M \cdot N}{100} = \frac{10500 \cdot 3.2 \cdot 10}{100} = \frac{10500 \cdot 3.2 \cdot 10}{100.0}$$

$$\Rightarrow \frac{105\cancel{00} \cdot 32 \cdot 1\cancel{0}}{1\cancel{000}} = 105 \cdot 32 \cdot 1 = 3360$$

پس مفاد 10500 افغانی در مدت 3.2 سال از قرار نرخ 10% مساوی به 3360 افغانی می شود.

تمرین: مفاد مبلغ 120000 افغانی را در مدت 4 سال و 3 ماه و 26 روز از قرار نرخ 15% دریابید.

جواب: 77760 افغانی.

۲۷.۸ مثال.....

مفاد سرمایه 100000 افغانی در کدام مدت از قرار نرخ 12% مبلغ 9000 افغانی میشود؟

حل:

تمام معلومات داده شده را بطور جداگانه می نویسیم.

S (سرمایه) = 100000

N(نرخ) = 12%

R (ربح) = 9000

M (مدت) = ?

$$R = \frac{S \cdot M \cdot N}{100} \Rightarrow M = \frac{R \cdot 100}{S \cdot N} = M = \frac{9\cancel{000} \cdot 1\cancel{00}}{1\cancel{00000} \cdot 12} = \frac{\cancel{9}}{\cancel{12}} = 0.75$$

3

4

مدت را از جنس سال 0.75 سال پیدا کردیم. اگر این مدت را به ماه نشان دهیم طور ذیل عمل می کنیم.

ماه	سال
12	1
x	0.75

$$x \cdot 1 = 12 \cdot 0.75 \Rightarrow x = 12 \cdot 0.75 = 9$$

پس مفاد یک صد هزار افغانی قرار نرخ 12% در مدت 9 ماه 9000 افغانی می شود.

تمرین: مفاد سرمایه 15000 افغانی در کدام مدت از قرار نرخ 10% مبلغ 4500 افغانی می شود؟

جواب: 3 سال.

۲۸.۸ مثال.....

سرمایه 2000$ به کدام نرخ در مدت 2 سال مبلغ 240$ می شود؟

حل:

تمام معلومات داده شده را جداگانه می نویسیم.

S (سرمایه) = 2000 M (مدت)= 2

R (ربح) = 240 N (نرخ) = ?

$$R=\frac{S\cdot M\cdot N}{100}\Rightarrow N=\frac{R\cdot 100}{S\cdot M}=\frac{240\cdot 100}{2000\cdot 2}=\frac{24}{2\cdot 2}=\frac{24}{4}=6$$

پس مفاد $2000 از قرار نرخ 6% در مدت 2 سال مبلغ $240 می شود.

تمرین: مفاد سرمایه 4000 افغانی به کدام نرخ در مدت 2 سال مبلغ 640 افغانی می شود؟

جواب: 8%

۶.۸ تنزیل یا تکتانه

اگر سرمایه گذاشته شده به ربح قبل از ختم مدت تعیین شده (موعد) خواسته شود با در نظر داشت مدت باقی مانده از سرمایه تکتانه اخذ می شود.

$$\text{تکتانه}=\frac{\text{سرمایه}\cdot\text{مدت}\cdot\text{نرخ}}{100}$$

اگر سرمایه را به S مدت را به M و نرخ را به N نشان دهیم و تکتانه را به T پس معادله تکتانه یا تنزیل را به شکل ذیل نیز نوشته می توانیم:

معادلهٔ تکتانه ۲.۸ م

$$T=\frac{S\cdot M\cdot N}{100}$$

نوت

برای دریافت تکتانه و ربح ساده از فورمولهای یکسان استفاده می کنیم.

مدت در ربح ساده زمانی است که پول به مفاد گذاشته می شود و در تکتانه مدت عبارت از زمانی است که پول به همان اندازه قبل از وقت معین آن گرفته می شود. مثلاً: 5 ماه قبل، 6 ماه قبل و غیره...

۲۹.۸ مثال.....

سرمایه 96000 افغانی برای 1 سال به نرخ 18% به ربح گذاشته شده است. 5 ماه قبل از ختم موعد پول مطالبه میشود، مقدار تنزیل یا تکتانه را محاسبه کنید.

حل:

مدتی که پول قبل از ختم موعد آن خواسته شده به ماه داده شده است در ابتدا مدت را به سال تبدیل می کنیم.

سال	ماه
1	12
x	5

$$x\cdot 12=1\cdot 5\Rightarrow\frac{x\cdot 12}{12}=\frac{1\cdot 5}{12}\Rightarrow x=\frac{5}{12}$$

مدت بالا را به شکل کسری آن گذاشته و تکتانه را دریافت می کنیم.

S (سرمایه) = 96000

N(نرخ) = 18%

M (مدت) = 5/12

T (تکتانه) = ?

$$T=\frac{S\cdot M\cdot N}{100}=\frac{96000\cdot\frac{5}{12}\cdot 18}{100}=\frac{960\cancel{00}\cdot 5\cdot 18}{12}\cdot\frac{1}{1\cancel{00}}=\frac{960\cdot 5\cdot \cancel{18}^{3}}{\cancel{12}_{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{960}^{480}\cdot 5\cdot 3}{\cancel{2}_{1}}=480\cdot 5\cdot 3=2400\cdot 3=7200$$

مقدار تکتانه مبلغ 7200 افغانی می شود.

تمرین: سرمایه 120000 افغانی برای 1 سال به نرخ 15% به ربح گذاشته شده است. 8 ماه قبل از ختم موعد پول مطالبه میشود، مقدار تکتانه را دریابید.

جواب: 12000افغانی.

۷.۸ ربح مرکب

اگر شما مبلغ 1000 افغانی را در بانک به حساب پس انداز خود گذاشته باشید و از آن به نرخ 10% مفاد بگیرید بعد از گذشتن یک سال مجموعه پول که در حساب شما جمع خواهد شد مساوی به مقدار اولی پول که تحویل بانک کرده بودید جمع مقدار مفاد آن می شود. که طور ذیل پیدا می شود:

$$(\text{مفاد})R=\frac{S\cdot M\cdot N}{100}=\frac{10\cancel{00}\cdot 1\cdot 10}{1\cancel{00}}=10\cdot 10=100$$

$$\text{مجموع پول} = \text{مقدار اولی پول} + \text{مقدار مفاد پول} \Rightarrow 1000+100=1100$$

اگر بالای این پول نیز یک سال دیگر بگذرد پولی که در حساب بانکی شما جمع خواهد شد مساوی به خود پول جمع مقدار مفاد آن است. که به شکل ذیل پیدا می شود:

$$(\text{مفاد})R=\frac{S\cdot M\cdot N}{100}=\frac{11\cancel{00}\cdot 1\cdot 10}{1\cancel{00}}=110$$

$$\text{مجموع پول} = \text{مقدار اولی پول} + \text{مقدار مفاد پول} \Rightarrow 1100+110=1210$$

در نتیجه بعد از 2 سال مفاد 1000 افغانی مبلغ 210 افغانی شده است. و اگر توسط فورمول ربح ساده مفاد عین سرمایه (1000 افغانی) را در مدت 2 سال قرار نرخ 10% محاسبه نماییم طور ذیل پیدا می شود:

$$R=\frac{S\cdot M\cdot N}{100}=\frac{10\cancel{00}\cdot 2\cdot 10}{1\cancel{00}}=10\cdot 2\cdot 10=20\cdot 10=200$$

طوریکه دیده می شود مفادیکه از طریقه اولی بدست آمد (210 افغانی) و مفاد یکه از طریق فورمول ربح ساده بدست آمد (200 افغانی) از هم فرق دارند. چرا؟

فرق بالا بخاطری است که در طریقه اولی از مفاد نیز مفاد داده شده است. طوریکه در سال دوم هم از مقدار پول و هم از مفاد سال اول مفاد داده شده است. این نوع مفاد را که مبلغ 210 افغانی شده است بنام ربح مرکب یاد می کنیم.

۵.۸ تعریف .....

هر گاه مفاد یک سرمایه به اصل سرمایه اضافه شده و دوباره به مفاد گذاشته شود، مفادیکه از این طریق بدست می آید ربح مرکب نامیده می شود.

اگر سرمایه اولی را به S_0، سرمایه بعدی را به S، نرخ را به N و مدت را به M نشان دهیم، در ربح مرکب رابطه ذیل وجود دارد:

$$S = S_0(1+N)^M$$ م ۳.۸ معادله سرمایه بعدی

در فورمول فوق فیصدی به شکل کسری آن وضع می گردد.

قسمیکه می دانیم مفاد عبارت از فرق میان سرمایه اولی و آخری می باشد بناءً آنرا طور ذیل پیدا کرده می توانیم:

سرمایه قبلی - سرمایه فعلی = مفاد در ربح مرکب

اگر ربح مرکب را به R نشان دهیم فورمول فوق را به شکل ذیل نیز نوشته می توانیم:

$$R = S - S_0$$ م ۴.۸ معادله ربح مرکب

نوت

در بعضی کتب فورمول ربح مرکب را به شکل ذیل ارایه می کنند:

$$P = A(1+r)^n$$

ولی در اینجا بخاطر آسان شدن و به یاد سپردن آن از طرز نوشتاری ذیل استفاده شده است.

$$S = S_o(1+N)^M$$

قسمیکه شروع هجا هر حرف انگلیسی با هجا حرف اول کلمه دری آن مطابقت دارد. مثلاً: سرمایه به (S) نشان داده شده است.

نوت

به یاد داشته باشید که فیصدی در ربح مرکب به شکل کسری آن نشان داده میشود.

۳۰.۸ مثال .....

سرمایه 1000 افغانی به مدت 2 سال به نرخ 10% به ربح مرکب گذاشته شده است. مفاد سرمایه فوق را دریابید.

حل:

برای اینکه مفاد را دریابیم در ابتدا سرمایه فعلی را دریافت نموده و فرق میان سرمایه فعلی و سرمایه قبلی را که عبارت از مفاد می باشد پیدا می کنیم. در ابتدا تمام معلومات داده شده در سوال را جداگانه می نویسیم:

S_o (سرمایه قبلی) $=1000$

N(نرخ) $= 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0.1$

M (مدت) $= 2$

S (سرمایه فعلی) $= ?$

$$S = S_o(1+N)^M \Rightarrow S = 1000(1+0.1)^2 = 1000(1.1)^2 = 1000(1.21) = 1210$$

مفاد را از طریق فرمول ذیل دریافت می کنیم:

$$R = S - S_o = 1210 - 1000 = 210$$

طوریکه دیده می شود مفادی که از طریق فورمول فوق دریافت شد مساوی به مفادی است که در مثال شروع ربح مرکب پیدا نموده بودیم. در نتیجه مفاد سرمایه 1000 افغانی به نرخ 10% در مدت 2 سال مبلغ 210 افغانی می شود.

تمرین: سرمایه 120000 افغانی به مدت 2 سال به نرخ 18% به ربح مرکب گذاشته شده است. مفاد سرمایه فوق را دریابید.
جواب: 47088 افغانی.

۸.۳۱ مثال.....

کدام سرمایه در مدت 3 سال از قرار نرخ 10% به ربح مرکب گذاشته شود تا به سرمایه بعدی 6655 تبدیل شود؟

حل:
برای اینکه سرمایه اولی را دریابیم نرخ را به شکل کسری آن نوشته و معلومات داده شده در سوال را جداگانه می نویسیم:

$$S(\text{سرمایه فعلی}) = 6655$$
$$N(\text{نرخ}) = 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0.1$$
$$M(\text{مدت}) = 3$$
$$S_o(\text{سرمایه قبلی}) = ?$$

$$S = S_o(1+N)^M \Rightarrow \frac{S}{(1+N)^M} = S_o \cdot \frac{\cancel{(1+N)^M}}{\cancel{(1+N)^M}} \Rightarrow S_o = \frac{S}{(1+N)^M}$$

$$S_o = \frac{S}{(1+N)^M} = \frac{6655}{\left(1+\frac{1}{10}\right)^3} = \frac{6655}{\left(\frac{10+1}{10}\right)^3} = \frac{6655}{\left(\frac{11}{10}\right)^3} = \frac{6655}{\frac{11^3}{10^3}} = \frac{6655}{\frac{1331}{1000}}$$

$$\Rightarrow 6655 \cdot \frac{1000}{1331} = \frac{\cancel{6655}^{5} \cdot 1000}{\cancel{1331}^{121}} = \frac{\cancel{605}^{121} \cdot 1000}{\cancel{121}^{11}} = \frac{\cancel{55}^{11} \cdot 1000}{\cancel{11}^{1}} = 5 \cdot 1000$$

$$= 5000$$

طوریکه دیده می شود سرمایه اولی 5000 افغانی بوده است که با گذشت 3 سال با نرخ 10% به سرمایه 6655 افغانی تبدیل شده است.

تمرین: کدام سرمایه در مدت 2 سال از قرار نرخ 12% به ربح مرکب گذاشته شود تا به سرمایه بعدی 1191680 تبدیل شود؟
جواب: 950000 افغانی.

۸.۳۲ مثال.....

سرمایه 600000 در مدت 2 سال به کدام نرخ به سرمایه بعدی 726000 تبدیل می شود؟

حل:
برای اینکه سرمایه اولی را دریابیم نرخ را به شکل کسری آن نوشته و معلومات داده شده در سوال را جداگانه می نویسیم:

S (سرمایه فعلی) = 726000

S_o (سرمایه قبلی) = 600000

M (مدت) = 2

N (نرخ) =?

$$S = S_o(1+N)^M \Rightarrow 726000 = 600000(1+N)^2$$

$$\Rightarrow \frac{726\,000}{600\,000} = \frac{600000\,(1+N)^2}{600000} \Rightarrow \frac{726}{600} = (1+N)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{11^2}{10^2}\right) = (1+N)^2 \Rightarrow \left(\frac{11}{10}\right)^2 = (1+N)^2 \Rightarrow \frac{11}{10} = 1+N$$

$$\Rightarrow \frac{11}{10} - 1 = N \Rightarrow \frac{11-10}{10} = N \Rightarrow \frac{1}{10} = N \Rightarrow N = \frac{1}{10}$$

کسر فوق را اگر بشکل فیصدی نشان دهیم طور ذیل عمل می کنیم:

$$\Rightarrow \frac{1}{10}\cdot\frac{100}{100} = \frac{1}{10}\cdot 100\% = \frac{1\cdot 100\%}{10} = \frac{1\cdot 10\%}{1} = 10\%$$

پس سرمایه 600000 بعد از 2 سال به نرخ 10% به مبلغ 726000 تبدیل می شود.

تمرین: سرمایه 10000 در مدت 2 سال بکدام نرخ به سرمایه بعدی 14400 تبدیل می شود؟

جواب: 20%

۱.۸ خلاصه فصل.....

- کسریکه مخرج آن 100 باشد، فیصد نامیده می شود. و یا فیصد محاسبه به اساس عدد 100 می باشد.
- فیصد بزرگتر از 100% نیز شده می تواند.
- برای اینکه فیصدی را به کسر تبدیل نماییم فیصدی را در صورت کسر نوشته و بجای علامه فیصد در مخرج کسر عدد 100 را می نویسیم.
- برای اینکه کسر را به فیصد تبدیل نماییم صورت و مخرج کسر را با عدد 100 ضرب می کنیم و به عوض عدد 100 که در مخرج نوشته شده است علامه (%) را می نویسیم.
- اگر یک جنس از اصل قیمت خودش ارزانتر فروخته شود، مقدار تنزیل بنام تخفیف یاد می شود. اکثراً تخفیف به فیصد ارایه می شود.
- زکات بنأ چهارم در اسلام می باشد. زکات بالای سرمایه ای لازم می شود که بالای آن یک سال گذشته باشد. زکات هر مال عبارت از چهلم حصه آن می باشد. و یا 2.5% هر مال زکات آن می باشد.
- اگر چند نفر با سرمایه های مختلف و یا مدتهای مختلف و یا با سرمایه ها و مدتهای مختلف شریک شوند، مشارکت نامیده می شود.

- در موضوع مشارکت اجزای ذیل را باید بدانیم.

1- سرمایه عمومی: مجموعه سرمایه های تمام شریک ها را سرمایه عمومی آنها می گویند.

2- سهم: جمع آن اسهام است و حق قانونی یک شریک است و یا به نسبتی که مشارکت انجام می شود سهم نامیده میشود.

3- قیمت سهم: عبارت از ارزش سهم است و یا مقدار معینی (پول) است که به حیث واحد انتخاب میشود. مثلاً : احمد 12 سهم در یک شرکت دارد در حالیکه قیمت هر سهم 20000 افغانی است.

- مفادیکه از یک سرمایه در یک مدت معین به یک نرخ یا فیصدی معین حاصل می شود ربح ساده نامیده می شود.

- در ربح ساده موضوعات ذیل وجود دارد:

1- سرمایه

2- مدت

3- نرخ یا فیصدی مفاد

4- مقدار مفاد یا ربح ساده

- اگر سرمایه را به S مدت را به M و نرخ را به N نشان دهیم و ربح ساده را به R پس معادله ربح ساده را بشکل ذیل می نویسیم:

$$R = \frac{S \cdot M \cdot N}{100}$$

- در سوالات ربح ، مدت همیشه به سال می باشد و یک سال تجارتی 360 روز می باشد. در صورتیکه مدت به سال نباشد آنرا به سال تبدیل می نماییم.

- اگر سرمایه گذاشته شده به ربح قبل از ختم مدت تعین شده (موعد) خواسته شود با در نظر داشت مدت باقی مانده از سرمایه تکتانه اخذ می شود.

اگر سرمایه را به S مدت را به M و نرخ را به N نشان دهیم و تکتانه را به T پس معادله تکتانه یا تنزیل را به شکل ذیل نوشته می توانیم:

$$T = \frac{S \cdot M \cdot N}{100}$$

- هرگاه مفاد یک سرمایه به اصل سرمایه اضافه شده ودوباره به مفاد گذاشته شود، مفادیکه از این طریق بدست می آید ربح مرکب نامیده می شود.

- اگر سرمایه اولی را به S_0 ، سرمایه فعلی را به S ، نرخ را به N و مدت را به M نشان دهیم. سرمایه بعدی از فرمول ذیل دریافت می شود:

$$S = S_0(1+N)^M$$

- مفاد عبارت از فرق میان سرمایه اولی و آخری می باشد.

- اگر ربح مرکب را به R نشان دهیم، فورمول آن را به شکل ذیل می نویسیم:

$$R = S - S_0$$

- به یاد داشته باشید که فیصدی در ربح مرکب به شکل کسری آن نوشته میشود.

سوالات تشریحی...

1- فیصد را تعریف کنید.

2- آیا فیصد بالاتر از 100% شده می تواند یا خیر؟ اگر می تواند، کدام معنیٰ را افاده می کند؟

3- فیصد را چطور به کسر تبدیل کرده می توانیم؟

4- کسر را چطور به فیصد تبدیل کرده می توانیم؟

5- تخفیف را تعریف نموده و طریقه در یافت آنرا بیان کنید.

6- زکات از چند فیصد مال گرفته می شود؟

7- مشارکت را تعریف نمایید.

8- دو نسبت را به کدام شکل با هم ضرب کرده میتوانیم؟

9- در ربح ساده کدام موارد مد نظر گرفته می شود؟

10- ربح ساده را تعریف نموده و فورمول آنرا بنویسید.

11- تنزیل یا تکتانه را تعریف نموده و طریقه در یافت آنرا بیان کنید.

12- ربح مرکب را تعریف نمایید.

13- اگر یک مقدار سرمایه به یک نرخ معین در یک بانک برای یک مدت معین به ربح مرکب گذاشته شود، سرمایه آخری بعد از مدت معین فوق توسط کدام فورمول پیدا شده می تواند؟

14- فورمول ربح مرکب را بنویسید.

سوالات حل شدنی...

15- 25% اعداد ذیل را دریابید:

الف. 45	هـ. 522
ب. 12.5	و. 692
ج. 14.5	ز. 1254
د. 16.8	ح. 1255

16- 25% اعداد ذیل داده شده است. خود عدد را دریابید.

الف. 34	هـ. 23.4
ب. 56	و. 56.2
ج. 6.8	ز. 7824
د. 8.9	ح. 8765

17- چند فیصد اعداد داده شده ذیل مساوی به 5 می شود؟

الف. 20	هـ. 12.5
ب. 25	و. 62.5
ج. 40	ز. 1250
د. 80	ح. 1500

18- فیصدی های ذیل را به کسر ها تبدیل کنید:

الف. 50%	هـ. 65.95%
ب. 25%	و. 62.25%
ج. 12.5%	ز. 125.25%
د. 6.75%	ح. 0.0025%

19- کسر های ذیل را به فیصد تبدیل کنید:

الف. $\frac{1}{2}$	هـ. $\frac{5}{9}$
ب. $\frac{1}{4}$	و. $\frac{3}{10}$
ج. $\frac{1}{8}$	ز. $\frac{12}{17}$
د. $\frac{1}{16}$	ح. $\frac{15}{11}$

20- اعداد داده شده ذیل را به نسبت های داده شده تقسیم نمایید:
(برای اعداد یکه به دو نسبت تقسیم می شوند تأثیر هر دو نسبت را مد نظر گیرید.)

الف. 120 (5:4:3)

ب. 2420 (6:3:2)

ج. 216 (4:2:2) و (3:2:1)

د. 6266 (3:2:2:1) و (5:3:2:1)

1- از جمله 832 نفر در یک مکتب 624 نفر شاگرد از طبقه ذکور، 156 نفر شاگرد از طبقه اناث، 39 نفر معلم از طبقه ذکور و 13 نفر معلم از طبقه اناث موجود است. نظر به معلومات فوق فیصدی های ذیل را دریابید:

الف. فیصدی شاگردان ذکور
ب. فیصدی شاگردان اناث
ج. فیصدی استادان اناث
د. فیصدی استادان ذکور
ه. فیصدی تمام شاگردان
و. فیصدی تمام استادان

2- قسمت اعظمی گازات اتموسفیر را گاز نایتروجن تشکیل می دهد. اگر فیصدی آن 78% باشد، در 200 لیتر هوا چند لیتر نایتروجن وجود دارد؟

3- یک قسمت دیگر گازات اتموسفیر را گاز اکسیجن تشکیل می دهد، اگر فیصدی آن 21% باشد، در 200 لیتر هوا چند لیتر اکسیجن موجود است؟

4- اگر در 18 گرام آب ، 16 گرام اکسیجن موجود باشد، فیصدی اکسیجن را در آب پیدا کنید.

5- در یک محلول، $150g$ آب، $30g$ نمک و $20g$ بوره وجود دارد. فیصدی نمک و بوره را دریابید.

6- نظر به تحقیقات اداره سرشماری ایالات متحده امریکا، نفوس جهان در سال 2006 به 6.5 هزار میلیون نفر می رسید. و این نفوس در حال توسعه می باشد طوریکه در هر دقیقه 249 نفر تولد و 108 نفر میمیرد. یعنی نفوس جهان در سال 2006 در هر دقیقه 141 نفر زیاد میشد. بطور مجموعی در سال 2012 نفوس جهان را به 7 هزار میلیون نفر تخمین کرده بودند. فیصدی افزایش نفوس را دریابید.

7- قیمت یک جنس $14500 بود. حالا با تخفیف 8% فروخته میشود. قیمت جنس را دریابید.

8- یک جنس 8600 افغانی قیمت دارد. و حالا به قیمت 7310 افغانی خریده شده است. مقدار و فیصدی تخفیف را دریابید.

9- یک جنس بعد از 25% تخفیف به قیمت 12600 افغانی خریداری می شود. قیمت اصلی جنس چند افغانی بوده است؟

10- زکات مبلغ 445000 افغانی در صورتیکه بالای آن یک سال گذشته باشد، چند افغانی می شود؟

11- اگر زکات یک مال 5000 افغانی شود، ارزش مال را دریابید.

12- در یک معامله تجارتی سهم احمد 48000 افغانی و از محمود 64000 افغانی است. اگر در این معامله 24500 ضرر نمایند، ضرر هر کدام را دریابید.

13- احمد سه ماه بعد از شروع تجارت خودش، محمود را نیز با با خودش شریک می سازد. سرمایه های هر دو مساوی است. اگر یک سال بگذرد و مبلغ 350000 افغانی مفاد نمایند، مفاد هر دو را دریابید.

14- دو تاجر یکجا شروع به تجارت میکنند، سرمایه تاجر اولی 15000 افغانی برای مدت 9 ماه و از تاجر دومی 9000 افغانی برای 7 ماه شریک شده اند. نفع که عاید شان گردیده مبلغ 7700 افغانی است. مفاد حاصل شده را بین آنها تقسیم کنید.

15- سه تاجر با سرمایه های 200000 افغانی، 300000 افغانی و 500000 افغانی با هم برای مدت های 12 ماه، 8 ماه و 2 ماه شریک بوده اند. اگر مفاد مجموعی به 132762 افغانی برسد سهم هر یک را در این مفاد دریابید.

16- یک نفر با سرمایه $10000 شروع به تجارت میکند. چهار ماه بعد مبلغ $15000 به سرمایه خویش می افزاید. یک سال بعد با مبلغ $18000 امور تجارتی خودش را

توسعه می بخشد. در صورتیکه دو سال بعد مبلـــغ 5000 دالر مفاد کند، معلوم کنید که در کـدام سرمـــایه خویش مفاد بیشتر نموده است؟

17- ربح ساده سرمایه 56000 افغانی از قرار نرخ 12% در مدت 2 سال چند می شود؟

18- ربح ساده سرمایه 45000 افغانی از قرار نرخ 15% در مدت 3 سال چند می شود؟

19- ربح ساده سرمایه 194600افغانی از قرار نرخ 8% در مدت 5 سال چند می شود؟

20- ربح ساده سرمایه 26000 افغانی از قرار نرخ 8% در مدت 5 ماه چند می شود؟

21- ربح ساده سرمایه 32000 افغانی از قرار نرخ 15% در مدت 5 سال و 6 ماه چند می شود؟

22- مفاد سرمایه 12000 در کدام مدت از قـرار نرخ 12% مبلغ 3600 افغانی می شود؟

23- مفاد سرمایه 95000 در کدام مدت از قرار نرخ 16% مبلغ 28500 افغانی می شود؟

24- سرمایه 222000 افغانی به کدام نرخ در مدت 3 سال مبلغ 83250 افغانی مفاد می کند؟

25- سرمایه 96000 افغانی برای مدت یک سال به نرخ 18% به ربح گذاشته شده است. اگر 11 ماه بعد از قرار داد، پـول مطالبه شود مقدار تنزیل را دریابید.

26- سرمایه 80000 افغانی برای مدت یک سال به نرخ 12% به ربح گذاشته شـده اسـت. اگر 8 ماه بـعد از قـرار داد، پول مطالبه شود مقدار تنزیل را دریابید.

27- سرمایه 36000 افغانی به نرخ 20% برای مدت یکسال به ربح گذاشته شـده اسـت. اگر 5 ماه قبل از ختم موعد پول مطالبه شود، مقدار تنزیل را دریابید.

28- یک تاجر از قرار 6% در مدت یـک سـال 57000 افغانی فایده کرده است، اصل سرمایه چند است؟

29- ربح بسیط 12000 افغانی از قرار نرخ 6% سالانـــه در بانـــک بعد از 5 سال چند می شود؟

30- مفاد بانکی 3000 افغانی از قرار نرخ 6% در یک ســـال مساوی به چند است؟

31- سرمایه 45000 افغانی به مدت 2 سال بـه نرخ 10% بـه ربح مرکب گذاشته شده است. مفاد سرمایه فوق را دریابید.

32- سرمایه 90000 افغانی به مدت 4 سال بـه نرخ 10% بـه ربح مرکب گذاشته شده است. مفاد سرمایه فوق را دریابید.

33- سرمایه 120000 افغانی به مدت 3 سال به نرخ 20% به ربح مرکب گذاشته شده است. مفاد سرمایه فوق را دریابید.

34- کدام سرمایه در مدت 4 سـال از قـرار نرخ 10% بـه ربـح مرکب گذاشته شود تا به سرمایه بعدی 14641 تبدیل شود.

35- کدام سرمایه در مدت 4 سـال از قـرار نرخ 10% بـه ربـح مرکب گذاشته شود تا به سرمایه بعدی 234256 تبدیل شود.

36- کدام سرمایه در مدت 2 سـال از قـرار نرخ 15% بـه ربـح مرکب گذاشته شود تا به سرمایه بعدی 264500 تبدیل شود.

1- چند فیصد عدد 24 مساوی به 0.24 می شود؟
الف. 2% ج. 1%
ب. 4% د. 5%

2- 25% کدام عدد مساوی به 10 است؟
الف. 20 ج. 30
ب. 40 د. 50

3- 3.2% عدد 23 مساوی است به:
الف. 7.36 ج. 0.736
ب. 3.75 د. 0.731

4- 20% عدد 14 با 80% عدد 20 چند می شود؟
الف. 10.4 ج. 26.2
ب. 25.4 د. 18.8

5- محصول گمرکی یک جنس از قرار 10%مساوی به 50 است، قیمت جنس به افغانی مساوی است به:
الف. 500 ج. 550
ب. 250 د. 100

6- محصول گمرکی یک جنس از قرار 12%مساوی به 50 است، قیمت جنس به افغانی مساوی است به:
الف. 500 ج. 550
ب. 250 د. 100

7- یک تاجر با سرمایه 9000000 افغانی 10% فایده کرده، مفاد تاجر عبارت است از:
الف. 90000 ج. 9000
ب. 900000 د. 900

8- مفاد یک تاجر از سرمایه 4000000 افغانی مبلغ 400000 افغانی است، مفاد تاجر چند فیصد است؟
الف. 10% ج. 50%
ب. 20% د. 60%

9- مفاد یک تاجر از سرمایه 3200000 افغانی مبلغ 128000 افغانی است، مفاد تاجر چند فیصد است؟
الف. 5% ج. 4%
ب. 10% د. 1%

10- اگر 20% یک عدد 30 باشد، عدد مذکور را دریابید.
الف. 200 ج. 500
ب. 300 د. 150

11- 14% عدد 750 مساوی به چند می شود؟
الف. 150 ج. 105
ب. 510 د. 501

12- تعداد داخله یک صنف درسی 20 نفر است، که 4 نفر آن غیر حاضر است. فیصدی شاگردان حاضر در صنف مساوی است به:
الف. 60% ج. 80%
ب. 70% د. 90%

13- تعداد داخله یک صنف درسی 30 نفر است، که 6 نفر آن غیر حاضر است. فیصدی شاگردان حاضر در صنف مساوی است به:
الف. 60% ج. 80%
ب. 70% د. 90%

14- یک تاجر جنسی را به $5000 خرید و آنرا به نفع 17% به فروش رسانید، نفع تاجر درین معامله مساوی است به:
الف. $760 ج. $660
ب. $850 د. $960

15- تاجری در یک معامله به سرمایه 6000000 افغانی 30% مفاد می کند، مفاد تاجر مذکور چند افغانی می شود؟
الف. 1800000 ج. 18000
ب. 180000 د. 1800

16- 60% یک عدد 1419 است عدد مذکور عبارت است از:
الف. 2365 ج. 2346
ب. 2368 د. 2366

17- چند فیصد 1024 افغانی 512 افغانی می شود؟
الف. 40% ج. 60%
ب. 20% د. 50%

18- در سرمایه 2 میلیون افغانی محمود 30% سهم دارد. مقدار سرمایه محمود چند است؟
الف. 600 ج. 60000
ب. 6000 د. 600000

پاسخنامه

فصل اول

تمرین ۱.۱

-11
الف. 13111
ب. 100330
ج. 23424

-12
الف. CXLII
ب. DLXX
ج. $\overline{X}$MMCXLVI
د. $\overline{LVII}$CCC

-13
الف. 22
ب. 34
ج. 56

-14
الف. 
ب. 
ج. 
د. 

-15
الف. 22
ب. 44
ج. 142

-16
الف. XXIV
ب. CXXI
ج. DLXX
د. MMXIII

-17
الف. 6
ب. 17
ج. 19

-18
الف. 
ب. 
ج. 
د. 

امتحان ۱.۱

1- الف	2- الف	3- ب	4- د	5- ج	6- الف	7- د
8- الف	9- ب	10- د	11- د	12- الف	13- ج	14- الف
15- الف	16- الف					

امتحان ۲.۱

1- د	2- الف	3- الف	4- ب	5- ب	6- الف	7- الف
8- ب	9- الف	10- ج	11- الف	12- الف	13- ج	14- ج
15- الف	16- ب					

پاسخنامه

فصل دوم

تمرین ۱.۲

-16
الف. 267
ب. 181
ج. 121
د. 1079

-17
الف.کامل یا صحیح
ب.طبیعی

-18
الف. مجرد، جفت، اصلی
ب. مجرد، طاق، اصلی
ج. مشخص
د. ترتیبی

-19
الف. $1<3$
ب. $2<5$
ج. $7=7$
د. $133>121$
ه. $453<780$
و. $780<999$
ز. $1111>222$
ح. $33782>7820$
ط. $102231>82675$

-20
الف. 401
ب. 142
ج. 142
د. 383

-21
الف. 127
ب. 200
ج. 264
د. 712

-22
الف. هزار
ب. تریلیون
ج. سپتلیون
د. دسیلیون

-23
الف. (ده) میلیون (نام علمی)، صد لک (نام معمولی)
ب. (نود) میلیون (نام علمی)، نه صد لک (نام معمولی)
ج. (ده) تریلیون (نام علمی)
د. (ده) کوادریلیون (نام علمی)

-24
الف. (سه صد و شصت و چهار) هزار و (هشت صد و هفتاد و نه)
ب. (سی و هشت) میلیون و (نه صد و چهل و نه) هزار و (سه صد و بیست و هفت)
ج. (نود) تریلیون و (چهار صد و هشتاد و نه) میلیارد و (سه صد و بیست و هشت) میلیون و (نه صدو پنجاه و هشت) هزارو (نه صدو سی و چهار)
د. (پانزده) کوادریلیون و (هشت صدو هفتاد و نه) تریلیون و (سه صد و چهل و دو) میلیارد و (هشت صد و هفتاد و پنج) میلیون و (نود) هزار و (نه صد و سی و چهار)
ه. (سه) سکستلیون و (چهارصد و بیست و سه) کوینتلیون و (چهارصد و بیست و سه) کوادریلیون و (چهارصد و چهل و چهار) تریلیون و(سه صد و بیست و چهار) میلیارد و (دو صد و سی و چهار) میلیون و (دو صد و سی و چهار) هزار و (دو صد و سی و سه)
و. (نه صد و هشتاد و چهار) سکستلیون و (هفت صد و بیست و هشت) کوینتلیون و (سه صد و هفتاد و چهار) کوادریلیون و (هفت صدو بیست و نه) تریلیون و (سه صد و چهل و هفت) میلیارد و (هشت صد و نود و دو) میلیون و (سه صد و هفتاد و هشت) هزار و (نه صد و چهل و هفت)
و. (پنج صد و هشتاد و نه) سپتلیون و (سه صد و چهل و دو) سکستلیون و (هفت صد و هشتاد و پنج) کوینتلیون و (هفت صد و سی و چهار) کوادریلیون و (هشت صدو نود و هفت) تریلیون و (پنج صد و هشتاد و نه) میلیارد و (هفت صد سی و چهار) میلیون و (هشت صد و نود و پنج) هزار و (سه صدو هشتادو چهار)
ز. (چهارصدو هفتاد و نه) اوکتلیون و (هشت صد و پنجاه) سپتلیون و (نه صدو سی و چهار) سکستلیون و (پنج صدو هشتاد و نه) کوینتلیون و (هفت صد و سی و چهار) کوادریلیون و (هفت صد و پنجاه و سه) تریلیون و (چهارصد و نود و هفت) میلیارد و (پنج صد و هشتاد و سه) میلیون و (پنج صد و سی و چهار) هزار و (پنج صد و پنجاه و سه)

-25
الف. $7\cdot10^2+8\cdot10^1+9\cdot10^0$
ب. $1\cdot10^3+8\cdot10^1+9\cdot10^0$
ج. $1\cdot10^4+2\cdot10^3+6\cdot10^2+7\cdot10^1$
د. $4\cdot10^7+5\cdot10^5+7\cdot10^3+8\cdot10^1+6\cdot10^0$

امتحان ۱.۲

1- ج 2- د 3- د 4- ب 5- ج 6- ج 7- ب 8- د 9- الف 10- ب 11- د
12- ج 13- ج 14- د 15- د 16- د 17- د 18- الف 19- ب 20- ب 21- ب 22- ب

پاسخنامه

فصل سوم

تمرین ۱.۳

-36
الف. 44
ب. 838
ج. 5799
د. 6406
ه. 8059
و. 17432
ز. 14228240
ح. 18342
ط. 15966
ی. 4665965350

-37
الف.
$$\begin{array}{r} 60437 \\ +89668 \\ \hline 150105 \end{array}$$
ب.
$$\begin{array}{r} 762005 \\ +908476 \\ \hline 1670481 \end{array}$$
ج.
$$\begin{array}{r} 43072 \\ +15378 \\ \hline 58450 \end{array}$$
د.
$$\begin{array}{r} 2150300 \\ +8081844 \\ \hline 10232144 \end{array}$$

-38
الف. 31
ب. 45
ج. 39
د. 858
ه. 3531
و. 77669
ز. 86239405
ح. 90000000002

-39
الف.
$$\begin{array}{r} 6234 \\ -2965 \\ \hline 3269 \end{array}$$
ب.
$$\begin{array}{r} 6367 \\ -524 \\ \hline 5843 \end{array}$$
ج.
$$\begin{array}{r} 44723 \\ -18379 \\ \hline 26344 \end{array}$$
د.
$$\begin{array}{r} 592949343 \\ -238485926 \\ \hline 354463551 \end{array}$$

-40
الف. 156
ب. 225
ج. 2025
د. 4225
ه. 2625
و. 418
ز. 35310
ح. 38520000
ط. 1234321
ی. 285000
ک. 488892
ل. 705042
م. 65016992
ن. 438190320
س. 7611902326

-41
الف. 9
ب. 5
ج. 12
د. 350
ه. 411
و. 456
ز. 111
ح. 321
ط. 145
ی. 568
ک. 358
ل. 1020
م. 1234
ن. 4050
س. 3879

-42
الف. 1
ب. 19
ج. 28
د. 8
ه. 1

-43
الف. 126
ب. 9
ج. 1
د. 1
ه. 1

-44
الف. 0
ب. 43
ج. 0
د. 22
ه. 392

-45
الف. 300
ب. 2262
ج. 1276
د. 1254
ه. 5447

پاسخنامه

تمرین ۲.۳

1- 51700 2- 2600 3- 1093 4- 122500 5- 295 6- 7000 7- 7900 کیلووات ساعت اضافه می ماند.

8- 99 10- 595 11- 1091470 12- 89 13- 3087 14- 150 15- 125

16- 1 و 0 17- 1 و 0 18- 1 19- 0 20- 2

امتحان ۱.۳

1- الف 2- الف 3- ب 4- ب 5- الف 6- د 7- ب

8- الف 9- الف 10- ب 11- ب 12- الف 13- ب 14- د

15- الف 16- ب 17- الف 18- ج 19- د 20- ج 21- الف

22- ب 23- ج 24- ج 25- الف 26- ج 27- الف 28- ج

29- الف 30- الف 31- الف 32- د 33- الف 34- د 35- د

36- ب 37- د 38- الف 39- د 40- الف 41- ب 42- ب

43- د 44- الف 45- د 46- د 47- ج 48- الف 49- الف

50- ب 51- الف 52- الف 53- د 54- ج 55- د 56- ب

57- الف 58- د 59- الف 60- الف 61- الف 62- الف 63- ب

64- ب

فصل چهارم

تمرین ۱.۴

29-

الف. ندارد ه. دارد

ب. دارد و. ندارد

ج. ندارد ز. دارد

د. دارد ح. ندارد

30-

الف. 0

ب. 1

ج. 1

د. 1

31-

الف. دارد

ب. ندارد

ج. دارد

د. دارد

ه. ندارد

و. ندارد

ز. ندارد

ح. دارد

32-

الف. ندارد

ب. دارد

ج. دارد

د. ندارد

ه. ندارد

و. دارد

ز. ندارد

ح. ندارد

پاسخنامه

-33
الف. 3
ب. 0
ج. 1
د. 0

-34
الف. دارد
ب. دارد
ج. ندارد
د. دارد
هـ. ندارد
و. دارد
ز. دارد
ح. ندارد

-35
الف. 1
ب. 1
ج. 2
د. 2

-36
الف. دارد
ب. دارد
ج. دارد
د. ندارد
هـ. ندارد
و. ندارد
ز. دارد
ح. دارد

-37
الف. دارد
ب. ندارد
ج. دارد
د. ندارد
هـ. دارد
و. ندارد
ز. دارد
ح. ندارد

-38
الف. دارد
ب. ندارد
ج. دارد
د. ندارد
هـ. ندارد
و. دارد
ز. دارد
ح. دارد

-39
الف. 0
ب. 6
ج. 0
د. 2

-40
الف. ندارد
ب. ندارد
ج. دارد
د. ندارد
هـ. دارد
و. دارد
ز. دارد
ح. ندارد

-41
الف. ندارد
ب. ندارد
ج. دارد
د. دارد
هـ. دارد
و. دارد
ز. ندارد
ح. دارد

-42
الف. 6
ب. 0
ج. 4
د. 0
هـ. ندارد
و. دارد
ز. ندارد
ح. دارد

-43
الف. ندارد
ب. دارد
ج. ندارد
د. دارد
هـ. ندارد
و. دارد
ز. دارد
ح. ندارد

-44
الف. دارد
ب. دارد
ج. دارد
د. دارد

-45
الف. دارد
ب. ندارد
ج. ندارد
د. ندارد
هـ. ندارد
و. دارد
ز. ندارد
ح. دارد

-46
الف. دارد
ب. دارد
ج. دارد
د. ندارد
هـ. دارد
و. ندارد
ز. ندارد
ح. ندارد

-47
الف. {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}
ب. {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}
ج. {1, 2, 19, 38}
د. {1, 2, 3, 6, 7, 21, 42}
هـ. {1, 2, 4, 8, 16, 32, 64}
و. {1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88}
ز. {1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128}
ح. {1, 2, 3, 4, 6, 11, 12, 22, 33, 44, 66, 132}

-48
الف. اولیه
ب. مرکب
ج. مرکب
د. اولیه
هـ. اولیه
و. مرکب
ز. مرکب
ح. مرکب

-49
الف. $3 \cdot 5$
ب. $1 \cdot 23$
ج. $2 \cdot 17$
د. $2^2 \cdot 11$
هـ. $7 \cdot 11$
و. $3 \cdot 5 \cdot 7$
ز. $11 \cdot 13$
ح. $3 \cdot 5 \cdot 11$

-50
الف. $2 \cdot 7^2$
ب. $2 \cdot 61$
ج. $3^3 \cdot 7$
د. $2 \cdot 3^2 \cdot 13$
هـ. 2^8
و. $2^2 \cdot 3 \cdot 37$
ز. $2 \cdot 257$
ح. $2 \cdot 3 \cdot 139$
ط. $3 \cdot 7 \cdot 29$
ی. $5^2 \cdot 41$
ک. $2 \cdot 7 \cdot 107$
ل. 2^{11}

-51
الف. {1, 2, 4}
ب. {1, 3}
ج. {1, 3, 9}
د. {1, 2}

-52
الف. 176
ب. 136
ج. 79
د. 39
هـ. 249
و. 210
ز. 170
ح. 130
ط. 91
ی. 51
ک. 12
ل. 222
م. 182
ن. 85
س. 22
ع. 233

-53
الف. {2, 4, 6, 8, ...}
ب. {6, 12, 18 , 24, ...}
ج. {8, 16, 24, 32, ...}
د. {12, 24, 36, 48, ...}

پاسخنامه

-54

الف. {24, 48, 72, ...}
ب. {12, 24, 36, ...}
ج. {15, 30, 45, ...}
د. {24, 48, 72, ...}
ه. {24, 48, 72, 96, ...}
و. {28, 56, 84, 112, ...}
ز. {34, 68, 102, 136, ...}
ح. {52, 104, 156, 208, ...}

-55

الف. 1350
ب. 700
ج. 552
د. 2340
ه. 2280
و. 1628
ز. 6885
ح. 9360
ط. 7560
ی. 540
ک. 600
ل. 3300

م. 4830
ن. 576
س. 6600
ع. 2400

تمرین ۲.۴

-1 345 453 543
354 435 534

-2 270 702 720

-3 1 گروه 36 نفری و برعکس آن، 2 گروه 18 نفری و برعکس آن، 3 گروه 12 نفری و برعکس آن، 4 گروه 9 نفری و برعکس آن و 6 گروه 6 نفری.

-4 130سانتی متر -5 1800سانتی متر -6 12اسد -7 44 متر -8 25 ثور -9 18 قطی 12 لیتره

-10 $n = 0$ -11 4 -12 6 -13 7 -14 6 -15 40 متر فاصله و 88 درخت

$m = 2, 4, 6, 8$

-16 قیمت هر تخم 6 افغانی و مجموعاً 184 تخم

امتحان ۱.۴

-1 ب -2 الف -3 ب -4 ب -5 د -6 الف -7 ب

-8 ب -9 ج -10 الف -11 ب -12 الف -13 ب -14 الف

-15 ب

پاسخنامه

فصل پنجم

تمرین ۱.۵

-29

الف. $\frac{3}{4}$

ب. $\frac{4}{8}$

ج. $\frac{6}{12}$

د. $\frac{10}{10}$

هـ. $2\frac{3}{4}$

و. $2\frac{2}{6}$

ز. $3\frac{1}{4}$

ح. $1\frac{2}{4}$

-31

الف. واقعی

ب. واقعی

ج. غیر واقعی

د. غیر واقعی

هـ. واقعی

و. غیر واقعی

ز. واقعی

ح. غیر واقعی

-32

الف. $\frac{3}{2}$

ب. $\frac{11}{4}$

ج. $\frac{23}{5}$

د. $\frac{95}{12}$

هـ. $\frac{97}{24}$

و. $\frac{90}{13}$

ز. $\frac{56}{3}$

ح. $\frac{271}{12}$

-33

الف. $\frac{4}{12}, \frac{3}{12}$

ب. $\frac{8}{20}, \frac{15}{20}$

ج. $\frac{12}{56}, \frac{3}{56}$

د. $\frac{24}{90}, \frac{30}{90}$

-34

الف. $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

ب. $\frac{2}{3} > \frac{2}{7}$

ج. $\frac{3}{5} > \frac{3}{122}$

د. $\frac{87}{245} > \frac{87}{2461}$

هـ. $\frac{10}{64}, \frac{7}{64}$

و. $\frac{42}{168}, \frac{27}{168}$

ز. $1\frac{123}{902}, 2\frac{77}{902}$

ح. $2\frac{85}{884}, 1\frac{156}{884}$

-35

الف. $\frac{3}{4} > \frac{5}{12}$

ب. $\frac{5}{12} > \frac{7}{18}$

ج. $\frac{12}{13} > \frac{31}{39}$

د. $\frac{5}{14} > \frac{3}{16}$

هـ. $\frac{4}{25} > \frac{6}{40}$

و. $\frac{3}{32} > \frac{4}{1365}$

هـ. $\frac{4}{125} < \frac{7}{125}$

و. $\frac{87}{451} < \frac{564}{451}$

ز. $1\frac{5}{1254} > 1\frac{4}{1254}$

ح. $1\frac{387}{546} < 2\frac{387}{546}$

-36

الف. $\frac{15}{2}$

ب. $\frac{1}{4}$

ج. $\frac{1}{2}$

د. $\frac{1}{3}$

هـ. $\frac{2}{3}$

و. $\frac{2}{3}$

-37

الف. $\frac{5}{4}$

ب. $\frac{41}{24}$

ج. $\frac{9}{4}$

د. $5\frac{3}{4}$

هـ. $2\frac{199}{260}$

و. $3\frac{1}{18}$

ز. $1\frac{1}{1260}$

ح. $6\frac{1}{6}$

ط. $7\frac{7}{8}$

ی. $7\frac{1}{10}$

-38

الف. $\frac{1}{3}$

ب. $\frac{1}{2}$

ج. $\frac{2}{9}$

د. $\frac{5}{48}$

هـ. $\frac{4}{15}$

و. $\frac{1}{3}$

ز. $6\frac{3}{5}$

ح. $1\frac{3}{4}$

ط. $\frac{11}{12}$

ی. $2\frac{59}{60}$

-39

الف. $\frac{24}{35}$

ب. $\frac{7}{12}$

ج. $\frac{7}{24}$

د. $\frac{3}{20}$

هـ. $10\frac{1}{2}$

پاسخنامه

-40

و. 3

ز. $\frac{18}{25}$

ح. $\frac{3}{7}$

ط. $\frac{3}{4}$

ی. $\frac{3}{2}$

الف. $4\frac{1}{2}$

ب. $3\frac{1}{3}$

ج. $\frac{2}{5}$

د. $3\frac{1}{3}$

ه. $3\frac{1}{3}$

-41

و. $\frac{5}{28}$

ز. $\frac{2}{5}$

ح. $\frac{16}{21}$

ط. $3\frac{3}{13}$

ی. 2

الف. $\frac{11}{12}$

ب. $1\frac{1}{4}$

ج. 10

د. $8\frac{4}{5}$

-42

ه. $6\frac{1}{4}$

و. $20\frac{3}{4}$

ز. $3\frac{2}{11}$

ح. $\frac{1}{21}$

الف. $1\frac{9}{16}$

ب. $1\frac{23}{30}$

ج. $1\frac{1}{2}$

د. $5\frac{33}{40}$

ه. $4\frac{4}{11}$

و. $\frac{16}{1505}$

ز. 162

ح. $\frac{68}{243}$

-43

الف. $5\frac{59}{65}$

ب. $4\frac{43}{110}$

ج. $1\frac{49}{265}$

د. $\frac{252}{671}$

ه. $\frac{2}{5}$

و. $\frac{5}{32}$

ز. $3\frac{5}{189}$

ح. $2\frac{103}{280}$

تمرین ۲.۵

1- $\frac{6}{11}$

2- $\frac{5}{11}$

3- $\frac{1}{3}$

4- کار محمود در خانه : $\frac{5}{12}$

کار محمود در مکتب: $\frac{1}{4}$

5- بخش های سالم : $\frac{5}{6}$

بخش های نا سالم: $\frac{1}{6}$

6- 14

7- $\frac{21}{64}\ in^2$

8- 12

9- 16

10- بایسکل ران اولی

11- $\frac{1}{12}$

12- 8

13- 27

14- 0

امتحان ۱.۵

1- الف

2- ب

3- الف

4- الف

5- الف

6- ب

7- الف

8- ب

9- الف

10- ج

11- د

12- د

13- الف

14- ج

15- د

16- ج

17- الف

پاسخنامه

فصل ششم

تمرین ۱.۶

-29

الف.

صدم	دهم	یکها
5	4	1

ب.

هزارم	صدم	دهم	یکها
6	5	4	1

ج.

صد هزارم	هزارم	صدم	دهم	یکها
7	6	5	4	1

د.

دهم	یکها
4	1

هـ.

صدم	دهم	یکها	ده ها	صد ها	هزار ها
1	2	8	7	5	4

و.

میلیونم	صد هزارم	ده هزارم	هزارم	صدم	دهم	یکها
1	2	3	0	0	0	4

ز.

ده هزارم	هزارم	صدم	دهم	یکها	ده ها	صدها	هزارها
3	0	5	4	0	4	0	7

ح.

صد هزارم	ده هزارم	هزارم	صدم	دهم	یکها	ده ها	صدها	هزارها
2	1	0	0	5	5	0	0	4

پاسخنامه

-26

الف. 10^{-1}

ب. 10^{-3}

ج. 10^{-5}

د. 10^{-6}

-27

الف. 4.65 و 2.30

ب. 2.31 و 2.00

ج. 0.12 و 11.40

د. 1111.1000 و 1.1111

-28

الف. 13.13

ب. 3.52

ج. 14.22

د. 7.58

هـ. 45.02000 و 87.04500

و. 23.10000 و 0.23100

ز. 7.00000 و 700000.00000

ح. 12.2013 و 12201.3000

-29

هـ. 6.304

و. 48.3105

ز. 6.52364

ح. 55.5202

الف. 1.2

ب. 4.31

ج. 10.65

د. 1.972

-30

الف. 6

ب. 2.8

ج. 37.5

د. 2.904

هـ. 15.49999

و. 45.1005

ز. 2.79

ح. 3.498

-31

الف. 4.5

ب. 3.03

ج. 25.05

د. 0.00011

هـ. 0.000004

و. 0.005231

ز. 2

ح. 400

-32

هـ. 80.55

و. 5231

ز. 0.003456

ح. 0.00000256

الف. $4.65 < 4.3$

ب. $2.32 > 14.0$

ج. $0.120 > 2.031$

د. $2.1 < 2$

-33

الف. 0.5

ب. 0.75

ج. 0.8

د. $0.1\overline{6}$

هـ. $6 > 5.9$

و. $8.720 < 8$

ز. $1.1 < 0.002$

ح. $0.0043 > 0.01$

-34

الف. $\frac{1}{2}$

ب. $\frac{3}{4}$

ج. $1\frac{3}{25}$

د. $2\frac{7}{50}$

هـ. $5\frac{1}{1000}$

و. $22\frac{1}{40}$

ز. 3

ح. 2

-35

الف. $1\frac{1}{3}$

ب. $1\frac{2}{11}$

ج. $2\frac{2}{3}$

د. 3

-36

الف. $2\frac{11}{90}$

ب. $6\frac{2}{165}$

ج. $3\frac{7}{30}$

د. $4\frac{2221}{9900}$

-37

الف. $1.3\overline{2}$

ب. $1.\overline{990}$

ج. $6.56\overline{87}$

د. $4.24\overline{85}$

-38

الف. 0

ب. 0.1023

ج. 1.44

د. $0.10550\overline{5}$

هـ. 16

و. $3.\overline{73}$

ز. 1.1

ح. 4

پاسخنامه

-39

الف. 5.456	و. 5.5	ک. 23.26
ب. 3.25	ز. 3.2135	ل. 6.3216
ج. 4.790	ح. 6.235	م. 6.32566
د. 4.3215	ط. 9.85	ن. 5.55555
هـ. 6.46	ی. 8.7	

فصل هفتم

تمرین ۱.۷

-30
الف. $\frac{5}{12}$
ب. $\frac{8}{12}$
ج. $\frac{6}{18}$
د. $\frac{16}{24}$

-31
الف. 2
ب. 7
ج. 9
د. 18

-32
الف. $\frac{5}{4}$
ب. $\frac{1}{3}$
ج. $\frac{7}{10}$
د. $\frac{1}{2}$

-33
الف. 3 $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$
ب. 2 $\frac{\text{افغانی}}{\text{قلم}}$
ج. 0.5 $\frac{\text{افغانی}}{\text{تباشیر}}$
د. 30000 $\frac{\text{افغانی}}{\text{ماه}}$

-34
الف. $\frac{128}{32}$
ب. $\frac{32}{8}$
ج. $\frac{4}{1}$
د. $\frac{8}{2}$
هـ. $\frac{128}{32}$
و. $\frac{320}{80}$

-35
الف. 9 و 6
ب. 9 ,6 و 3
ج. 60 ,36 و 24
د. 25 ,20 و 15

-36
الف. غلط
ب. صحیح
ج. صحیح
د. صحیح
هـ. غلط
و. صحیح
ز. صحیح
ح. غلط
هـ. 4 ,28 و 20
و. 287 ,123 و 82
ز. 364 ,182 و 273
ح. 435 ,348 ,261 ,174 و 87

-37
الف. 9
ب. 5
ج. 21
د. 36
هـ. 3
و. 2
ز. 1.65
ح. 3.798

-38
الف. 4
ب. 12
ج. 22
د. $\frac{68}{3}$

پاسخنامه

-39
الف. 4
ب. 10.5
ج. 25.8
د. 14.6

ه. 15.5
و. $241.\overline{6}$
ز. 250
ح. $31.8\overline{3}$

ه. $\frac{50}{3}$
و. $\frac{44}{3}$
ز. $\frac{41}{3}$
ح. $\frac{25}{3}$

-40
الف. 5
ب. 8
ج. $\sqrt{27}$
د. 16

-41
الف. 150
ب. 768
ج. 64
د. 100

-42
الف. 147
ب. 3025
ج. 744
د. 3969

تمرین ۲.۷

-1 الف. $\frac{320}{150}$ ب. $\frac{150}{320}$ ج. $\frac{470}{50}$ د. $\frac{50}{470}$ ه. $\frac{150}{15}$ و. $\frac{320}{35}$ ز. $\frac{35}{150}$ ح. $\frac{320}{15}$

-2 0.05 متر

-3 4.8

-4 64 گرام اکسیجن
8 گرام هایدروجن

-5 احمد 45 ساله
محمود 75 ساله

-6 آب : 70 کیلوگرام
سمنت : 140 کیلوگرام
جغل : 315 کیلوگرام
ریگ : 175 کیلوگرام

-7 $\frac{1050}{450}$

-8 $\frac{18}{30}$

-9 $\frac{21}{24}$

-10 45, 105 و 30

-11 16 و 8

-12 50, 100, 90 و 80

-13 2100, 3360 و 2940

-14 سهم اولی : 240
سهم دومی : 400

-15 کتله نقره : 100 گرام

-16 نفر اول: 66000
نفر دوم: 48000
نفر سوم: 36000

-17 $8000

-18 40 ساله

-19 210 هزار افغانی

-20 6

-21 $20\,km/h$

-22 91.5

-23 48000

-24 15 نفر

-25 1 ساعت و 15 دقیقه

-26 2 نفر

-27 1 روز و 6 ساعت

-28 2 ساعت

-29 20 نفر کارگر

-30 5 روز

پاسخنامه

31- 3 روز 32- 10 ساعت و 40 دقیقه 33- 6 روز 34- 200 روز 35- 62 روز و 12 ساعت

36- شاگرد اناث: 12
شاگرد ذکور: 24 37- 42 سهم 38- 140 سانتی متر 39- 180 سانتی متر 40- 9 نفر غیرحاضر

41- 24 نفر کارگر 42- 18.75 کیلووات ساعت 43- 1 روز، 4 ساعت و 48 دقیقه 44- 2 ساعت و 24 دقیقه

45- 2 روز، 9 ساعت و 36 دقیقه 46- 36 روز 47- 8 روز 48- 7 روز، 4 ساعت و 48 دقیقه

امتحان ۱.۷

1- ب	2- ج	3- د	4- ب	5- ج	6- ج	7- ب
8- ب	9- الف	10- د	11- ب	12- ب	13- الف	14- ب
15- الف	16- ج	17- ج	18- ب	19- ب	20- د	21- الف
22- الف	23- ب					

فصل هشتم

تمرین ۱.۸

15-

الف. 11.25 ب. 3.125 ج. 3.625 د. 4.2

ه. 130.5 و. 173 ز. 313.5 ح. 313.75

16-

الف. 136 ب. 224 ج. 27.2 د. 35.6

ه. 93.6 و. 224.8 ز. 31296 ح. 35060

17-

الف. 25% ب. 20% ج. 12.5% د. 6.25%

ه. 40% و. 8% ز. 0.4% ح. $0.\overline{3}\%$

پاسخنامه

-18

الف. $\frac{1}{2}$

ب. $\frac{1}{4}$

ج. $\frac{1}{8}$

د. $\frac{27}{400}$

هـ. $\frac{1319}{2000}$

و. $\frac{249}{400}$

ز. $1\frac{101}{400}$

ح. $\frac{1}{40000}$

-19

الف. 50%

ب. 25%

ج. 12.5%

د. 6.25%

هـ. $55.\overline{5}\%$

و. 30%

ز. 70.58%

ح. $136.\overline{36}\%$

-20

الف. 30 ,40 و 50

ب. 440 ,660 و 1320

ج. 24 ,48 و 144

د. 241 ,964 ,1446 و 3615

تمرین ۲.۸

-1 الف. 75%
ب. 18.75%
ج. 1.5625%
د. 4.6875%
هـ. 93.75%
و. 6.25%

-2 156 لیتر نایتروجن

-3 42 لیتر آکسیجن

-4 $88.\overline{8}\%$

-5 فیصدی نمک : 15%
فیصدی بوره : 10%

-6 7.692%

-7 $13340

-8 15% تخفیف و 1290 افغانی

-9 16800 افغانی

-10 11125 افغانی

-11 200000 افغانی

-12 ضرر احمد : 10500 افغانی
ضرر محمود : 14000 افغانی

-13 مفاد احمد : 200000 افغانی
مفاد محمود : 150000 افغانی

-14 مفاد تاجر اولی : 5250 افغانی
مفاد تاجر دومی : 2450 افغانی

-15 سهم اولی : 54936 افغانی
سهم دومی : 54936 افغانی
سهم سومی : 22890 افغانی

-16 در سرمایه 15000 افغانی

-17 13440 افغانی

-18 20250 افغانی

-19 77840 افغانی

-20 867 افغانی (روند آف شده)

-21 26400 افغانی

-22 2 سال و 6 ماه

-23 تقریباً 1 سال و 315 روز

پاسخنامه

24- 12.5% 25- 1440 افغانی 26- 3200 افغانی 27- 3000 افغانی 28- 950000 افغانی

29- 3600 افغانی 30- 180 افغانی 31- 9450 افغانی 32- 41769 افغانی 33- 87360 افغانی

34- 10000 افغانی 35- 160000 افغانی 36- 200000 افغانی

امتحان ۱.۸

1- ج	2- ب	3- ج	4- د	5- الف	6- ب	7- ب
8- الف	9- ج	10- د	11- ج	12- ج	13- ج	14- ب
15- الف	16- الف	17- د	18- د			

مأخذ :

- Pre-Algebra1, by A.Gufur.Taşkın & Mustafa Kırıkçı, published by Zambak Yayınları
- Numbers, by Ertuğrul Tahran & Cem Giray, published by Zambak Yayınları
- Numbers, by Mustafa Kırıkçı, A.Gufur.Taşkın, Murat kol & Coşkun Arslan,published by Zambak Yayınları
- کتاب ریاضی صنف هفتم مکاتب تعلیمات عمومی، ریاست تألیف و ترجمه، وزارت معارف، کابل، ۱۳۹۰ (هـ. ش)
- کتاب ریاضی صنف هشتم مکاتب تعلیمات عمومی، ریاست تألیف و ترجمه، وزارت معارف، کابل، ۱۳۹۰ (هـ. ش)